

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD



**“ESTUDIO DE CONFIABILIDAD, UTILIZANDO LAS CADENAS DE  
MARKOV PARA LA DISPONIBILIDAD DE UN SISTEMA ELECTRICO DE  
POTENCIA”**

REALIZADO POR:

**CASTRO DUERTO MILADIS ELENA**

TRABAJO DE GRADO PRESENTADO ANTE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR AL TÍTULO DE:

**INGENIERO ELECTRICISTA**

Puerto La Cruz, Agosto de 2009

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD



**“ESTUDIO DE CONFIABILIDAD, UTILIZANDO LAS CADENAS DE  
MARKOV PARA LA DISPONIBILIDAD DE UN SISTEMA ELECTRICO DE  
POTENCIA”**

**Ing. Msc Pedro Rodríguez**

Asesor Académico

---

Firma

Puerto La Cruz, Agosto de 2009

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI  
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS  
DEPARTAMENTO DE ELECTRICIDAD



**“ESTUDIO DE CONFIABILIDAD, UTILIZANDO LAS CADENAS DE  
MARKOV PARA LA DISPONIBILIDAD DE UN SISTEMA ELECTRICO DE  
POTENCIA”**

---

**Prof. Pedro Rodríguez**  
Asesor Académico

---

**Prof. Hernán Parra**  
Jurado Principal

---

**Prof. Manuel Maza**  
Jurado Principal

Puerto La Cruz, Agosto de 2009

## ARTÍCULO 44

*De acuerdo con el reglamento de Trabajos de Grado de la Universidad de Oriente:*

***“Los trabajos de Grado son propiedad de la Universidad de Oriente y sólo podrán ser utilizados para otros fines con el consentimiento del Consejo de Núcleo respectivo, el cual participará al Consejo Universitario”***

## **DEDICATORIA**

Este trabajo se la dedico a mi familia en especial a mi abuelito PEDRO DUERTO, que cuando estuviste a mi lado me llenaste de momentos alegres, de mucho amor y fuiste tú uno de los influyentes a ser la persona que soy ahora, sé que dónde estés te sientes orgulloso de mí!

- A MI ABUELA ANGELA.
- A MIS PADRES ELENA Y JOAQUIN.
- A MIS TIAS ESPERANZA, MILADYS Y ROSANGELA
- A MI HERMANA ANGELA

**LOS QUIERO MUCHO!**

## **AGRADECIMIENTO**

A Dios y a la Virgen, que siempre me guían; y que debí ser sensible, para oír su voz y saberla interpretar a través de las circunstancias que me rodearon en esos momentos de mi vida.

A mis Abuelos Pedro y Angela, por llenarme de amor, y con sus experiencias y consejos sabios me condujeron a este logro que son suyos también.

A mis Padres Elena y Joaquín, que con su amor, esfuerzo, dedicación, confianza, depositadas en mí, me llevaron a realizar este logro.

A mis (mamá) Esperanza, Rosangela y Miladys, por su ayuda, apoyo y dedicación incondicional, por siempre le voy a estar agradecida.

A mi Hermana Angela, por siempre creer en mí.

A mis amigos y compañeros incondicionales María, Alberto, Pedro, que a lo largo de mi carrera fueron mi apoyo y ¡juntos logramos muchas cosas!

A Carmencita, has sido mi ángel en esta casa de estudio ¡Gracias!

A mi Asesor Pedro Rodríguez, por su invaluable apoyo en la realización de este trabajo ¡Mil Gracias!

A el Prof. Pedro López, fuiste tú, en ese momento difícil de mi carrera me distes fortaleza y buenos consejos para seguir adelante.

A los Prof. Urbina, Escalante, Parra, Suarez, Lenin, Maza, Félix.

## **RESUMEN**

Las cadenas de Markov, es una técnica probabilística simple y sencillo para la aplicación a los sistemas de potencia, con el fin de conocer el estado actual y predecir el estado del sistema en cierto periodo de tiempo. Esta técnica no requiere de un historial de eventos para el estudio dicho sistemas, sino que depende de la situación actual y no de la forma de cómo llego a ese estado. El estudio de la confiabilidad en los sistemas de potencia, viene dada por la disponibilidad del sistema, y su importancia radica en establecer niveles de confiabilidad que sirvan de referencia para análisis predictivo a futuro, tomando acciones de mantenimiento, para minimiza los eventos de fallas en el sistema, garantizando el buen funcionamiento del sistema.

## CONTENIDO

PÁGINA DE TÍTULO .....	i
ARTÍCULO 44 .....	iv
DEDICATORIA .....	v
AGRADECIMIENTO .....	vi
RESUMEN.....	viii
CONTENIDO .....	ix
LISTA DE TABLAS .....	xiii
LISTA DE FIGURAS.....	xiv
CAPITULO I.....	16
INTRODUCCIÓN .....	16
1.1. Planteamiento del problema.....	17
1.2. Objetivos .....	20
1.2.1. Objetivo general.....	20
1.2.2. Objetivos específicos .....	20
1.3. La empresa (CADAFE) .....	21
1.4. Ubicación geográfica .....	23
1.5. Estructura organizacional de CADAFE.....	24
1.6. Organigrama estructural de la división de generación Oriental.....	25
1.7. Planta guanta .....	25
1.7.1. Ubicación y reseña histórica de la planta Guanta .....	25
1.7.2 Funciones de la planta Guanta .....	26
1.7.3. Generación de la planta.....	26
1.7.4. Capacidad de la planta Guanta.....	27
1.7.5. Organigrama estructural de la planta Guanta.....	27
CAPITULO II .....	28
DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE POTENCIA.....	28

2.1. Tipos de sistemas .....	28
2.2. Índices y criterios de confiabilidad .....	32
2.3. Descripción de sistema.....	35
CAPITULO III.....	38
CADENAS DE MARKOV.....	38
3.1. Definición.....	38
3.1.1. Matrices de probabilidades de transición.....	42
3.2. Vector estocástico .....	43
3.3. Diagramas de Venn.....	43
3.4. Reglas de combinaciones de las probabilidades .....	44
3.4.1. Regla N° 1 eventos independientes .....	44
3.4.2. Regla N° 2 eventos mutuamente excluyentes .....	45
3.4.3. Regla N° 3 eventos complementarios.....	45
3.4.4. Regla N° 4 eventos condicional .....	46
3.4.5. Regla N° 7 aplicación probabilidad condicionada .....	47
3.5. Propiedad ergòdica en una cadena de Markov.....	49
3.6. Procesos discretos de Markov.....	50
3.6.1. Absorción de los estados.....	53
3.7. Procesos continuos de Markov .....	57
3.8. Misión orientada a los sistemas .....	59
3.9. Diagramas de estados.....	60
3.9.1. Diagrama de estado para un único componente reparable.....	61
3.9.2. Sistemas con dos componentes reparación .....	62
3.10. Matriz estocástico de probabilidades de transición.....	64
3.10.1. Método de matriz de multiplicación .....	65
3.10.2. Método de la matriz estocástica de la probabilidad de transicion.....	66
3.11. Técnica de la frecuencia y duración.....	70
3.12. Aplicaciones de problemas con varios estados .....	72
3.12.1. Probabilidades de estado.....	73

3.13. Estado de reparación y el proceso de instalación.....	75
3.13.1. Sistema de un componente y un repuesto disponible. ....	78
3.13.2. Sistema de un componete con dos repuestos .....	82
13.3. Sistema de dos componentes y un repuesto disponible .....	83
3.13.4. Numero limitador de repuestos .....	85
3.14. Demostracion de las características de aplicabilidad de cadenas de Markov	86
3.14.1. Función de distribución de probabilidad.....	86
3.14.2. Función acumulativa de probabilidad .....	87
3.14.3. Función de distribución Gamma .....	88
3.14.4. Casos particulares de la función de distribución Gamma .....	89
3.14.5. La función Gamma en los procesos estocasticos y la confiabilidad .....	91
3.14.6. La función gamma en la confiabilidad.....	95
3.15. Sistemas conectados en serie .....	97
3.16. Sistemas conectados en paralelo (redundantes) .....	98
3.16.1. Conexión en paralelo (redundante) activa.....	99
3.16.2. Conexión en paralelo (redundante) pasiva.....	99
3.17. Generalidades de la confiabilidad .....	99
3.17.1. Aplicación de las cadenas de Markov en la confiabilidad de los sistemas	
.....	100
3.18. Criticidad y complejidad de los sistemas .....	103
3.19. Mantenibilidad de los sistemas .....	104
3.19.1. Función de la mantenibilidad .....	106
3.19.2. Mantenimiento proactivo .....	109
3.19.2.1. Mantenimiento preventivo .....	111
3.20. Mantenibilidad y disponibilidad vs confiabilidad.....	111
3.21. Disponibilidad de los sistemas .....	112
3.22. Modelos de disponibilidad mediante aproximaciones del proceso de cadenas	
de Markov .....	118
3.23. Índices de disponibilidad y confiabilidad .....	119

CAPITULO IV .....	120
METODOLOGÍA .....	120
4.1. Componente objeto de estudio .....	120
4.2. Modelamiento del sistema .....	121
4.3. Conexión del sistema de potencia .....	122
4.4. Recolección de datos .....	124
4.5. Población y muestra .....	124
4.6. Efectividad del sistema eléctrico de potencia .....	125
4.7. Tabulación de datos .....	125
4.8. Matriz de transición estocástica para el sistema de potencia de estudio .....	127
4.9. Disponibilidad del sistema a estudio .....	128
4.9.1. Sistema actual .....	128
4.9.2. Predicción de la disponibilidad e indisponibilidad del sistema de potencia a estudio .....	129
4.9.3. Frecuencia y duración de la disponibilidad e indisponibilidad .....	131
4.10. Confiabilidad del sistema de potencia .....	133
4.10.1. Funcionalidad del sistema y fallas del componente .....	134
4.11. Frecuencia y duración de las interrupciones del sistema .....	135
4.12. Mantenibilidad del sistema de potencia a estudio .....	135
4.12.1. Mantenibilidad actual del sistema objeto de estudio .....	136
4.10.2. Mantenibilidad a futuro del sistema objeto de estudio .....	136
4.13. Análisis de acuerdo a los resultados obtenidos de la disponibilidad del sistema objeto de estudio .....	136
CAPITULO V .....	138
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	138
5.1. Conclusiones .....	138
5.2. Recomendaciones .....	140
BIBLIOGRAFÍA .....	142
METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO .....	144

## **LISTA DE TABLAS**

Tabla 1. Posibilidades de Estado.....	122
Tabla 2. Seguimiento del sistema (Fechas de reporte).....	125

## LISTA DE FIGURAS

Figura.1.1 Organigrama de CADAPE .....	24
Figura. 1.2. Organigrama estructural de la planta “Guanta” .....	27
Figura 2.1 a. Sistema sin interrupciones en la operación .....	29
Figura 2.1 b. Sistemas con interrupción en la operación .....	31
Figura 2.1 c. Operación continúa del sistema .....	31
Figura .2.2 Valor de cargas/ resistencias.....	33
Figura 2.3 Probalidad $L_p$ y deterministica $L_c$ .....	34
Figura.2.4 probabilidad $L_p$ y distribución de $L_C$ .....	35
Figura 3.1. Evolución entre los estados del sistema.....	40
Figura 3.2. (a) evento A encerrado por B .....	44
Figura 3.2. (b) eventos solapados.....	44
Figura 3.2 (c) eventos no solapados.....	44
Figura 3.3. Eventos complementarios.....	45
Figura 3.4. Intersección.....	46
Figura 3.5. Probabilidad condicional .....	49
Figura 3.6. Sistema de dos estados .....	51
Figura 3.7. Sistema de comportamiento transitorio .....	53
Figura 3.8. Procesos continuos de Markov en un sistemas con dos estados.....	58
Figura 3.9. Tasas de fallas de un componente durante su vida útil.....	59
Figura 3.10. Diagramas de estados de dos componentes identicos no reparables .....	59
Figura 3.11. Diagramas de estado con un componente salida parcial del sistema.....	61
Figura 3.12. Diagrama de estado de dos componentes en el sistema. ....	62
Figura 3.13. Diagramas de estado de dos componentes identicos .....	64
Figura 3.14 diagrama del tiempo medio. ....	71
Figura 3.15. Sistema de un componente - sin repuestos .....	76

Figura 3.16. Sistemas de un componente con un repuesto disponible.....	78
Figura 3.17. Sistema de un componente con dos repuestos.....	82
Figura 3.18. Sistema de dos componentes con un repuesto.....	85
Figura 3.19. Sistemas serie de n componentes.....	97
Figura 3.20 Representación de un evento Markoviano.....	101
Figura 3.21. Matriz de evaluación complejidad vs criticidad.....	104
Figura 3.22. Grafica de las componentes de disponibilidad.....	117
Figura4.1 Diagrama de estado del sistema a estudio.....	121
Figura 4.2 Diagrama de estado reducido.....	122
Figura 4.3. Tendencia t <sub>mf</sub> y t <sub>mr</sub> en los turbos generadores.....	126
Figura 4.4 Tasas de fallas y de reparación del sistema a estudio.....	127
Figura 4.5 Tendencia de disponibilidad del sistema.....	130
Figura 4.6 Tendencia de disponibilidad vs indisponibilidad.....	130
Figura 4.7. Predicción de la frecuencia de permanencia en el estado disponible del sistema.....	132
Figura 4.8. Predicción de la frecuencia de permanencia en el estado indisponible del sistema.....	132

# CAPITULO I

## INTRODUCCIÓN

El propósito fundamental de un sistema eléctrico de potencia es de abastecer a sus clientes de energía eléctrica. Esta tarea debe realizarse de manera económica y con un nivel de confiabilidad aceptable. Los clientes conectados a la red de un sistema eléctrico esperan que el suministro de energía este continuamente disponible, respondiendo en forma inmediata a las fluctuaciones de la demanda. Sin embargo en la práctica, este escenario de suministro continuo asegurado no siempre es alcanzable, debido a que el sistema eléctrico, esta expuesto a fallas de origen aleatorios, que frecuentemente se encuentran fuera del control del operador.

Actualmente, la evaluación de la confiabilidad es uno de los puntos de más importancia en la ingeniería eléctrica, debido a su impacto en el coste de la energía eléctrica y en su alta correlación con el grado de satisfacción de los consumidores con el suministro de energía eléctrica.

Las interrupciones de suministro que tienen su origen en las subestaciones, son altamente dependientes de los fallos en los elementos que las constituyen, por ello, es fundamental la confección de una base de datos que incluya las tasas de fallo y de reparación de todos los elementos de una subestación.

Para analizar la confiabilidad de un sistema el primer paso que se debe realizar es el modelamiento del mismo. El modelo debe recoger todo el conocimiento que se tenga sobre el funcionamiento del sistema. Este conocimiento es clave para decidir

que método de evaluación de confiabilidad es el mas adecuado para dicho sistema objeto de análisis. Cada elemento del modelo tendrá asociado unos datos históricos sobre los que se va a basar el análisis de la confiabilidad.

La obtención de estos datos es un problema en si mismo del estudio de la confiabilidad el cual se obtendrán los índices básicos de la continuidad de la operación del sistema. El modelo utilizado también debe ser lo suficientemente detallado para que el análisis de la confiabilidad sea sensible a cualquier acción de mejora de la calidad de la operación, por otro lado debe ser lo suficientemente sencillo como para puedan realizar muchos análisis y de esta forma utilizar una herramienta para el análisis comparativo de dicho sistema.

Una de las evaluaciones del sistema de potencia, es la utilización de métodos probabilísticos entre los que se clasifican las cadenas de Markov, esta técnica es perfectamente adecuada para determinar la probabilidad de estado de disponibilidad, sin embargo otros parámetros de confiabilidad, tales como la frecuencia de encontrarse en un estado determinado y la duración promedio de residencia en dicho estado.

### **1.1. Planteamiento del problema**

La confiabilidad en la operación de los sistemas eléctricos se define como la capacidad que posee éste para realizar una tarea por cierto periodo de tiempo. La confiabilidad, se expresa en una variedad de índices que dependen de los objetivos que se persigan y su finalidad, es determinar los índices que reflejan el buen funcionamiento del sistema.

La confiabilidad del servicio de energía eléctrica, medida a través de índices de desempeños, tiene dos orientaciones diferentes: el registro de eventos pasados y la predicción de la confiabilidad. Las empresas de servicio eléctrico normalmente llevan un registro de esos eventos ocurridos, posteriormente con ellos se pueden evaluar el desempeño de sus sistemas y algunos indicadores. La predicción de índices de confiabilidad pretende determinar el comportamiento de la red, basado en el desempeño pasado ayudando a la toma de decisión sobre modificaciones de componentes del sistema de potencia, políticas de mantenimiento y operación.

Una de las herramientas para analizar el comportamiento de determinados procesos estocásticos, esto es, procesos que evolucionan de forma no determinista a lo largo del tiempo en torno a un conjunto de estados, es la cadena de Markov.

Una cadena de Markov, por lo tanto, representa un sistema que varía su estado a lo largo del tiempo, siendo cada cambio una transición del sistema. Dichos cambios no están predeterminados, aunque si lo ésta la probabilidad del próximo estado en función de estados anteriores, probabilidad que es constante a lo largo del tiempo (sistema homogéneo en el tiempo). Eventualmente en una transición, el nuevo estado puede ser el mismo que el anterior y es posible que exista la posibilidad de influir en las probabilidades de transición actuando adecuadamente sobre el sistema (decisión).

La técnica de las cadenas de Markov es perfectamente adecuada para determinar la probabilidad de estado de disponibilidad del sistema de potencia; este método determina de manera cuantitativa los índices de fallas del sistema y por consiguiente la confiabilidad del mismo, cuando se presenten diversos tipos de contingencias, ya sean estas o por fallas o por faltas de mantenimiento.

Un sistema eléctrico de potencia en general, su principal objetivo es de abastecer a sus clientes de energía eléctrica. Esta tarea debe realizarse de manera

económica y con un nivel de confiabilidad aceptable. Los clientes esperan que el suministro de energía este continuamente disponible, respondiendo en forma inmediata a las fluctuaciones de la demanda. Sin embargo en la práctica, este suministro continuo, asegurado no siempre es alcanzable, debido a que el sistema eléctrico, esta expuesto a fallas de origen aleatorios, que frecuentemente se encuentran fuera del control del operador.

Actualmente, la evaluación de la confiabilidad es uno de los puntos de más importancia en la ingeniería eléctrica, debido a su impacto en el coste de la energía eléctrica y en su alta correlación con el grado de satisfacción de los consumidores con el suministro de energía eléctrica.

El propósito fundamental de esta investigación, es aplicar una técnica probabilística, como lo es la cadena de Markov, para la evaluación de confiabilidad de cualquier sistema, y con ello tener un pronóstico a futuro de la evolución del sistema, para así tomar medidas respectivas, en la parte de mantenimiento.

La importancia del trabajo de investigación, es que persigue, la aplicabilidad de cadenas de Markov, en la efectividad de los de los sistemas eléctricos de potencia, obteniendo la disponibilidad, mantenibilidad y confiabilidad del mismo. Para así tomar medidas respectivas y garantizar la calidad del suministro de energía a los clientes.

Esta técnica estadística probabilística, permite brindar un análisis sencillo y de fácil obtención de los resultados en el momento de aplicarlo

Los datos para la aplicación de este método probabilística se harán a través de la colaboración de la empresa de servicios de energía eléctrica CADAFE, División de Generación Oriental “Planta Guanta”, Estado Anzoátegui.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo general**

Estudiar la confiabilidad, utilizando el método de las cadenas de MARKOV, para la disponibilidad de un sistema eléctrico de potencia

### **1.2.2. Objetivos específicos**

1. Describir el sistema de potencia objeto de estudio.
2. Definir los criterios de mantenibilidad, confiabilidad y disponibilidad, utilizando la técnica de Markov.
3. Determinar la efectividad del sistema eléctrico de potencia objeto de estudio, mediante el método de cadenas de Markov.
4. Analizar la disponibilidad del sistema de potencia, de acuerdo a los resultados obtenidos con la aplicación del modelo de Markov.

### **1.3. La empresa (CADAFE)**

La historia de la electrificación en Venezuela se inicia en el año 1888, cuando se instaló en Maracaibo el primer sistema regular de alumbrado público. Un año después, Valencia pasa a ser la segunda ciudad del país en disfrutar de este tipo de servicio.

Para 1946, año de la creación de la corporación Venezolana de Fomento (CVF), el sistema eléctrico venezolano se encontraba fraccionado, evidenciando la necesidad de emprender de inmediato un estudio a fondo de las posibilidades y potencialidades del sector.

En 1958, se creó la compañía Anónima de Administración y Fomento Eléctrico (CADAFE), como parte de un esfuerzo de la CVF para racionalizar la administración y la operación de las 15 empresas dependientes de Estado que estaban repartidas en todo el país.

Durante sus primeros 30 años, CADAFE obtuvo logros importantes y desarrolló una infraestructura eléctrica de generación, transmisión y distribución que permitió alcanzar un alto grado de electrificación del territorio nacional.

Sin embargo, la necesidad de aumentar significativamente la productividad, agilizar la toma de decisiones, acercarse al suscriptor y mantener su perfil de empresa líder en el sector eléctrico para beneficio del desarrollo de la provincia venezolana, llevó a la compañía a replantear su estructura organizacional, por lo que a comienzos de la década de los noventa inició una reorganización, descentralización y regionalización con la finalidad de adecuarse a las nuevas realidades nacionales para lograr mayor eficiencia operativa y la presentación de un óptimo servicio.

De este proceso surgieron las siguientes empresas regionales de distribución y comercialización:

- Compañía Anónima Electricidad de los Andes (CADELA).
- Compañía Anónima Electricidad del Centro (ELECENTRO).
- Compañía Anónima Electricidad de Occidente (ELEOCCIDENTE).
- Compañía Anónima Electricidad de Oriente (ELEORIENTE).

Posteriormente, en octubre de 1998, se creó el sistema Eléctrico de Monagas y Delta Amacuro (SEMDA), convirtiéndose en la quinta filial de CADAPE.

La Corporación Eléctrica Nacional (CORPOELEC), creada por el Gobierno, mediante decreto presidencial N° 5.330, en julio de 2007. Es la encargada de la realización de las actividades de generación, transmisión, distribución y comercialización de potencia y energía eléctrica, la misma tiene un plazo de tres años para fusionar a CADAPE, EDELCA, ENELVEN, ENELCO, ENELBAR, SENECA y ENAGEN, en una persona jurídica única.

## VISION

“Ser una empresa estratégica posicionada en la prestación del servicio de energía eléctrica, con tecnología de punta y un personal calificado, comprometido con el desarrollo económico y social del país, ofreciendo servicios de calidad a sus usuarios, con una gestión transparente y una sostenibilidad financiera”.

## MISION

“Prestar un servicio público de energía eléctrica de calidad, con un personal comprometido en la gestión productiva, para satisfacer necesidades de los usuarios, hacer uso eficiente de los recursos, en una Gestión que garantice ingresos suficientes, necesarios a la sostenibilidad financiera de la organización y en concordancia con un proyecto País expresado en políticas sociales y de desarrollo”.

### **1.4. Ubicación geográfica**

La compañía Anónima de Administración y Fomento Eléctrico (CADAFE), en el Estado Anzoátegui, se encuentra en el sector de Guanire, en la avenida José Antonio Anzoátegui, diagonal al instituto Venezolano del Seguro Social.

### 1.5. Estructura organizacional de CADAFE

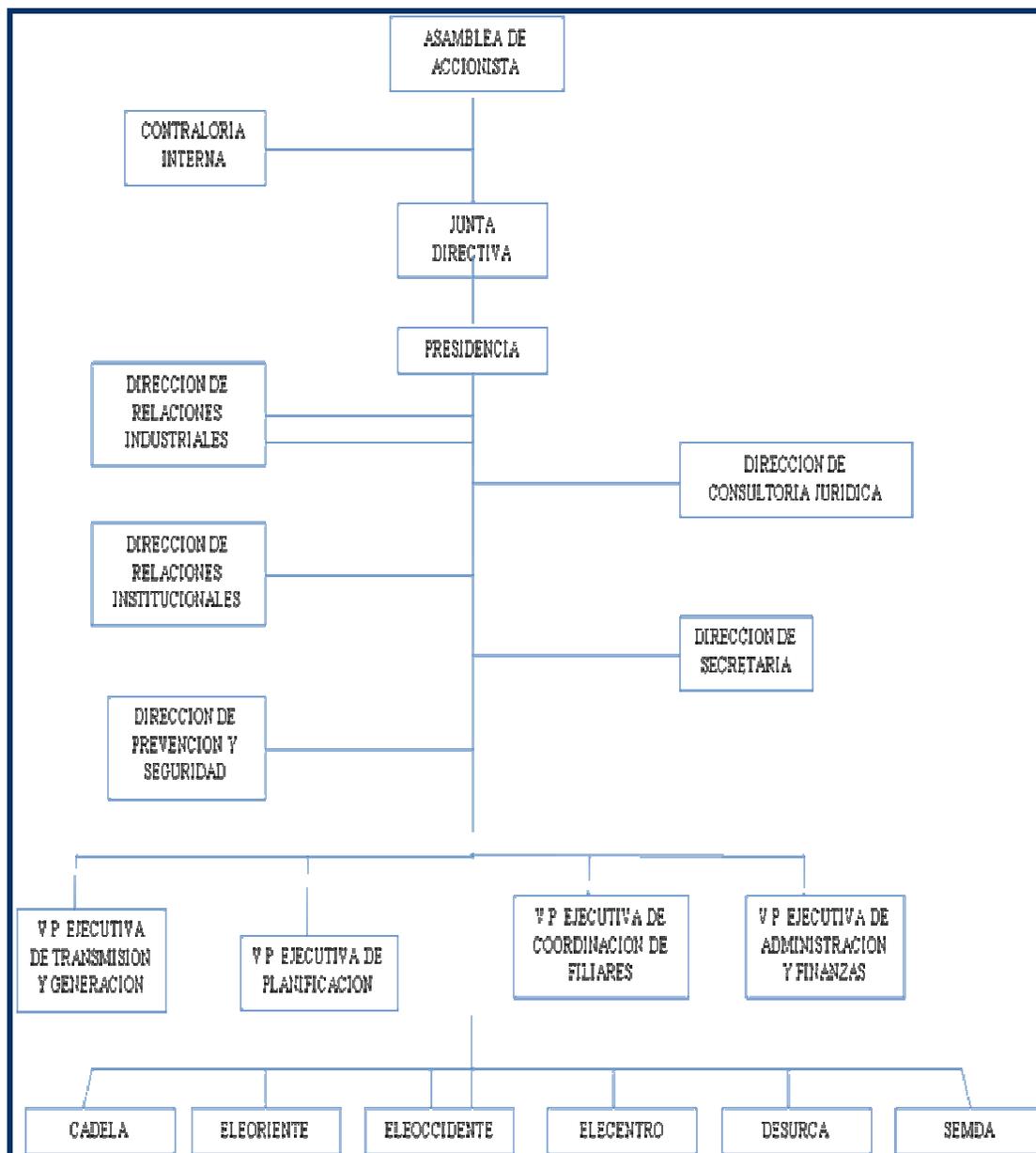


Figura.1.1 Organigrama de CADAFE

## **1.6. Organigrama estructural de la división de generación Oriental**

Como es de conocerse el sistema de Generación Oriental posee dos centrales de generación Turbo Gas, como son:

- Planta “Guanta” (PG)
- Planta “Alfredo Salazar” (PAS).

## **1.7. Planta guanta**

### **1.7.1. Ubicación y reseña histórica de la planta Guanta**

La planta Guanta esta ubicada en el kilometro 6, sector Pamatacualito, municipio Guanta, en el estado Anzoátegui, esta planta es una generadora turbo gas de la empresa CADAFE, fue inaugurada en mayo de 1961. Al principio los equipos instalados eran tres unidades turbo generadores marca “Deleval- Ijungstron- Asea”, importada desde Suecia, con una capacidad de generación de 7,5 MW c/u. En el año 1977, se comenzó una remodelación y ampliación de la planta, para este momento una de las unidades turbo generadoras estaba fuera de servicio por presentar problemas técnicos, y las otras dos poseían una capacidad de generación muy baja con respecto a la demanda, por ello fue necesaria la adquisición de dos unidades marca HITACHI modelo 5000, con capacidad de 20 MW c/u, su tiempo de servicio duro hasta 1982, cuando fueron trasladadas hasta la planta “Luisa Cáceres de Arismendi” en Margarita, estado Nueva Esparta.

Actualmente la planta Guanta opera con dos unidades turbo Generadoras, instaladas en el año 1993, marca “General Electric” modelo ms-7001E de una capacidad de 70 MW c/u. el cual están identificadas como unidad 6 y unidad 7.

### **1.7.2 Funciones de la planta Guanta**

- Elevar el nivel de voltaje en las líneas “Cumana I y II” para contrarrestar las perdidas por efecto de joule.
- Mantener el nivel de potencia reactiva en el sistema interconectado.
- Suplir de energía eléctrica la zona de Pertigalete y parte de Puerto la Cruz en caso de contingencia.

### **1.7.3. Generación de la planta**

La generación de las dos unidades turbo generadoras se realizan a niveles de tensión de 13,8 y es elevada a 115 KV mediante un transformador de 100 MVA, uno por unidad para su distribución en la subestación de la planta. En 115 KV, la producción se suministra al sistema de transmisión a través de tres salidas de línea Cumana I, Cumana II, y Guaraguao, tres salidas de 13,8 KV para Pertigalete (tensión de punta), Guanta y Santa Fe

#### 1.7.4. Capacidad de la planta Guanta

Las unidades N° 6 y N° 7, poseen las siguientes características de placa:

- Capacidad Nominal: 74.160 KW (para la operación con gas).
- Temperatura de Aire De Entrada: 59° F.
- Presión de Aire de Entrada:  $\pm 14,69$  Psia (a nivel del mar).

#### 1.7.5. Organigrama estructural de la planta Guanta

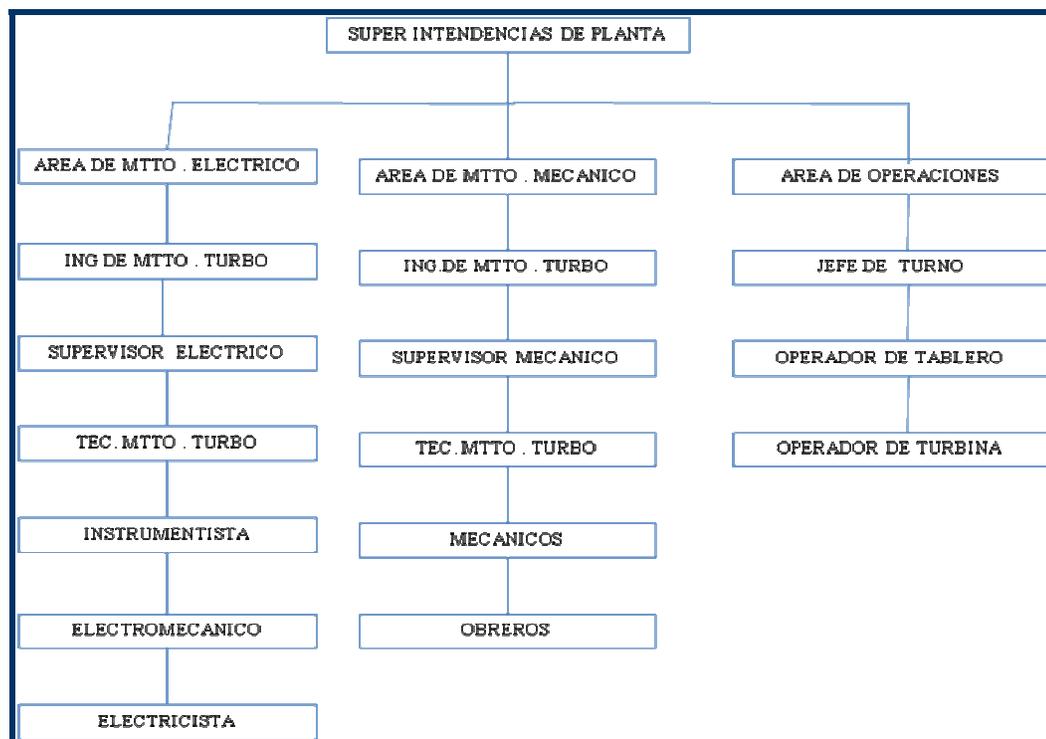


Figura. 1.2. Organigrama estructural de la planta “Guanta”

## **CAPITULO II**

### **DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE POTENCIA**

#### **2.1. Tipos de sistemas**

La evaluación de las técnicas de confiabilidad han sido desarrollado y están siendo utilizados en una amplia gama de disciplina de hecho, el ámbito de la evaluación de la confiabilidad es interdisciplinario y un método puede ser utilizado en una serie de aplicaciones; sin embargo no hay una sola alternativa para la evaluación de la confiabilidad, ya que esta técnica debe ser adecuada para los problemas de un conjunto de funciones de sistema en operación y sus requisitos. Por tanto, se realizan una breve descripción de los tipos de sistemas que existe; ya que las técnicas disponibles reflejan estos tipos.

Las dos principales categorías en los sistemas se pueden dividir:

- Sistemas de funcionamiento discreto.
- Sistemas de funcionamiento continuo

Este último sistema esta orientado a seguir funcionando sin fallas durante un tiempo establecido; sin embargo las fallas de cada componente del sistema está permitido siempre y cuando, el propio sistema sigue funcionando. Los componentes que son reparados o sustituidos son llamado sistema en reparación. En este último

caso la reparación o sustitución se debe hacerse sin interrumpir la operación del sistema.

Los sistemas de funcionamiento discreto pueden ser divididos en dos subcategorías:

- La primera incluye los sistemas en los que comienza en la fase de iniciación hasta el momento en que el sistema está en estado de operación.

Es decir, un sistema que se pone en funcionamiento, cuando todos los componentes de los subsistemas sean comprobados. El principal objetivo, es un sistema sin fallas y la probabilidad de tiempos de fallas debe de ser menor que el tiempo total de la operación, para que este sea aceptable.

Esto se muestra en la figura 2.1.a: sistema sin interrupciones en la operación

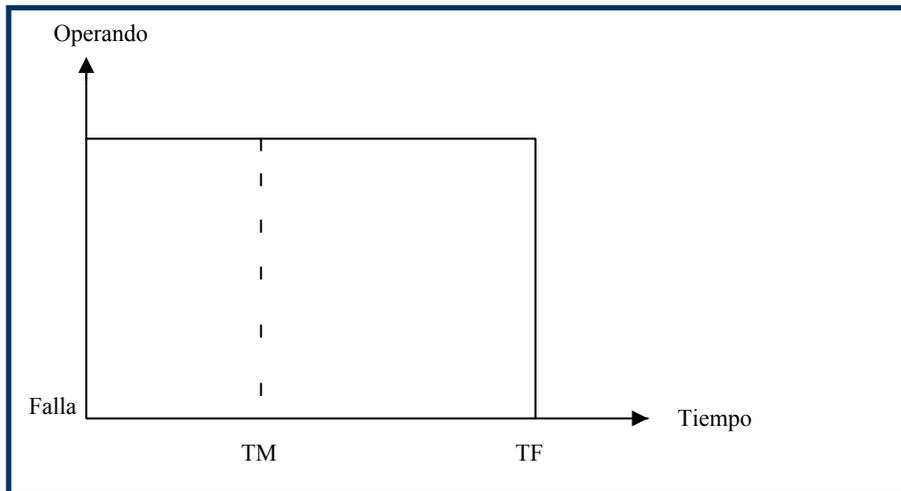


Figura 2.1 a. Sistema sin interrupciones en la operación

- El segundo, incluye los sistemas en los que hay una fase de inactividad, cuando el sistema es revisado y luego es puesto en funcionamiento nuevamente. Esto lo ilustra en la figura 2.1. b. El sistema espera que funcione después de TM,  $T_1$ .

onde:

$T_1$ : tiempo de inactividad.

El sistema puede fallar, por lo tanto durante el tiempo de inactividad, en cuyo caso no puede responder cuando sea requerido o durante TM, como el caso anterior.

Un ejemplo, es un sistema de protecciones, el cual espera un estado inactivo hasta que la falla se produzca al azar, tras lo cual se ha establecido para responder y tomar una medida de control.

Ambos sistemas están orientados al buen funcionamiento. Cuando ocurre el primer fallo de los sistemas se necesitan técnicas, que consideran la posibilidad de este primer fallo.

Un ejemplo, es un sistema de accionamiento, sin embargo, son aquellos en los que una serie de sistemas de estados son tolerables siempre y cuando no ocurra con demasiada frecuencia o como el caso anterior en demasiado tiempo

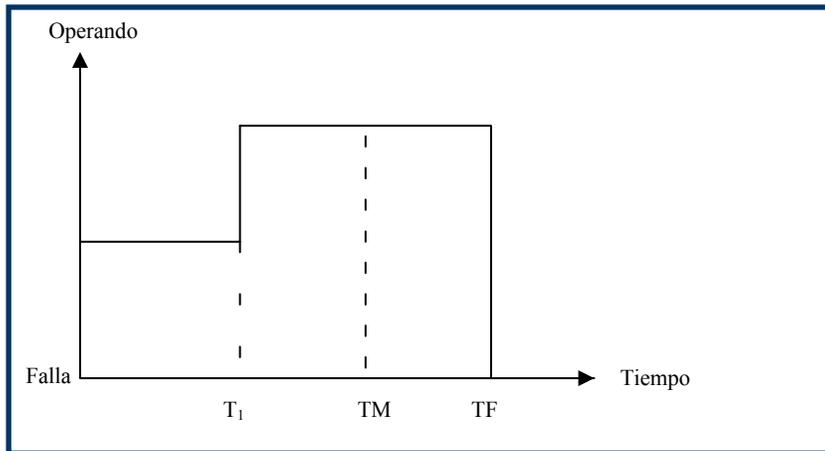


Figura 2.1 b. Sistemas con interrupción en la operación

Un sistema en reparación o en sustitución, se lleva a cabo durante estos estados, por lo tanto, el reconocimiento de este proceso es parte importante para la técnica de evaluación. El proceso lo muestra en la figura 2.1.c.

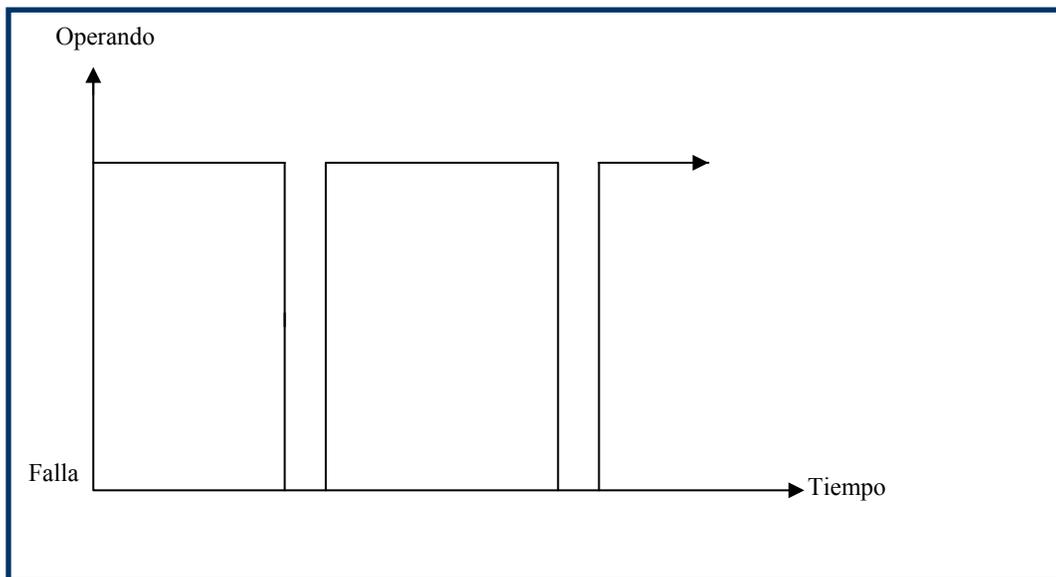


Figura 2.1 c. Operación continua del sistema

Este proceso puede describirse en un sistema de distribución de electricidad, que puede sufrir averías o fallas, especialmente durante en mal tiempo y causar interrupciones en el suministro de la energía a los clientes, hasta que el sistema es restaurado a un estado de funcionamiento.

Cabe señalar, que no solo son distintas las técnicas para evaluar el comportamiento de los diferentes tipos de sistemas, sino también son necesarios conocer las medidas, los criterios e índices de dichos sistemas.

## **2.2. Índices y criterios de confiabilidad**

El índice utilizado para evaluar la confiabilidad, es la probabilidad sin embargo, otros índices se calculan periódicamente, lo mas apropiado dependen de la condición del sistema y sus requisitos de funcionamiento. Cabe destacar que, no es razonable ser prescriptiva a los índices, esto se califica índices de confiabilidad y en consecuencia la confiabilidad, se utiliza con frecuencia como termino genérico que describe todos los índices en lugar de ser únicamente el término asociado con probabilidad; ejemplos típicos de índices:

- El numero de fallas que se producen en un periodo determinado de tiempo.
- Tiempo medio entre fallos.
- Duración media o tiempo de inactividad de un sistema o un dispositivo.
- La pérdida esperada de los ingresos debidos a la falla.

- La pérdida esperada de producción debido a la falla

Estos índices pueden ser evaluados usando la teoría pertinente de confiabilidad, pero solo después de la apropiación se han establecido los criterios que determinan los límites entre lo aceptable o lo que no es aceptable.

La necesidad de establecer criterio adecuado para evaluar el rendimiento es aplicable, si las evaluaciones probabilísticas o determinísticas son utilizadas; estos dos valores se comparan entonces como lo muestra en la figura 2.2.

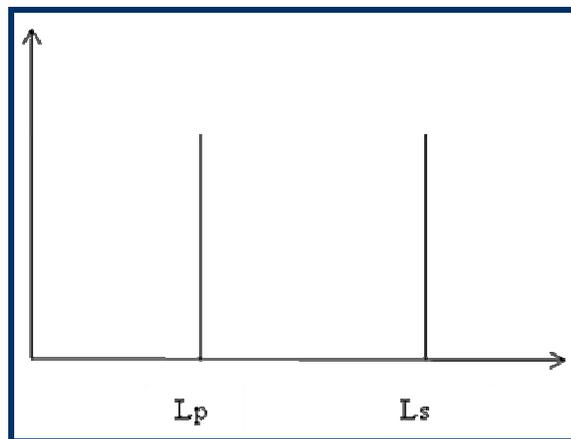


Figura .2.2 Valor de cargas/ resistencias

En teoría, si el indicador de rendimiento  $L_p$  es inferior a un determinado nivel  $L_s$  del sistema tienen un funcionamiento seguro.

La aplicación de la teoría de la probabilidad a la evaluación de la adecuación permite variaciones estocásticas o probabilístico que deben tenerse en cuenta.

Esta puede ser considerada de dos maneras:

El primero reconoce la probabilística, variaciones en el indicador de rendimiento, pero mantiene un nivel aceptable determinista. Esto se ilustra en el gráfico 2.3 en la que el indicador de rendimiento está representada por la función de probabilidad de  $L_p$  y el nivel aceptable se fija como  $L_c$  en este caso, la probabilidad de tener fallas, viene dada por el área bajo de la función de probabilidad, encima de  $L_c$  (figura 2.3 a) o por debajo de  $L_c$  (figura 2.3b), dependiendo del sistema y su función. Por ejemplo, si  $L_p$  representa una carga sobre la estructura mecánica y  $L_c$  representan la fuerza por encima de la zona, representan insuficiencia  $L_c$  (figura 2.3 a); Sin embargo, si dispone de  $L_p$ , representa la generación de un suministro de electricidad y  $L_c$  representa la carga que se vayan a suministrar, a continuación, la zona representa insuficiencia  $L_c$  abajo (figura 2.3.b)

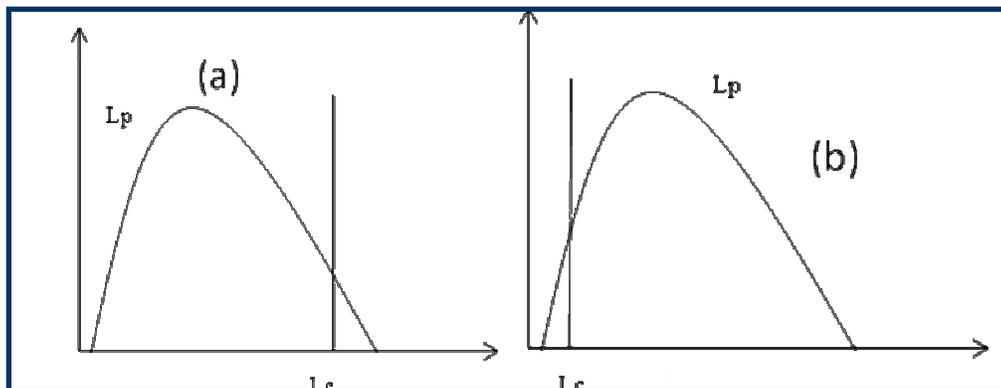


Figura 2.3 Probabilidad  $L_p$  y determinista  $L_c$

El concepto representado por la figura 2.3 se consignó en uno de los parámetros que pueden ser considerados determinista. Esto puede ser poco realista, en muchos casos, cuando ambos  $L_p$  y  $L_c$  tienen que estar representado por las funciones de probabilidad. Esto se ilustra en la figura 2.4, en este caso si  $L_c$  representa la fuerza de

una estructura mecánica y  $L_p$  es una carga, el sistema es inadecuado, representado por la zona de superposición.

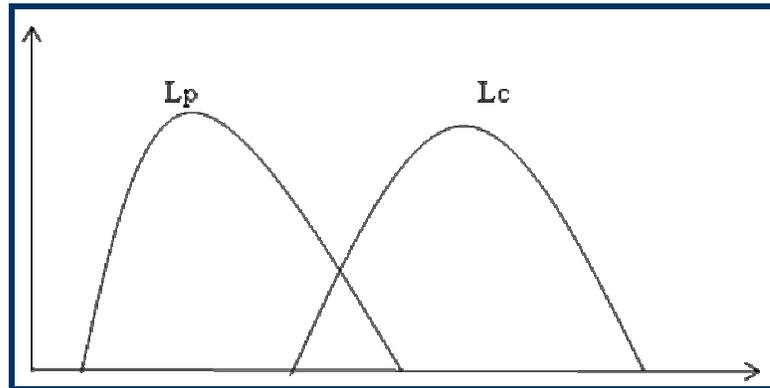


Figura.2.4 probabilidad  $L_p$  y distribución de  $L_c$

La superposición de estas áreas puede ser evaluada utilizando técnicas probabilistas.

Para el caso de la evaluación probabilista es necesaria la reducción del área que representa, la insuficiencia de un valor inferior a un determinado nivel, se conoce como criterio de aceptabilidad. El enfoque en ambos casos, se reconoce que el nivel de deficiencia puede reducirse, aunque puede ser imposible reducir a cero. Esto sólo puede lograrse mediante el aumento de la fuerza o por la disminución de la carga, que debe hacerse en la etapa de diseño de los sistemas.

### 2.3. Descripción de sistema

El sistema eléctrico de potencia objeto de estudio, es una central eléctrica turbo generadora de gas, ubicada en la subestación “PLANTA GUANTA” localizada en el municipio GUANTA. Puerto la cruz, estado Anzoátegui. El cual esta central, consiste

en procesar el combustible (gas), para suministrarlos a las turbinas, las cuales a través de un generador, transforma la energía calórica en energía eléctrica. A través de la subestación, se obtiene la tensión requerida para ser transmitida a los centros de carga o de consumo.

Para que la central turbo gas cumpla con su objetivo de producir energía debe de tener una serie de instalaciones necesarias para su funcionamiento normal de sus actividades; estas instalaciones son:

- Área de Procesamiento del Combustible; estas instalaciones están dispuestas para el acondicionamiento del combustible para ser utilizado por las unidades generadoras, el cual es recibido por mediante las tuberías, luego se regula la presión, se filtra y seca en las subestación de gas para su uso.
- Patio de Generación; en esta área se encuentra las unidades turbo generadoras. Las unidades modelos MS – 7001, son maquinas tipo paquete, esto significa que están formadas por compartimientos acoplados, los cuales pueden ser removidos con relativa facilidad para la reubicación de la unidad. Generalmente son ubicadas de tal manera que se facilite el mantenimiento y la operación. Cada generador posee, una capacidad nominal; el cual tiene una cantidad definida en kilo vatio, para operación con gas, la temperatura de entrada es de 15° C, la presión de 1,003 Atm y la presión barométrica de 1 Atm, y posee una capacidad efectiva, que es la capacidad máxima en kilo vatio de potencia que puede tener una unidad en un periodo no menor a una hora, una carga base en un régimen continuo, en condiciones ambientales mas adversas.
- Subestación Eléctrica, son las instalaciones cercanas al Patio de Generación, las cuales están formadas por transformadores HITHACHI de 100

MVA y de 13,8 KV a 115 KV, a demás de todos los elementos que constituye la subestación dispuestas a la distribución de la energía producida por las unidades hacia diferentes líneas de transmisión. Por razones técnicas, es necesario elevar la energía producida por los generadores de 13,8 KV a 115 Kv y 230 KV, para su transporte a través de las líneas de transmisión.

En la “PLANTA GUANTA” se observó la existencia de dos turbogeneradores identificadas como unidad N° 6 y la otra como N° 7 con una capacidad de valor de placa de 65.038 KW (un valor real de 65.082 KW), el cual se encuentran trabajando con una capacidad de 35 KW y la unidad N ° 6 se encuentra en mantenimiento .

El sistema de generación esta constituida por líneas de transmisión y las subestaciones de elevación, y de reducción, la “PLANTA GUANTA” tiene una subestación de elevación donde se aumenta la tensión que aportan las unidades turbo generadores de 13,8 KV a un nivel de 115 KV, el cual se une a la red de transmisión, entonces esta planta posee salidas tanto para 13,8 KV como 115 KV, específicamente posee seis salidas, 3 de 13,8 KV y 3 de 115 KV.

## **CAPITULO III**

### **CADENAS DE MARKOV**

#### **3.1. Definición**

Las cadenas de Markov, son una herramienta para analizar el comportamiento de determinados tipos de procesos estocásticos, esto es, procesos que evolucionan de forma no determinística a lo largo de tiempo en torno a un conjunto de estados.

Una cadena de Markov, por lo tanto, representa un sistema que varía su estado a lo largo del tiempo siendo cada cambio una transición del sistema; dichos cambios, no están determinados, aunque si lo esta la probabilidad del próximo estado, en función de los estados anteriores, es decir, probabilidad que es constante a lo largo del tiempo (sistema homogéneo en el tiempo). Eventualmente, en una transición, el nuevo estado puede ser el mismo que el anterior y es posible que exista la posibilidad de influir en las probabilidades de transición, actuando adecuadamente sobre el sistema.

Los estados son una característica de una situación en que se haya el sistema en un instante dado. Dicha característica puede ser cuantitativa como cualitativa.

Formalmente un estado de un sistema en un instante “ $t$ ”, es una variable cuyos valores solo pueden pertenecer al conjunto de estados del sistema. Este sistema es modelado mediante las cadenas de Markov; por lo tanto, es una variable que cambia de valor en el tiempo, cambio al que se llama Transición.

Dicho de otro modo, se trata de una colección indexada de variables  $E_t$ , donde  $t$  denota intervalos temporales significativos para el sistema en estudio. Los posibles valores de  $E_t$  se toman de un conjunto de categorías mutuamente excluyentes, denominadas “Estado del Sistema”. Por ser el sistema estocástico, no se conocerá con certeza el estado del sistema en un determinado instante, sino tan solo la probabilidad asociada a cada uno de los estados. Este hecho puede expresarse en términos de probabilidad condicional.

$$P \{E_t = j | E_{t-1} = i, E_{t-2} = e_{t-2}, E_{t-3} = e_{t-3}, E_0 = e_0\} = P \{E_t = j | E_{t-1} = i\} = P_{ij}$$

Donde:

“i”, “j”: Pertenecen al conjunto de estados posibles del sistema.

$P_{ij}$ : Recibe el nombre de probabilidad de transición del estado “i” al estado “j”.

Cuando  $P_{ij}$  cumplen las propiedades antes descritas, la matriz  $P$ , es una matriz estocástica la cual cita la propiedad que la suma de los valores de las filas de la matriz tiene que ser igual a 1 (la suma de los valores de las columnas no tienen ninguna propiedad especial)

En una cadena de Markov de primer orden, el estado del sistema en el futuro depende del estado presente “i”

Los modelos de cadenas de Markov, son funciones de dos variables, uno es el estado del sistema y el segundo en función del tiempo de observación; esto conlleva a cuatro tipos de formulaciones de modelos, donde las variables pueden ser consideradas como discretas y continuas. Con respecto a las ocurrencias son

variables discretas y la última corresponde a variables del tipo, tiempo de observación.

A nivel de sistemas, donde por lo general hay redundancias, es más apropiado este modelo. Un sistema puede tomar un conjunto de estados, cada uno definido por una situación particular de los equipos y dentro de los cuales evoluciona las tasas conocidas. Se supone que en un momento “ $t$ ” determinado, el sistema se encuentra en un estado particular “ $i$ ”. Desde ese estado, en el intervalo siguiente  $\Delta T$ , podrá saltar o pasar a otro estado cualquiera “ $j$ ” con una tasa  $\lambda_{ij}$ , en el intervalo del tiempo subsiguiente. Esta evolución ocurre entre todos los estados del sistema, representado por la figura 3.1.

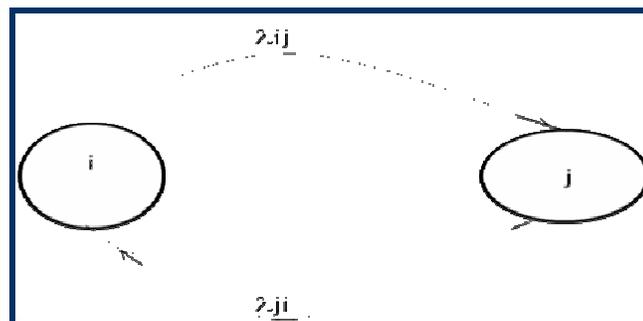


Figura 3.1. Evolución entre los estados del sistema

La probabilidad de que en  $(t+\Delta t)$  el sistema se encuentra en el estado “ $i$ ” depende de un instante “ $t$ ”, el sistema ya se encuentra en el estado “ $i$ ” y se mantenga en ese estado durante  $\Delta t$ ; o que encontrándose en “ $t$ ” a otro estado cualquiera “ $j$ ” salte al estado “ $i$ ” en el intervalo  $\Delta t$ . Si se encuentra en el estado “ $i$ ”, la probabilidad de que en el intervalo  $(t+\Delta t)$  se mantenga en el intervalo “ $i$ ”, dependerá de la probabilidad de que no cambie de estado durante el intervalo  $\Delta t$ . La probabilidad de

que el estado en el intervalo  $\Delta t$  va a estar dado por la sumatoria de todas las probabilidades de salto a los demás estados o sea:

$$\text{Probabilidad de que no cambie de estado en } \Delta t = 1 - \sum_{j \neq i}^n \lambda_{ij} * \Delta t \quad (3.1)$$

Por lo cual la probabilidad de que se mantenga en el estado “i” será igual a la probabilidad de estar en el estado en “t”  $P_i(t)$ ; por la probabilidad de no cambiar de estado en el lapso  $\Delta t$ , es decir:

$$\text{Probabilidad de mantenerse en el estado “i” en } \Delta t = P_i(t) * 1 - \sum_{j \neq i}^n \lambda_{ij} * \Delta t \quad (3.2)$$

Si en el instante “t” estuviera en otro estado, podría pasar al estado “i” en el lapso  $\Delta t$  la probabilidad de que estando en un estado distinto al “i” en el instante “t” y salte al estado i en  $(t + \Delta t)$  es igual al producto de la probabilidad de estar en cualquier estado “j” distinto al “i”  $P_j(t)$ , por la probabilidad de saltar de ese estado “j” al estado “i” durante  $\Delta t$ ,  $\lambda_{ji} * \Delta t$ . la sumatoria de todas estas probabilidades es:

$$\text{Probabilidad de saltar al estado “i”} = \sum_{j \neq i} (P_j(t) * \lambda_{ji} \Delta t) \quad (3.4)$$

Por lo cual la probabilidad de estar en  $(t + \Delta t)$  en el estado “i” resulta dada por

$$P_i(t + \Delta t) = P_i(t) * [1 - \sum_{j \neq i} (\lambda_{ij} * \Delta t)] + \sum_{j \neq i} (P_j(t) * \lambda_{ji} \Delta t) \quad (3.5)$$

Operando sobre esta expresión, resulta

$$\frac{P_i(t+\Delta t) - P_i(t)}{\Delta t} = P_i(t) * \sum_{j \neq i} (\lambda_{ji} * \Delta t) + \sum_{j \neq i} (P_j(t) * \lambda_{ji} \Delta t) \quad (3.6)$$

Que tiene la forma:

$$P_i'(t) = \frac{dP_i(t)}{dt} = P_i(t) * \sum_{j \neq i} (\lambda_{ji} * \Delta t) + \sum_{j \neq i} (P_j(t) * \lambda_{ji} \Delta t). \quad (3.7)$$

Si el sistema tiene  $n$  estados, resultan  $n$  ecuaciones diferenciales.

### 3.1.1. Matrices de probabilidades de transición

En las cadenas de Markov finitas de primer orden, la forma más idónea de expresar la ley de probabilidades condicionales de las mismas, es mediante la llamada matriz de las probabilidades de transición  $P$ , o más sencillo, matriz de cadenas.

Dichas matriz, es cuadrada con tantas filas y columnas, como estados tiene el sistema y los elementos de la matriz representan, la probabilidad de que el estado próximo sea el correspondiente a la columna, si el estado actual cumple con la propiedad siguiente:

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1 \quad (3.8)$$

Por definición de probabilidad, cada una de ellas no debe ser negativa

$$P_{ij} \geq 0 \quad (3.9)$$

### 3.2. Vector estocástico

Se le llama vector estocástico a un vector que posea las siguientes propiedades:

$$[P(i)] = [p_0(i) * p_1(i) * p_2(i) \dots] \quad (3.10)$$

$$0 \leq p_n(i) \leq 1 ; \forall n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.11)$$

$$\sum_n p_n(i) = 1 \quad (3.12)$$

### 3.3. Diagramas de Venn

Un diagrama de Venn, es normalmente establecido como un rectángulo que representa el espacio total de probabilidad "S", la superficie "S" encierra o representa todo el espacio donde se desarrollan los eventos. Puede haber dos o más acontecimientos dentro en este espacio para que las probabilidades deban ser combinadas.

Esta consideración pueden ser limitados por dos eventos A y B. un caso si un evento A es totalmente cerrado por un evento B mostrado en la figura 3.2.a, y luego en evento es un subconjunto del suceso B: este se trata de una asociación particular entre A y B y uno de carácter mas general, es que A y B se solapen parcialmente que se muestra en la figura 3.2.b; otro es el caso que no se solapen mostrado en la figura 3.2.c.

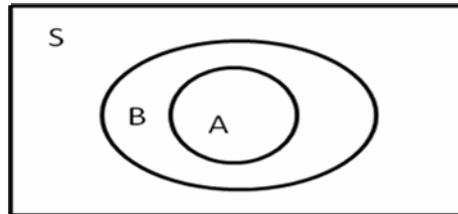


Figura 3.2. (a) evento A encerrado por B

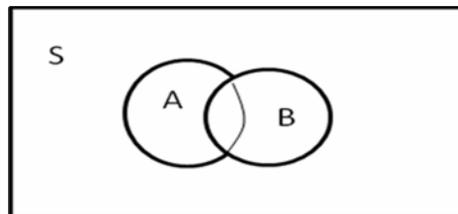


Figura 3.2. (b) eventos solapados

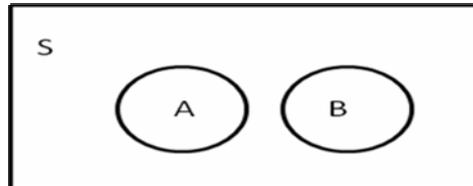


Figura 3.2 (c) eventos no solapados

### 3.4. Reglas de combinaciones de las probabilidades

#### 3.4.1. Regla N° 1 eventos independientes

Dos eventos son independientes si la ocurrencia de un evento no afecta a la probabilidad de ocurrencia del otro evento.

### 3.4.2. Regla N° 2 eventos mutuamente excluyentes

Dos eventos se dicen que son mutuamente excluyentes o disjuntas si no pueden ocurrir al mismo tiempo. Por medio de la representación de diagramas de Venn se representa en la figura 3.2.c: caso en que los dos A y B no se solapan. Cuando un caso se ha producido, un suceso B no puede ocurrir. En el diagrama de Venn de la figura 3.2.c; además de A y B son posibles debido a que el espacio ocupado por los acontecimientos A y B no ocupan todo el espacio S.

### 3.4.3. Regla N° 3 eventos complementarios

Dos resultados de un evento se dice que son complementarios, sí, cuando un resultado no se produce. Esto es representado en el diagrama de Venn en la figura 3.3 y la ecuación correspondiente a esta regla se muestra:

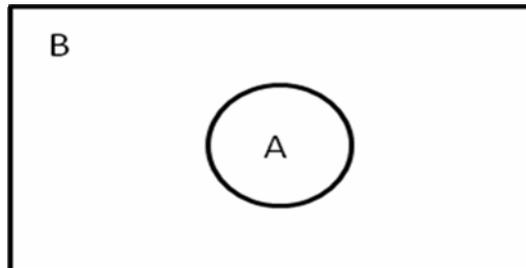


Figura 3.3. Eventos complementarios

Si los dos resultados A y B tienen probabilidades  $P(A)$  y  $P(B)$

A continuación:

$$P(A) + P(B) = 1 \quad \text{o} \quad P(B) = P(\hat{A}) \quad (3.13)$$

Donde  $P(\hat{A})$  es la probabilidad que no produzca ninguna ocurrencia.

Del mismo modo, si un dispositivo puede estar en estado de éxito, cuyos éxitos y estados fallidos son complementarios. A partir de este, es evidente que también son complementarios eventos mutuamente excluyentes, sino que lo contrario, dos eventos mutuamente excluyentes no son necesariamente complementarios.

#### 3.4.4. Regla N° 4 eventos condicional

Los eventos condicionales ocurren en forma de apariciones eventuales de otros sucesos. Se considera la posibilidad de dos sucesos A y B y también considerar la probabilidad de un evento que ocurre con la condición de que el suceso B ha ocurrido. Esto se describe matemáticamente como  $P(A/B)$ . Este valor de probabilidad se puede deducir de un análisis de Venn.

El diagrama de muestra en la figura 3.4 ya que;

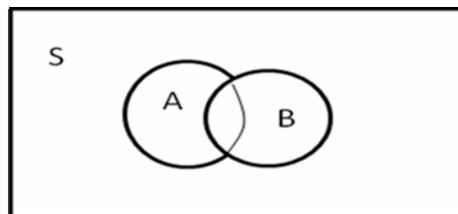


Figura 3.4. Intersección

$$P(A/B) = \frac{\text{numeros de formas de A y B que puede productr}}{\text{numero de formas de B que puede ocurtr}} \quad (3.14)$$

El número de formas de A y B que pueden ocurrir, es el área de superposición mostrada en la figura 3.4. Y está representada matemáticamente por  $(A \cap B)$ , la probabilidad puede ser deducido por:

$$P(A \cap B) = \frac{(A \cap B)}{S} \quad (3.15)$$

De igual manera:

$$P(B) = \frac{B}{s} \quad (3.16)$$

Por lo tanto:

$$P(A/B) = \frac{S \cdot P(A \cap B)}{S \cdot P(B)} \quad (3.17)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad (3.18)$$

### 3.4.5. Regla N° 7 aplicación probabilidad condicionada

El concepto de probabilidad condicional se introdujo en la regla N° 4, cuando se consideró que un evento depende de un otro evento B. de este principio puede ser ampliado para considerar la ocurrencia de un evento A, que depende de una serie de eventos mutuamente excluyentes  $B_i$ .

A partir de la ecuación:

$$P(A \cap B) = P(A|B) * P(B) \quad (3.19)$$

Con el uso de la ecuación anterior, se deduce el siguiente conjunto de ecuaciones para cada  $B_i$ :

- $P(A \cap B_1) = P(A|B_1) * P(B_1)$
- $P(A \cap B_2) = P(A|B_2) * P(B_2)$
- $P(A \cap B_3) = P(A|B_3) * P(B_3)$
- $P(A \cap B_i) = P(A|B_i) * P(B_i)$
- $P(A \cap B_n) = P(A|B_n) * P(B_n)$

O cuando se combinan:

$$\sum_{i=1}^n P(A \cap B_i) = \sum_{i=1}^n P(A|B_i) * P(B_i) \quad (3.20)$$

Si la ecuación anterior, se resume en la lista exhaustiva de los acontecimientos entonces  $B_i$  como por ejemplo una situación de cuatro de estos eventos se muestra en la en la figura 3.5.

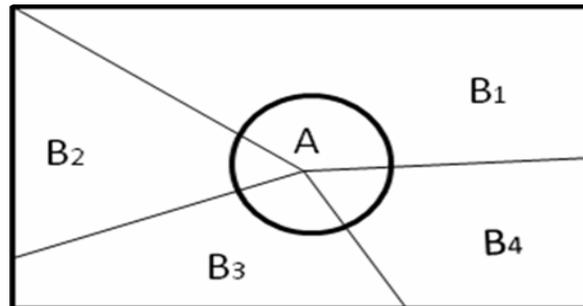


Figura 3.5. Probabilidad condicional

De la ecuación anterior se puede reducir:

$$\sum_{i=1}^N P(A \cap B_i) = P(A) \quad (3.22)$$

Donde:

$$P(A) = \sum_{i=1}^N P(A/B_i) * P(B_i) \quad (3.23)$$

Esta ecuación tiene muchos usos en la fiabilidad de evaluación algunas de las cuales se consideran en los siguientes capítulos.

### 3.5. Propiedad ergòdica en una cadena de Markov

Esta propiedad permite evidenciar la posibilidad de tener un régimen limite o permanente en un fenómeno estocástico estacionario.

Se puede demostrar que, si la matriz de transición  $[\tau]$ , no puede reducirse y tampoco es periódica, entonces:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = [P(\infty)] = [P]$$

En donde:

$$P_n > 0; \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Es decir; que las probabilidades de estado tienden hacia valores límites  $P_0, P_1, P_2, \dots, P_n$ ; independientes de la distribución inicial  $[P_0]$ .

En este caso, el sistema es estable en probabilidad y la matriz de transición correspondiente la llamamos “ergódica”.

Se llama “Régimen Permanente” a aquel que corresponde al vector  $[P(\infty)]$ , para el caso en el cual el sistema tiene propiedad ergódica.

Cualquier otro tipo de régimen se llama “transitorio”, en el cual, los vectores  $[P(i)]$  para valores discretos o  $[P(t)]$  valores continuos son función del tiempo.

El régimen permanente cuando exista se obtendrá resolviendo la ecuación matricial.

$$[P(\infty)]_{(i+1)} = [P(\infty)]_{(i)} * [\tau]$$

### 3.6. Procesos discretos de Markov

Se define procesos discretos de Markov, ya que el sistema es estacionario y el movimiento entre los estados se produce en pasos discretos. Es decir las probabilidades de permanecer o salir de un estado particular en un tiempo finito,

también se muestran en la figura 3.6. Las probabilidades se supone que es constante para todos los tiempos en el futuro. Considerar el primer intervalo de tiempo y asumir que el sistema está inicialmente en el estado 1, el sistema puede permanecer en estado 1, con una probabilidad de  $1/2$  o puede mover (hacer una transición) en el estado 2 con una probabilidad de  $1/2$ . Es importante reconocer que la suma de estas probabilidades debe ser la unidad, el sistema debe permanecer en el estado o están considerando moverse fuera del estado. Este principio se aplica por igual a todos, sin importar el grado de complejidad existente en el sistema o cuántas maneras hay de salir de un estado dado. Una vez que el sistema que se muestra en la figura 3.6. Se encuentra en estado 2 puede permanecer en él con una probabilidad de  $3/4$ , o puede hacer una transición de vuelta al estado 1 con una probabilidad de  $1/4$  durante el próximo intervalo de tiempo.

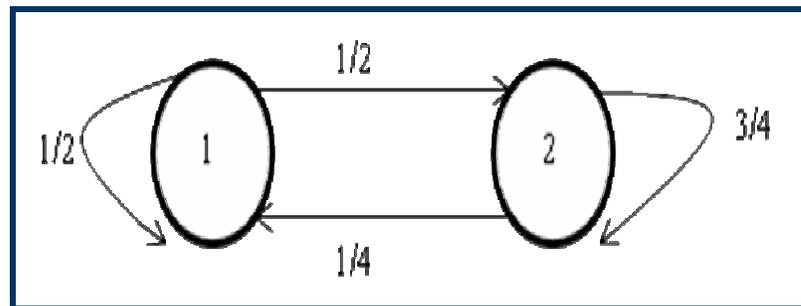


Figura 3.6. Sistema de dos estados

Esta cifra supone que el sistema se inicia en el estado 1, muestra los estados en que el sistema puede residir después de cada paso o intervalo de tiempo y considerar un máximo de cuatro intervalos de tiempo. Se usan la misma técnica para las probabilidades evaluada, y después de cada estado probabilidades intervalos de tiempo, el estado se muestra en la tabla de probabilidades. En la figura 3.7, el número de intervalos de tiempo se incrementa, el cual los valores de las probabilidades tienden a un valor límite. Esto es característico en la mayoría de los sistemas que

satisfagan las condiciones de Markov, estos valores límite y la probabilidad que se conoce como la limitación de tiempo o de estado independiente de los valores del estado de las probabilidades en condiciones iniciales.

En la mayoría de estos problemas de evaluación de la confiabilidad, las condiciones iniciales son conocidas, y los problemas se centra en la evaluación de la confiabilidad de dicho sistema, extendiéndose hacia el futuro. El comportamiento transitorio, es muy dependiente de las condiciones iniciales el cual puede ser evaluado un gráfico similar como se muestra en la figura 3.7. Para el caso cuando el sistema se encuentra inicialmente en el estado dos, en lugar del estado 1. Esta evaluación proporciona una muy interesante e importante conclusión. Esto es que, si bien, el comportamiento transitorio es muy dependiente de las condiciones iniciales, los valores límite de las probabilidades de estado, son totalmente independientes de las condiciones iniciales, los valores límite de las probabilidades de estados y ambos tienden a la misma limitación de valores de estado esto se muestra en las figuras 3.7.

Un sistema o proceso para el cual los valores límite de las probabilidades, son independientes de las condiciones iniciales, se conoce como ergódica. No todos los sistemas se caracterizan por ergodicidad. Para un sistema sea ergódica, es esencial que todos los estados de un sistema lleguen a todos los demás estados del sistema, ya sea directamente o indirectamente a través de un estado intermedio. Si esto no es posible y todo el estado, una vez que entró no puede tener una transición de estado, el sistema no es ergódica y los estados se conocen como la absorción de los estados.

A pesar de la limitación o las probabilidades de estado para el estado de cualquier sistema ergódica son independientes de las condiciones iniciales, la tasa de convergencia hacia la limitación - valor de estado puede depender de las condiciones iniciales y es dependiente de las probabilidades de realizar las transiciones entre los estados del sistema.

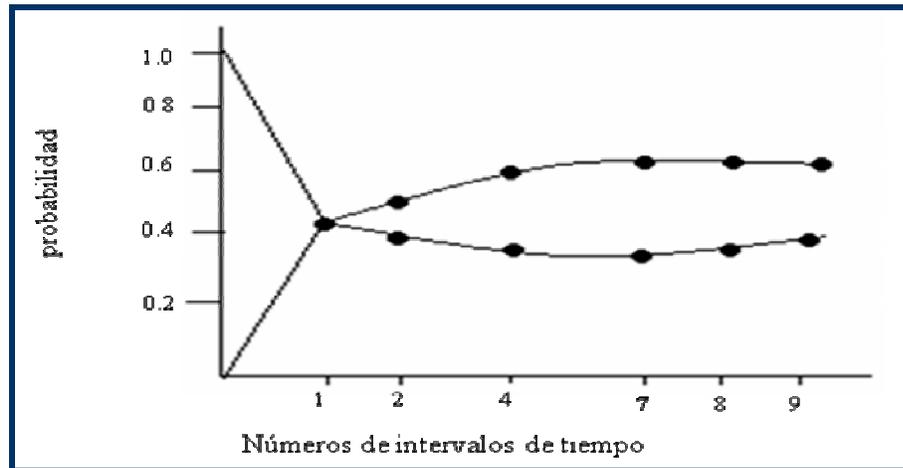


Figura 3.7. Sistema de comportamiento transitorio

### 3.6.1. Absorción de los estados

La absorción de los estados en algunos sistemas puede ser la que, una vez entrando al sistema, no se puede dejar hasta que el mismo se inicie una nueva misión. Estos pueden ser identificados fácilmente en términos de sistemas orientados a la misión como el fracaso catastrófico, en caso de estados donde la probabilidad de entrar debe ser minimizada para garantizar el funcionamiento seguro de la misión u buen funcionamiento del sistema. En tales casos, un requisito del análisis de la confiabilidad, es evaluar el número medio de intervalos de tiempo en que el sistema se encuentra en uno de los no-estados, o de absorción, de otra manera se expresa, por el número de intervalos de tiempo que el sistema esta en buen funcionamiento en promedio, antes de que entra en la absorción de uno de los estados. El principio de este sistema también puede aplicarse a sistemas que pueden ser reparados, con el fin de evaluar el número medio de intervalos de tiempo de los sistemas que funcionan de manera satisfactoria antes de entrar en un estado o situación indeseable.

En este caso, el estado no puede tener una transición de un estado a otro, se define como la absorción de los estados. Las siguientes técnicas para evaluar el número de intervalos de tiempo, pueden ser utilizadas tanto para sistemas en operación continua como para el sistema de reparación. Se considera los dos estados del sistema en la figura 3.6, si el sistema se inicia en estado 1, la probabilidad de seguir residiendo en este estado sin tener que entrar en estado 2 se hace progresivamente más pequeñas, el número de intervalos de tiempo aumenta siempre y cuando el número de intervalos de tiempo, se permite convertirse en suficientemente grandes, el cual el sistema debe entrar finalmente estado 2.

Matemáticamente esto se debe a que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0 \quad (3.24)$$

Donde  $n$  es el número de intervalos de tiempo y  $(1 / 2)$  es la probabilidad de permanecer en estado 1. Si en este ejemplo, el estado 2 se define como un estado de absorción, se deduce que, finalmente este estado se debe introducir. Esto se aplica a todos los sistemas a menos que la probabilidad de que el residente de estado es la unidad, que es más improbable. El problema es evaluar el valor medio de los intervalos de tiempo antes de la absorción de estado alcanzado. Si  $P$  es la probabilidad de transición de matriz estocástica del sistema, una matriz  $Q$  truncado puede ser creada por la supresión de la fila ( $s$ ) y la columna ( $s$ ) asociado con la absorción de estado ( $s$ ). En el caso de la matriz  $P$  por la ecuación 3.24. Se muestra este truncamiento el cual da lugar a una matriz  $Q$ , de haber sólo un elemento, a saber,  $(P_{11})$  si el estado 2, se define como la absorción de estado. Este truncamiento de la matriz  $Q$ , representa el conjunto de estados de transición y es necesario para evaluar el número esperado de los intervalos de tiempo para que el sistema permanezca en uno de los estados representados en esta matriz.

El principio matemático de esta situación

$$E(x) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i * P_i \quad (3.26)$$

Este principio no sólo se aplica a los elementos de probabilidad  $P_i$  única, sino también a varios elementos de probabilidad representada por la matriz. Por lo tanto, si “n” es el número de intervalos de tiempo.

$$N = 1 * I + 1 * Q + 1 * Q^2 + \dots + 1 * Q^{n-1} \quad (3.25)$$

Donde I es la matriz identidad (o unidad)

$$I = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (3.26)$$

El principio de la ecuación 3.25. Se puede explicar de la siguiente manera. La matriz identidad representa, la probabilidad de todas las posibles condiciones iniciales. La unidad de la fila 1, representa las contribuciones a la expectativa de que el sistema pase al estado 2, y así sucesivamente. Cada uno de los dígitos de la unidad en la ecuación representa intervalos de tiempo en el futuro del sistema. Estas son equivalentes a la ecuación 3.25. “Xi “El primer intervalo de tiempo, con probabilidad de que ocurra la segunda probabilidad lo es representado por Q, la tercera con probabilidad representa  $Q^2$  y así sucesivamente, los intervalos de la “n”, es la que entra en la absorción de estado.

La ecuación 3.26, por lo tanto es la ecuación explícita de la ecuación 3.25

A partir de la ecuación 3.25. Tenemos

$$N = I + Q + Q^2 + \dots + Q^{n-1} \quad (3.27)$$

La ecuación anterior no está evaluada. En lugar consideramos la matriz identidad

$$[I - Q] * [I + Q + Q^2 + \dots + Q^{n-1}] = I - Q^n \quad (3.28)$$

La ecuación 3.28 puede ser fácilmente verificada por la multiplicación de la parte izquierda.

Donde de la ecuación 3.24 se tiene

$$\lim_{n \rightarrow \infty} Q^n = 0$$

$$Y : n \rightarrow \infty$$

Entonces:

$$I - Q^n \rightarrow I$$

Entonces la ecuación 3.28 queda de la siguiente manera:

$$[I - Q] * [I + Q + Q^2 + \dots + Q^{n-1}] = I$$

O lo que es igual

$$I + Q + Q^2 + \dots + Q^{n-1} = [I - Q]^{-1} * I \quad (3.29)$$

Y la ecuación 3.25 y 3.29 queda de la siguiente manera:

$$N = [I - Q]^{-1} \quad (3.30)$$

### 3.7. Procesos continuos de Markov

Los procesos continuos de Markov se utilizan para describir sistemas con un número finito y discreto de los estados en los que puede encontrar, y que están funcionando en un espacio continuo del tiempo [Billinton 92]. Un sistema puede ser modelado en dos estados:

- Estado de funcionamiento o de disponibilidad.
- Estado de indisponibilidad o averiado.

El sistema continuo de Markov con dos estados y dos tasas de transición  $\lambda$  y  $\mu$ . Estas tasas se definen como:

$$\lambda = \frac{\text{Nº de fallas en el sistema durante un periodo considerado}}{\text{Tiempo total durante el cual el sistema estaba expuesto a fallas}} \quad (3.31.a)$$

$$\mu = \frac{\text{Nº de reparaciones del sistema durante un periodo considerado}}{\text{Tiempo total durante el cual el sistema estaba siendo reparado}} \quad (3.31.b)$$

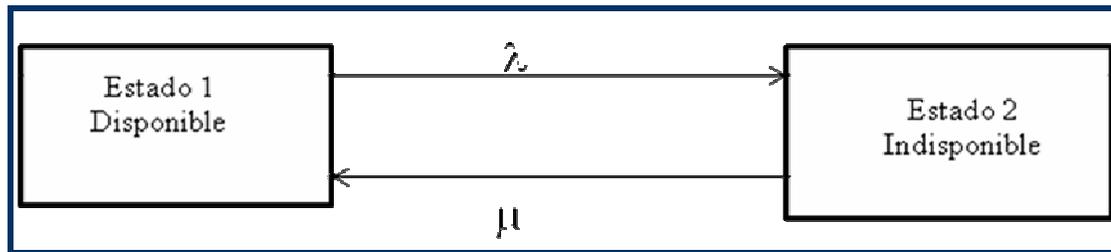


Figura 3.8. Procesos continuos de Markov en un sistemas con dos estados

Si además las tasas de transición entre estados son constantes con el tiempo, se denomina un proceso estático de Markov. El que las tasas de transición entre estados sean constantes quiere decir que la probabilidad de que el sistema pase a un estado a otro es independiente del tiempo que lleva en un estado. En el caso del sistema con estados de indisponibilidad y disponibilidad, es decir de que la probabilidad que el sistema falle o sea reparado es la misma independientemente del tiempo que lleve funcionando o que se encuentra en un estado de falla. Esta suposición es válida si el sistema se haya en el periodo de vida útil del mismo. Es habitual que los sistemas tengan tasas de fallas con respecto al tiempo del tipo bañera figura 3.6. En los primeros momentos de vida de un sistema, existe lo que lleva por nombre *fallas precoces* del sistema, que obedecen a fallas de fábrica del mismo. Una vez sobrepasado ese periodo, el sistema entra en periodo de *vida útil*, donde las fallas aparecen de forma aleatorias, y corresponden a una tasa de fallas constante. Al final de su vida, el sistema entra en la fase de envejecimiento, donde los fallos son más frecuentemente y las tasas de fallas crecen.

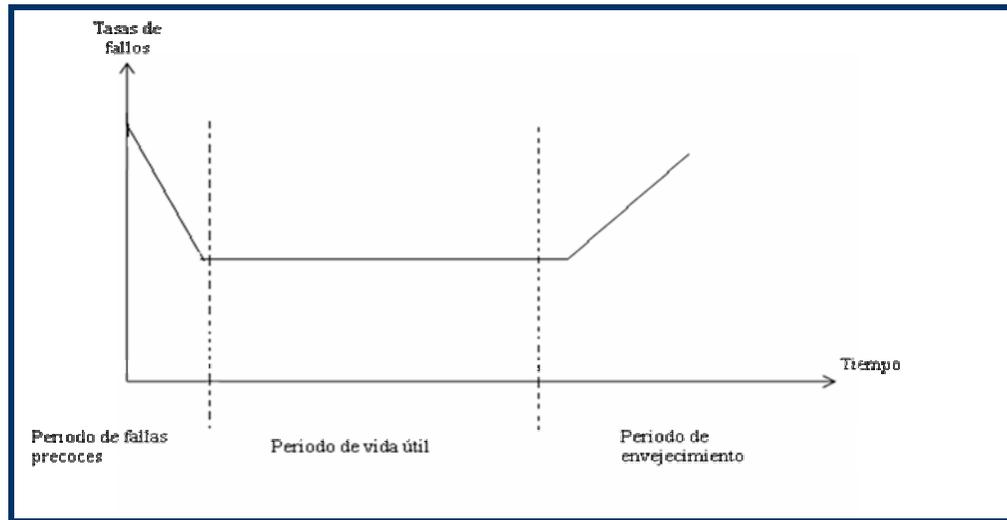


Figura 3.9. Tasas de fallos de un componente durante su vida útil.

### 3.8. Misión orientada a los sistemas

Considerando los componentes del sistema que son reparables. El diagrama de estado puede ser representado también por sistemas compuestos por elementos no reparables ambos se pueden resolver por el método de Markov. La única diferencia entre estos sistemas y los sistemas reparables es que las componentes de transición de sistemas no reparables no existen. El diagrama de estado de dos componentes idénticas es modificado por el diagrama de la figura 3.8

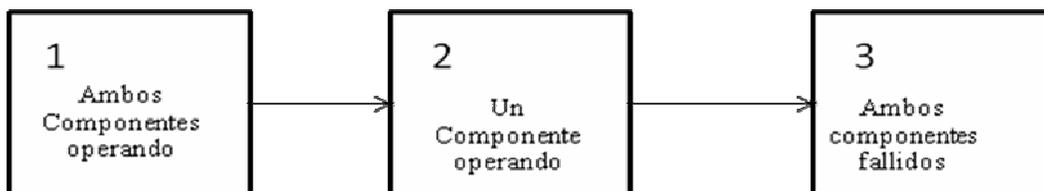


Figura 3.10. Diagramas de estados de dos componentes idénticos no reparables

En este caso, el sistema ya no es ergódico, ya que no todos los estados no pueden comunicarse y un estado está en estado de absorción. El tiempo depende de las probabilidades de los sistemas no reparables y pueden ser evaluados usando la técnica de procesos de Markov, de la misma manera para los sistemas reparables. El estado límite de las probabilidades, no tienen ninguna importancia, puesto que, en el límite, la probabilidad de que residen en el estado de absorción y esta representada por la unidad y la probabilidad de que todos los no residentes en la absorción de estado es cero.

### **3.9. Diagramas de estados**

Todos los estados en que los sistemas pueden residir deben incluirse en dichos esquemas y todas las formas en las que las transiciones entre los estados pueden producirse deben insertarse. No hay restricciones básicas sobre el número de estados o el número de transiciones que se pueden insertar.

Es imposible mostrar todas las posibles variaciones que pueden ocurrir en la práctica, solo un seleccionado número de ejemplos se muestran.

Esta fase es muy importante, ya que se traduce el conocimiento de la operación del sistema en un modelo matemático que se puede resolver a través de la técnica de Markov. Cabe destacar que no existen modelos matemáticos, que eliminan la necesidad de ejercer criterios técnicos y la exigencia de una profunda y exhaustiva comprensión de la física y lógica de funcionamiento del sistema. Las técnicas se presentan a lo largo de este capítulo, el cual son las herramientas para la evaluación de la confiabilidad del sistema, la forma de estos estados y la comunicar los valores de las tasa de transición

### 3.9.1. Diagrama de estado para un único componente reparable

En algunas situaciones prácticas, un único componente puede ser mejor representado por más de 2 estado. Por ejemplo, un motor, en buen estado de funcionamiento puede ser capaz de ofrecer la plena producción, bajo ciertas condiciones, puede sólo ser capaz de entregar parcial de salida (conocido como una salida parcial o un estado fracasado o falla, cuando no es capaz de entregar su potencia. Por lo tanto, hay estados, como se muestra en la figura 3.9 en una aplicación práctica, de los estados que puedan existir y que es necesario y que se puedan apreciar estos estados adicionales y los representan en el diagrama.

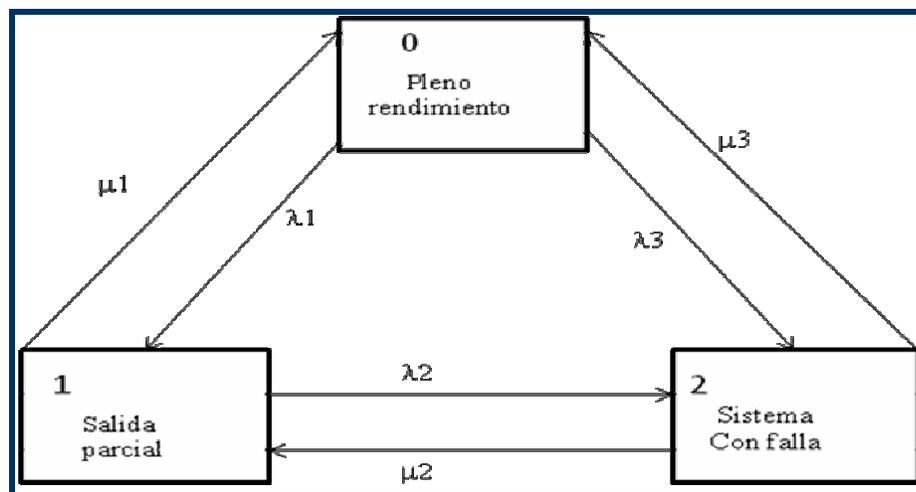


Figura 3.11. Diagramas de estado con un componente salida parcial del sistema

El diagrama que muestra la figura 9.2 incluye todas las tasas de transición. Algunas de estas personas no existen físicamente en la práctica, en cuyo caso debe ser omitido en el diagrama. Uno de los más probables es que las transiciones no existe la tasa  $\mu_2$ , ya que es probable que una vez fracasado, o que el componente falle, el proceso de reparación se devolverá a la plena operatividad.

### 3.9.2. Sistemas con dos componentes reparación

Si el sistema consta de dos componentes reparables existen cuatro posibles estados en que el sistema puede tener. Si  $\lambda_1, \mu_1$  y  $\mu_2$ , son las tasas de fracaso y la reparación de los componentes 1 y 2, respectivamente, el diagrama de estado incluye las tasas de transición se muestra en la figura 3.12.

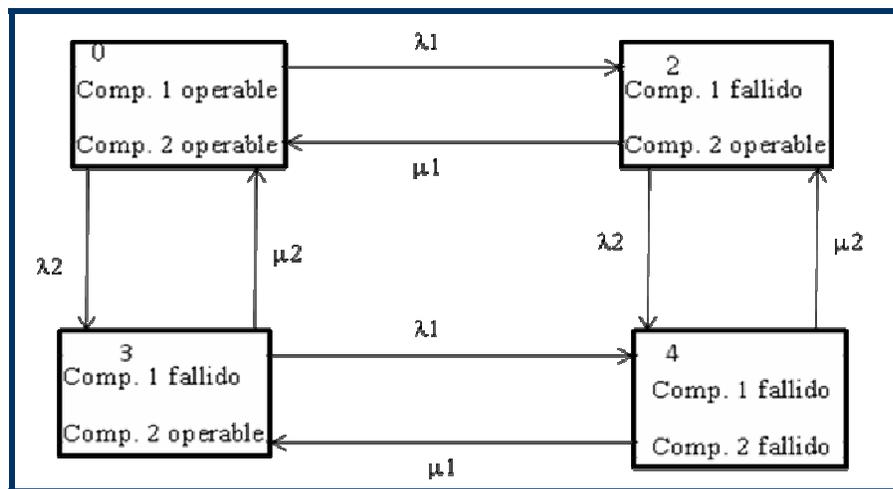


Figura 3.12. Diagrama de estado de dos componentes en el sistema.

Una característica importante de reconocer en este ejemplo es que el diagrama de estado que se muestra en la figura 3.12, es la independencia de si son los dos componentes que están conectados en series y en paralelo redundante. En el caso de una conexión serie de estado del sistema 1 es el sistema con una operatividad del 100% y el estado 2, 3 y 4 se establece una falla en el sistema, en el caso de un sistema redundante en paralelo, los estados 1,2, y 3 en estado operativo .

Sistemas conectados en series:

$$P_{\text{operable}} = A = P1$$

$$P_{\text{falla}} = U = P_2 + P_3 + P_4$$

Sistemas conectados en paralelo redundante:

$$P_{\text{operable}} = A = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_{\text{falla}} = U = P_4$$

Aplicar estas ecuaciones para el tiempo depende del Estado y de limitar las probabilidades. Como en el caso de la única componente reparable estados adicionales se pueden añadir al diagrama de la figura 3.9 para representar a la operatividad o estado de salida parcial. Algunos estados de transición en el modelo de diagramas de estado no pueden ser físicamente posibles y debe ser suprimido y otros tal vez se añada. Por ejemplo, si ambos componentes del sistema han fallado, la reparación del componente 2 nunca podrá ser iniciado hasta que el componente 1 se ha reparado en cuyo caso la transición  $\mu_2$  del estado 4 al estado 2 no existiría. También puede ser posible para los dos componentes fallan simultáneamente, en cuyo caso un estado de transición entre 1 y 4 existen. Esta transición implica un modo común o causa común, del fracaso y no se considera aún más. En algunas situaciones, el diagrama de estado que se muestra en la figura 3.10. Puede ser simplificado y reducido. Por ejemplo, cuando uno de los componentes conocidos falla en un sistema de serie, el otro componente ya no está operativo y su tasa de falla en estas circunstancias se convierte en cero, para este caso, y para el caso 4 no existe, dejando sólo los estados 1-3 y la transición entre estos tres tipos de estado.

Si ambos componentes son idénticos, los estado 2 y 3 también son idénticos y pueden combinarse para dar una reducción del estado 3 del sistema como se muestra en la figura 3.12. Los términos indican que  $2\lambda$ , y  $2\mu$  se muestra en la figura 3.113.

Indicando dos componentes en estado de falla y reparación respectivamente en el siguiente incremento del tiempo y que uno de las dos fallas pueden ser reparados, pero no a ambos en este intervalo de tiempo.

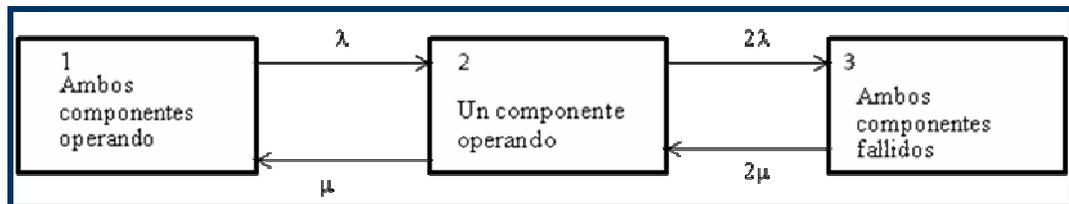


Figura 3.13. Diagramas de estado de dos componentes idénticos

### 3.10. Matriz estocástica de probabilidades de transición

En el caso de las cadenas discretas de Markov, se introdujo una matriz que presenta las probabilidades de transición de un estado del sistema a otro. Esto es relativamente fácil de apreciar en el caso de cadenas discretas de Markov, cada intervalo es constante. La misma matriz de probabilidad de transición estocástica se puede derivar de un proceso continuo de Markov. La diferencia básica es que en este caso, un intervalo de tiempo discreto no es parte del problema de especificación.

Un incremento en el intervalo de tiempo que es lo suficiente pequeña que la probabilidad de dos o más transiciones de matriz estocásticas. Una matriz de probabilidades estocásticas de transición se puede derivar en términos discretizado de forma continua del proceso, ya que la probabilidad de ocurrencia de una transición de este intervalo es igual a la tasa de transición en el intervalo de tiempo. Si la tasa de falla de un componente  $\lambda$  es la probabilidad de una falla en el tiempo de transición  $\Delta t = \lambda \Delta t$  y la probabilidad de no fallar en un tiempo de transición es  $\Delta t = 1 - \lambda \Delta t$

En el caso de que el único componente de reparación representado en la figura 3.6. La matriz estocástica de probabilidad de transición P es:

$$P = \begin{pmatrix} 1 - \lambda & \lambda * \Delta t \\ \mu * \Delta t & 1 - \mu \Delta t \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

### 3.10.1. Método de matriz de multiplicación

Un método alternativo para evaluar la probabilidad dependiente del tiempo es utilizar una matriz basada en el método de multiplicación que se ha descrito para métodos discretos de Markov.

En este método, la matriz de probabilidad de transición estocástica se construye para un pequeño intervalo de tiempo  $\Delta t$  como se muestra en la ecuación (3.32). Para la reparación de un componente único. En este caso, sin embargo el valor de  $\Delta t$  no puede pasarse por alto cuando es posible cuando se evalúa el estado que limita las probabilidades. El valor real de  $\Delta t$  no deben ser tales que la probabilidad de que dos o mas estados de transición se producen en este intervalo de tiempo es insignificante. Esto requiere un profundo conocimiento del sistema que se está analizando, en algunos casos, el incremento debe ser mucho menos de un minuto si la transición se produce con frecuencia, mientras que en otros pueden ser una hora o mas. Un nuevo cálculo puede ser realizado por un valor menor de  $\Delta t$  y este proceso continuo hasta dos conjuntos de resultados son aceptable dentro de una tolerancia.

Después de haber deducido la matriz de transición estocástica de probabilidad para el intervalo de tiempo  $\Delta t$  la matriz puede ser multiplicada por si mismo continuamente hasta que el periodo de tiempo necesario para el estudio. Por ejemplo, si el valor de A se establece 10 minutos y un periodo de estudio de 8 horas se

requiere la matriz; este debe ser multiplicado por si mismo como se dijo en el párrafo anterior se muestra entonces:

$$\text{N}^\circ \text{ de multiplicación} = \frac{(8 \times 60)}{10} = 48 \text{ veces.}$$

Aunque el número de multiplicación, en la práctica pueden hacerse muy grandes, el método, es muy rápido en un ordenador digital, es mucho más simple que el método de la ecuación diferencial, particular para grandes sistemas, y es una opción razonable de  $\Delta t$ , el cual se puede dar con mas precisión; perfectamente aceptable para todo propósito practico.

### 3.10.2. Método de la matriz estocástica de la probabilidad de transicion

Es un método alternativo a utilizarse; el principio de la matriz de las probabilidades truncadas, en a que la fila y la columna asociada se suprime al estado de absorción de la matriz estocástica de la probabilidad de transición.

- Sistemas de dos componentes conectados en paralelo (redundante).

La matriz estocástica de probabilidades de transición de dos componentes idénticos se muestra en la ecuación:

$$P = \begin{bmatrix} 1 - 2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1 - \lambda - \mu & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1 - 2\lambda \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

La matriz P es truncado

$$Q = \begin{bmatrix} 1 - 2\lambda & 2\lambda \\ \mu & 1 - \lambda - \mu \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

La matriz Q deduce el número medio a medida que transcurre, antes que el sistema entra en la absorción de los estados. en el caso de un proceso continuo de Markov, las mismas técnicas se pueden utilizar para deducir el tiempo medio MTTF , que pueden transcurrir antes que el sistema entro en la absorción de estados . Se tiene:

$$M = [I - Q]^{-1}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 - 2\lambda & 2\lambda \\ \mu & 1 - \lambda - \mu \end{bmatrix}^{-1}$$

$$M = \begin{bmatrix} 2\lambda & -2\lambda \\ -\mu & \lambda + \mu \end{bmatrix}^{-1}$$

$$M = \frac{1}{2\lambda^2} \begin{bmatrix} \lambda + \mu & 2\lambda \\ \mu & 2\lambda \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

En el ejemplo el elemento  $m_{ij}$  de la matriz M significa el tiempo promedio en el estado j, dado que el proceso se inicia en el estado antes de ser absorbida. La matriz M se define generalmente como la matriz fundamental para que el sistema pueda ser más simple y más conveniente.

Si el sistema falla en el estado 1, el MTTF del sistema es:

$$MTTF = m_{11} + m_{22}$$

$$\text{MTTF} = \frac{(\lambda + \mu) + (2\lambda)}{2\lambda^2}$$

$$\text{MTTF} = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2} \quad (3.36)$$

La ecuación anterior se supuso que se inicia en el estado 1 y, por lo tanto, este estado se supone que es el estado normal del sistema. En algunos casos prácticos que el sistema puede ser considerado en estado operable que se denota como estado 2 en este caso, el MTTF del sistema es:

$$\text{MTTF} = m_{21} + m_{22}$$

$$\text{MTTF} = \frac{\mu + 2\lambda}{2\lambda^2} \quad (3.37)$$

- Sistemas de dos componentes conectados en serie:

En el caso de dos componentes conectados en serie, puede aplicarse la misma técnica, sin embargo existen casos donde el estado dos y tres se encuentran en el estado de falla, y por tanto, ambos pueden ser declarados de absorción de los estados.

La matriz Q truncado consta de un único elemento

$$Q = [1 - 2\lambda]$$

$$M = [I - Q]^{-1}$$

$$M = [2\lambda]^{-1}$$

Entonces:

$$MTTF = \frac{1}{2\lambda} \quad (3.38)$$

- Fallas en derivación:

La ecuación MTTF se considera como reciprocidad del sistema; por lo tanto las ecuaciones especificadas anteriores de MTTF, la expresión es similar para sistemas más complejos de reciprocidad, el cual se puede dar la eficacia de la tasa de fracaso de un sistema propio:

- Sistemas de dos componentes conectados en serie

$$\text{Tasa efectiva de falla} = 2\lambda. \quad (3.39)$$

- Sistemas de dos componentes conectados en paralelo donde ambos componentes son considerados en operación o en funcionamiento la ecuación para este sistema es :

$$MTTF = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2} \quad (3.40)$$

$$\text{Tasa efectiva de falla} = \frac{2\lambda^2}{3\lambda + \mu} \quad (3.41)$$

Se considera, que la tasa de MTTF o la falla en el sistema de dos componentes pueden ser asociadas a una sola función exponencial para dar una expresión de confiabilidad del sistema. El MTTF y la tasa eficaz de falla son simplemente valores medios y no son funciones de distribución exponencial; sin embargo las componentes individuales si podrá ser representado por distribución exponencial.

### 3.11. Técnica de la frecuencia y duración

Los conceptos básicos asociados con la técnica de frecuencia y duración se describen en términos de componentes que pueden ser reparados, usando para describir para este proceso las cadenas de Markov de procesos continuos referidos en el apartado anterior.

La probabilidad de residencia en el estado operable (disponibilidad del sistema).

La probabilidad de residir en el estado operable (indisponibilidad) está dada en la ecuación:

$$P_0 = P_0(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{m}{m+r} \quad (3.42)$$

$$P_1 = P_1(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{r}{m+r} \quad (3.43)$$

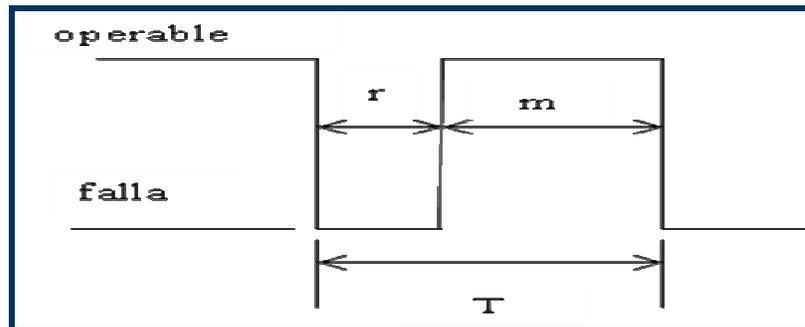


Figura 3.14 diagrama del tiempo medio.

En donde:

$\lambda$  = tasa de falla de un componente.

$\mu$  = tasa de reparación de un componente.

$m$  = tiempo medio de funcionamiento del componente.

$r$  = tiempo medio de reparación del componente.

Este sistema de estado y su transición asociada se pueden demostrar cronológicamente en un gráfico del tiempo.

En la figura 3.14, el periodo  $T$ , es el ciclo de tiempo del sistema y es igual a la suma del tiempo medio a la falla (MTTF) y tiempo medio de reparación (MTTR). Los ciclos de este momento se define como el tiempo medio entre fallos (MTBF), en algunas publicaciones, MTBF da lugar al MTTF utilizados, es evidente, sin embargo, que entre otras cosas, una importante diferencia conceptual entre MTTF y MTBF; Es la diferencia entre ellos, entonces dependerá del valor de MTTR. En la práctica el plazo de reparación suele ser muy pequeña en comparación con el tiempo de funcionamiento y esos valores numéricos de MTTF y MTBF son generalmente muy similares. Por lo que pueden ser definidos:

$$m = \text{MTTF} = \frac{1}{\lambda} \quad (3.44a)$$

$$r = \text{MTTR} = \frac{1}{\mu} \quad (3.44b)$$

$$T = \text{MTBF} = (m + r) = \frac{1}{f} \quad (3.44c)$$

Donde:

f = ciclo de frecuencia.

### 3.12. Aplicaciones de problemas con varios estados

Los conceptos básicos de la frecuencia y duración descritos anteriormente en la sección 3.10. Se pueden aplicar a cualquier tamaño o sistema reparable. En la práctica se encuentra un sistema de varias unidades individuales. el uso de la técnica a varias componentes (o los sistemas del estado ) pueden ser ilustrado considerando un sistema simple de dos componentes , en el cual cada componente se consideran tener un estado de funcionamiento y un estado de fallido y estados de reparación de  $\lambda_1, \mu_1$ , y  $\lambda_2, \mu_2$  de los componentes 1 y 2 respectivamente.

El diagrama de estado del sistema demostrado de la figura 3.12 su matriz transitoria estocástica de la probabilidad para el sistema se presenta a continuación.

$$P = \begin{bmatrix} 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) & \lambda_1 & \lambda_2 & 0 \\ \mu_1 & 1 - (\lambda_2 + \mu_1) & 0 & \lambda_2 \\ \mu_2 & 0 & 1 - (\lambda_1 + \mu_2) & \lambda_1 \\ 0 & \mu_1 & \mu_2 & 1 - (\mu_1 + \mu_2) \end{bmatrix}$$

### 3.12.1. Probabilidades de estado

El primer paso en el método de la frecuencia y la duración es evaluar el límite individual de probabilidades de estado. En general el método para evaluar esas probabilidades ya fueron descritas en secciones anteriores. En el caso de las probabilidades de estado se pueden obtener por simples combinaciones independientes. Las probabilidades de estado son:

$$P_1 = \frac{(\mu_1 + \mu_2)}{(\lambda_1 + \mu_1) + (\lambda_2 + \mu_2)} \quad (3.45 \text{ a})$$

$$P_2 = \frac{(\lambda_1 + \mu_2)}{(\lambda_1 + \mu_1) + (\lambda_2 + \mu_2)} \quad (3.45 \text{ b})$$

$$P_3 = \frac{(\mu_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \mu_1) + (\lambda_2 + \mu_2)} \quad (3.45 \text{ c})$$

$$P_4 = \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1 + \mu_1) + (\lambda_2 + \mu_2)} \quad (3.45 \text{ d})$$

Para el caso de dos componentes idénticos  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$  y  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$  quedando las siguientes ecuaciones:

$$P_1 = \frac{\mu^2}{((\lambda + \mu)^2)} \quad (3.46 \text{ a})$$

$$P_2 = \frac{2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} \quad (3.46 \text{ b})$$

$$P_3 = \frac{\lambda^2}{((\lambda + \mu)^2)} \quad (3.46 \text{ c})$$

Puesto que el estado individual del sistema es mutuamente exclusiva la probabilidad dadas por la ecuación 3.37, pueden ser combinadas para dar probabilidades de residir en un estado fijo por ejemplo:

- Para sistemas conectados en serie:

$$P_{\text{operable}} = P_1$$

$$P_{\text{en estado de falla}} = P_2 + P_3 + P_4$$

- Para sistemas conectadas en paralelo:

$$P_{\text{operable}} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$P_{\text{en estado de falla}} = P_4$$

### **3.13. Estado de reparación y el proceso de instalación**

Se ha asumido que hay dos transiciones asociadas a cada componente; la primera representa la etapa de transición de falla y el segundo representa la etapa de transición de reparación. Este modelo implica que el componente operativo se convierte en servicio inmediatamente y en servicio de reparación.

En muchos sistemas sin embargo, la reparación de un componente en estado de servicio pueden ocurrir en dos fases muy distintas; el primero se refiere a la extracción del componente y la reparación del mismo, el segundo se refiere a su reinstalación en el sistema. El reconocimiento de este proceso de dos fases es muy importante en los sistemas que tiene uno o más componente de repuesto que son utilizados para sustituir los componentes dañados. En estos casos dichos componentes se extraen, se reparan, y se vuelven como componente de repuesto y no como componentes de servicio.

Este proceso de dos estados de reparación e instalación se pueden modelar usando el diagrama de estados y ser solucionado por las técnicas de Markov.

El efecto del numero de repuestos, se refiere la indisponibilidad en el sistema y puede evaluarse usando el análisis para un sistema dado pero con un numero mayor de repuestos. El objetivo es tener un número requerido de repuestos para alcanzar el nivel de confiabilidad del sistema. La aplicación de estos conceptos se pueden considerar un sistema del ejemplo en el cual el numero de componentes del sistema y el numero de repuestos disponibles varíen.

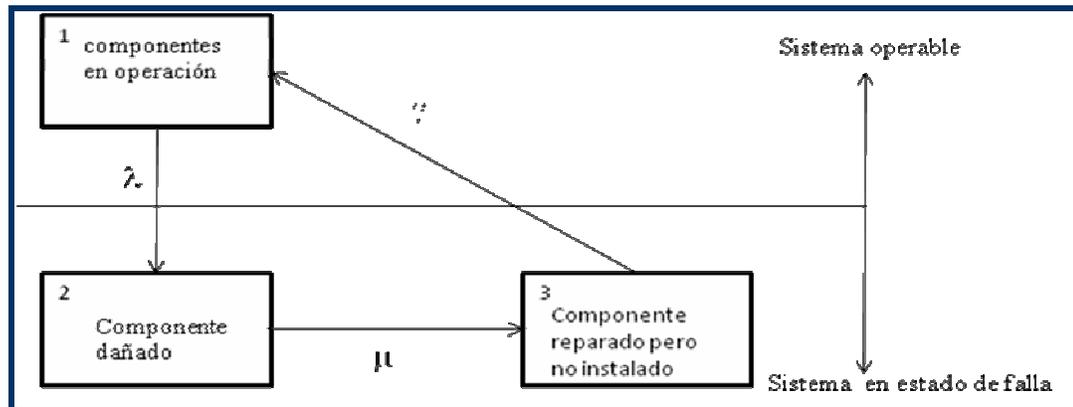


Figura 3.15. Sistema de un componente - sin repuestos

Donde:

$\lambda$  = tasa de falla del componente.

$\mu$  = tasa de reparación del componente.

$\gamma$  = tasa de instalación del componente.

Estas tasas se asumen constante y los tiempos asociados se asumen que son exponencialmente distribuidos. El tiempo de funcionamiento promedio de reparación y de instalación son:  $\frac{1}{\lambda}$ ,  $\frac{1}{\mu}$  y  $\frac{1}{\gamma}$ ; respectivamente el diagrama de estado lo

muestra en la figura 3.15.

En este diagrama, el estado 1 representa el estado superior que es el sistema de funcionamiento del sistema y los estados 2 y 3 representa los estados en la parte inferior que representa un sistema con fallas. El estado 3 representa la condición en el cual el componente se ha reparado y es por lo tanto operable pero todavía no se ha reinstalado.

Para utilizar esta técnica se debe verificar cuales son las probabilidades limitadoras de estado del sistema.

$$\text{Disponibilidad} = A = P_1 = \frac{\mu * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} \quad (3.47)$$

$$\text{Indisponibilidad} = U = P_2 + P_3 = \frac{\lambda * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} + \frac{\mu * \lambda}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} = \frac{\lambda(\mu + \gamma)}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma}$$

(3.48)

También la frecuencia de encontrar el estado del sistema pueden ser evaluado usando la ecuación:

$$F = P_0 \lambda = P_1 \mu \quad (3.49)$$

$$f_1 = P_1 \lambda = \frac{\lambda * \mu * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} \quad (3.50)$$

$$f_2 = P_2 \mu = \frac{\lambda * \mu * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} = f_1 \quad (3.51)$$

$$f_3 = P_3 \gamma = \frac{\lambda * \mu * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} = f_1 \quad (3.52)$$

$$f_{\text{operación}} = f_1 = \frac{\lambda * \mu * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} \quad (3.53)$$

$$f_{\text{sistema falla}} = f_2 + f_3 - P_2 * \mu = \frac{\lambda * \mu * \gamma}{\lambda \mu + \lambda \gamma + \mu \gamma} = f_{\text{operación}} \quad (3.54)$$

La ecuación 3.54 muestra que el tiempo medio es igual a la suma de los tiempos medio de residencia de los dos estado 2 y 3 que se encuentran en la parte inferior del diagrama .

### 3.13.1. Sistema de un componente y un repuesto disponible.

Se considera una nueva situación que existiría si un repuesto normalmente se encuentra disponible. En el caso, cuando un componente falla, puede ser sustituido por el componente de repuesto, siempre que el repuesto no haya sido utilizado o el componente que ha sustituido ha sido reparado y está disponible como repuesto. Esto produce el diagrama de estado siguiente.

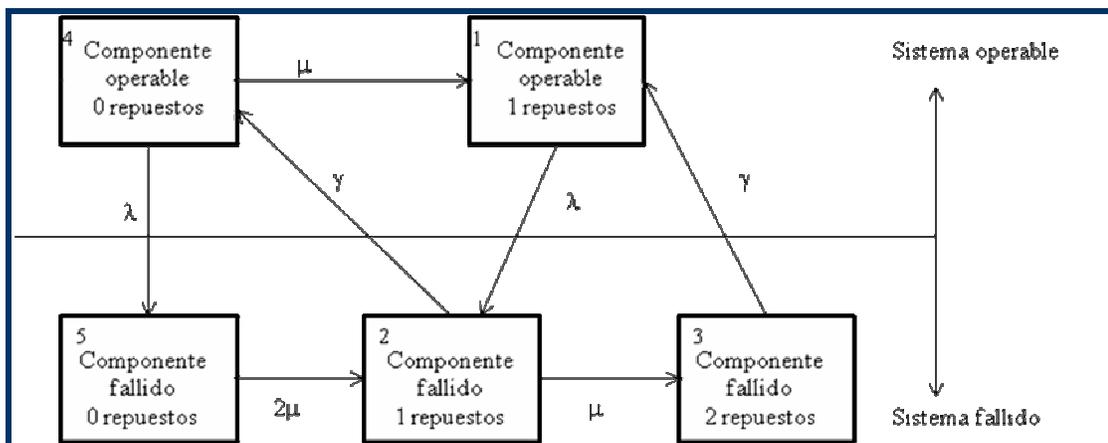


Figura 3.16. Sistemas de un componente con un repuesto disponible

Los estados 1 – 3 en la figura 3.16 es muy similar a la figura 3.15. El sistema de funcionamiento dado el estado 1 y 4 y el sistema de estado fallido es el estado 2-3 y 5. En el estado 5, ambos componentes (el componente de funcionamiento y los repuestos) se encuentran en un estado de falla que requieren de una reparación. Cuando se ha terminado una reparación, la transición relevante lo toma el estado 3. El cual asume la suficiente mano de obra e instalaciones están disponibles para ambos componentes que se van a reparar en la mismo tiempo, y por lo tanto el tiempo de transición de este estado  $2\mu$ . Si los recursos son limitados y solamente una reparación es posible en cualquier tiempo particular, este tiempo de transición debe reducirse a  $\mu$ . La disponibilidad de los recursos de una reparación se puede imponer en el modelo y su efecto ante la disponibilidad del sistema evaluado.

Asumiendo los recursos de reparación en donde no hay restricciones el modelo mostrado 3.16, las probabilidades limitadoras son.

$$P_1 = \frac{2\lambda^2 * \mu^2 + 2\lambda\mu^2(\lambda + \mu)}{D}$$

$$P_2 = \frac{2\lambda\gamma\mu(\lambda + \mu)}{D}$$

$$P_3 = \frac{2\lambda\mu^2(\lambda + \mu)}{D}$$

$$P_4 = \frac{2\lambda\gamma^2\mu}{D} \tag{3.55}$$

$$P_5 = \frac{\lambda^2 \gamma^2}{D}$$

Donde  $D = \lambda^2 \gamma^2 + 2\mu [(\gamma + \mu)(\lambda + \gamma)(\lambda + \mu)]$

Disponibilidad  $A = P_1 + P_4$

Indisponibilidad =  $U = P_2 + P_3 + P_5$

La frecuencia en el sistema en funcionamiento para este caso

$$f_{\text{operable}} = f_1 + f_4 - P_4 * \mu$$

$$f_{\text{operable}} = P_1 \lambda + P_4 (\lambda + \mu) - P_4 \mu$$

$$f_{\text{operable}} = P_1 \lambda + P_4 \lambda$$

$$f_{\text{operable}} = (P_1 + P_4) \lambda.$$

De acuerdo a las ecuaciones 3.47. Se obtiene

$$f_{\text{operable}} = \frac{2\lambda\mu\gamma(\lambda + \mu)(\gamma + \mu)}{D} \quad (3.56)$$

Al igual como la frecuencia en estado operable, la frecuencia el estado de falla se tiene:

$$f_{\text{sistema con falla}} = \frac{2\lambda\mu\gamma(\lambda - \mu)(\gamma + \mu)}{D}$$

La duración de la permanencia ( $m$ ) en cada estado puede ser obtenida. Considerando solamente el caso de permanecer en el sistema;

$$m(\text{funcionamiento}) = \frac{A}{f(\text{operacion})} = \frac{1}{\lambda} \quad (3.57)$$

$$m(\text{falla}) = \frac{U}{f(\text{sist.con falla})} = \frac{1}{\mu} \quad (3.58)$$

Es evidente que la ecuación antes descrita llega a ser algo impráctico al derivar las ecuaciones generales, para sistemas complejos, ya que darían una ecuación demasiado grande para ser resuelto. Para evaluar las probabilidades individuales de estado, es importante conocer el estado actual y las frecuencias acumulativas del estado y finalmente los tiempos de fallas para cada estado individual del sistema.

El modelo de este proceso es ilustrado, considerando dos ejemplos:

- Sistema de un componente con dos repuestos.
- Sistema de dos componentes y un repuesto disponible.

### 3.13.2. Sistema de un componente con dos repuestos

El sistema consiste en un solo componente pero con dos repuestos inicialmente disponibles, la lógica usada para construir los diagramas de estados mostrados anteriormente se pueden agregar componentes quedando el diagrama de estado de la siguiente manera:

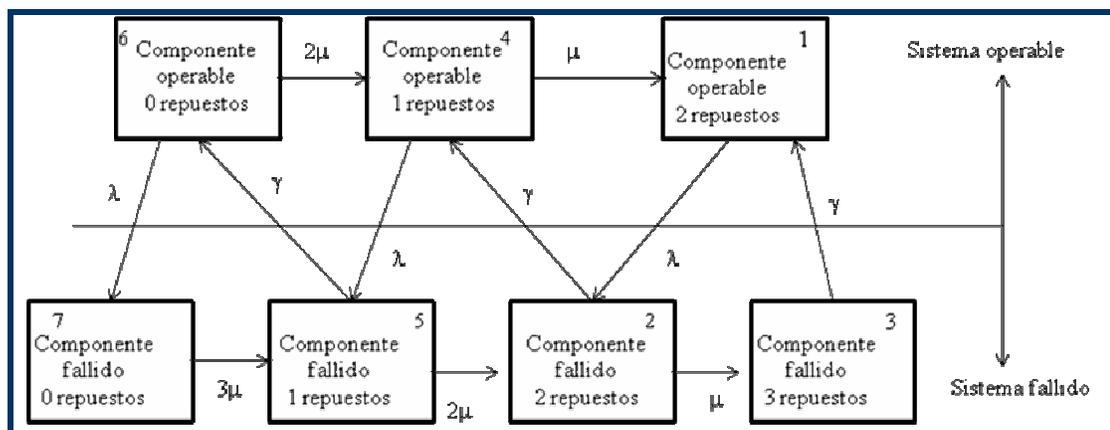


Figura 3.17. Sistema de un componente con dos repuestos

El estado 1 y 3 representa un sistema con un componente sin repuesto. El estado 1 a 5 representa un sistema con un componente con solo un repuesto disponible.

Mientras el número de repuestos aumenta el diagrama de estado mostrado es desplazado hacia la izquierda. Con esta base es relativamente más simple entender el concepto a cualquier número de repuesto. Se ha asumido que no existen limitaciones al número de componente que pueden ser reparados en cualquier intervalo de tiempo; sin embargo, solamente dos componentes pueden estar en procesos de reparación simultáneamente la transición del estado 7 a 5 se debe reducir  $2\mu$  y si solamente un

componente puede estar en estado de reparación en cualquier momento. A las transiciones (5 a 2) y (6 y 4) deben ser reducidos  $\mu$ .

### **13.3. Sistema de dos componentes y un repuesto disponible**

Se asume dos componentes diferentes y dos repuestos idénticos. Un modelo similar puede ser construido si los componentes que están en funcionamiento no son los mismos. Este debe ser reconocido; sin embargo los repuestos disponibles son iguales. Por lo tanto, la etapa de cada componente en sus respectivos estados deben ser identificados y solamente la transición apropiada debe ser incluida. En la práctica esta complejidad no es generalmente necesaria desde el punto de vista de análisis que normalmente se evalúa el número de repuestos necesarios para mantener un tipo dado de componente. En este caso de componentes idénticos necesitan ser considerados, luego de obtener los parámetros de disponibilidad para cada sistema del componente idéntico, incluyendo sus repuestos, los índices completos del sistema pueden ser evaluados tratando cada subsistema como un componente equivalente del sistema y usando técnicas normales de evaluación de la confiabilidad.

El diagrama de estado para dos componentes con un repuesto lo muestra la figura 3.18.

Es evidente el aumento del número de componente en el sistema y en el diagrama de estado mostrado. El cual se expande hacia abajo. Se puede construir un diagrama de estado para cualquier número de repuesto y cualquier número de componente en funcionamiento.

Para el caso de repuestos el diagrama de estado se expande hacia la izquierda y para el caso de componente en funcionamiento se expande hacia abajo.

El modelo mostrado en la figura 3.18. Asume que no existen contratiempos para la reparación y los valores de transición de la reparación se deben modificar según sección 3.14. Si los recursos de reparación no tienen contratiempo. Este modelo también asume que no existe contratiempo en la reparación para la instalación y la tasa apropiada de los números de repuesto disponible o el número de componentes fallados que necesitan ser sustituido; sin embargo existen limitaciones de mano de obra al número de instalaciones que se puede hacer al mismo tiempo, el valor de la tasa de transición de la instalación debe modificarse de la misma manera que la tasa de reparación.

En la figura 3.18 se indican los estados A, B Y C. Los estados A (sistema operable) y C (sistema con falla), siempre son mostradas, sin embargo el estado B depende de los requisitos de funcionamiento del sistema. Si ambos componentes se requieren para que el sistema se encuentre en un estado de éxito en cuanto a la operatividad del sistema.

En un sistema conectado en serie, el estado B representa el buen funcionamiento del sistema, si solamente un componente se necesita para el buen estado de operatividad del sistema; al igual que el sistema conectado en paralelo o redundante.

En cualquier caso el estado B se pueden combinar con los estados A o C como la representación equivalente del sistema. El estado B no puede ser ni un estado ascendente o estado descendente. En todos los casos; sin embargo, los índices relevantes de confiabilidad de la probabilidad, la frecuencia y duración pueden ser evaluados usando las técnicas antes descritas.

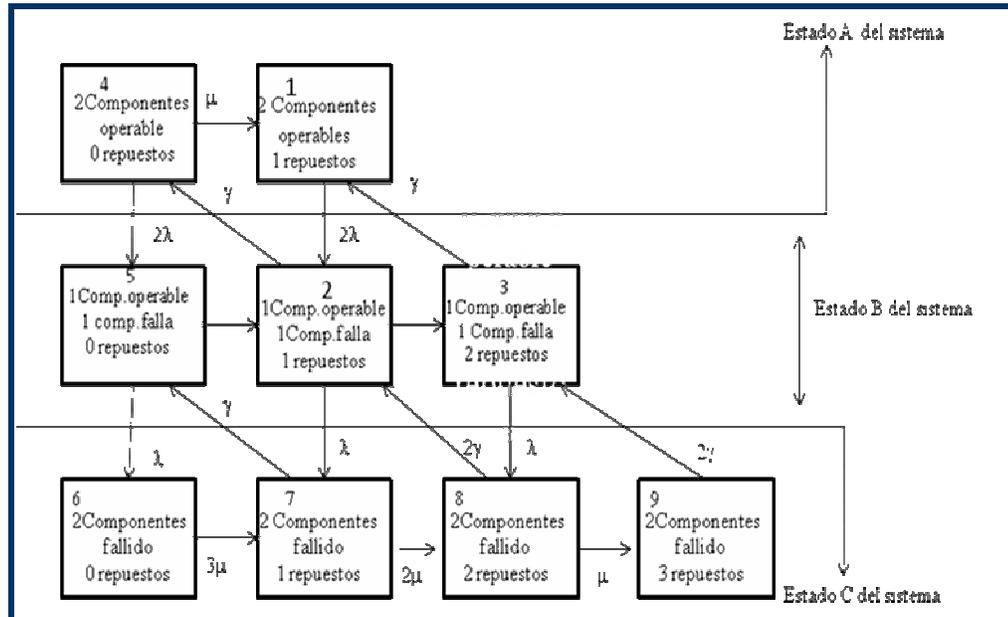


Figura 3.18. Sistema de dos componentes con un repuesto.

### 3.13.4. Numero limitador de repuestos

Es evidente que mientras mayor es el número de repuesto aumenta también la disponibilidad en el sistema; es por este caso que el valor o número de repuesto tiende a infinito. Para establecer el efecto del aumento del número de repuesto se debe de tener en cuenta el diagrama de estado adecuado y también dependiendo del caso pueden ser extendidas y evaluadas. No es practico continuar este proceso indefinitivamente para establecer el valor, sin embargo se determine el valor al sistema disponible con un numero dado de repuesto (este es el valor limite teórico).

Esta limitación puede ser fácilmente si es observado cuando hay un número infinito de repuesto. El proceso de reparación llega a ser inaplicable. El diagrama de estado que tiene como limitador los repuestos se reduce a uno que contiene solamente

dos estados en el sistema operable y el sistema cuando esta parado a causa de una falla. Mostrado en la fig. 3.18.

### 3.14. Demostracion de las características de aplicabilidad de cadenas de Markov

#### 3.14.1. Función de distribución de probabilidad

Determinando el espacio muestral y los espacios de un evento es importante saber con qué grado de confianza se puede afirmar que va a ocurrir un suceso cualquiera, esto es, conocer su probabilidad esta se puede presentar por medio de tablas o a partir de una función de codominio del intervalo unitario (I). a demás, la función debe ser no negativa y su sumatoria, en todo su recorrido debe ser igual a la unidad; cualquiera función que cumpla con estas propiedades se denominan función de distribución de probabilidad. Esto es,  $f$  es una función de distribución de probabilidad sí

$$f: R(x) \rightarrow I \text{ (R= recorrido)}$$

Tal que:

$$f(x) \geq 0 \text{ para todo } x \text{ en } X, y$$

$$\sum_{x \in X} f(x) = 1 \text{ y } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (3.59)$$

Si  $f$  es discreta,  $f(x)$  es la probabilidad de que su variable aleatoria tome el valor  $x$ ; en el caso de ser continua, indica la probabilidad de que la variable aleatoria tome los valores comprendidos entre  $x$  y  $(x + dx)$ .  $dx =$  diferencial de  $x$

### 3.14.2. Función acumulativa de probabilidad

Para responder a preguntas como “¿cuál es la probabilidad de que una variable aleatoria sea menor o igual que un número determinado?”, se representa de la siguiente manera:

$$P(X \leq x)$$

O “hallar la probabilidad de que una variable aleatoria sea mayor que  $x$ ”:

$P(X > x)$ ; entre otros, se define la función  $F$ :

$$F: R(x) \rightarrow I$$

Tal que:

$$F(x) = P(X \leq x) = \begin{cases} \sum_{X \leq x} f(x) & \text{si } X \text{ es DISCRETA} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) & \text{si } X \text{ es CONTINUA} \end{cases} \quad (3.60)$$

$F(x)$  se denomina “Función acumulativa de probabilidad”

Entre las propiedades de esta función está la siguiente

$$P(a \leq x \leq b) = F_x(b) - F_x(a)$$

La cual tiene que ver mucho con el teorema fundamental del cálculo.

Es de observar que todo lo dicho esta restringido para variables aleatorias univariantes.

### 3.14.3. Función de distribución Gamma

La función Gamma se utiliza en la definición de no pocas funciones de distribuciones de probabilidades continuas, entre ellas, la función de distribución de probabilidad que lleva su nombre y que es de uso frecuente en problemas que tienen que ver con la suma de cuadrados o formas cuadráticas de variables aleatorias con distribuciones normales.

Sea  $X$  una variable aleatoria continua tal que su función de distribución de probabilidad asociada es:

$$F(x, \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.61)$$

$\alpha > 0, \beta > 0;$        $\Gamma$     $\Gamma(\alpha)$  la función Gamma

En realidad  $F(x, \alpha, \beta)$  representa una familia de curvas, la determinación de una de ellas se logra al valorar  $\alpha$  y  $\beta$ . A  $F(x, \alpha, \beta)$  se denomina función de probabilidad Gamma,  $F(x, \alpha, \beta) = g(x, \alpha, \beta)$ .

La comprobación de que  $F = g$  es una función de distribución, se obtiene demostrando que su integral, en todo su recorrido, es igual a la unidad. En efecto.

$$\begin{aligned} \int_0^{+\infty} f(x, \alpha, \beta) dx &= \int_0^{+\infty} \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} dx \\ \int_0^{+\infty} f(x, \alpha, \beta) dx &= \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \int_0^{+\infty} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} dx \\ &= \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \int_0^{+\infty} y^{\alpha-1} e^{-y} dy \\ &= \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} = 1 \end{aligned} \tag{3.62}$$

#### 3.14.4. Casos particulares de la función de distribución Gamma

Cuando los parámetros  $(\alpha, \beta)$  de distribución se les asignan ciertos valores, la fórmula general se convierte en casos particulares de uso muy frecuente. Entre otras tenemos las siguientes:

Si  $\beta = 1$ , entonces

$$g(x, \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \tag{3.63}$$

Esta formula es la que usan la mayoría de los textos para presentar a la función de distribución Gamma. Algunos la identifican como distribución “tipo III de Pearson”. En este caso se puede demostrar que el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria es igual, justamente, al parámetro de la distribución ( $\alpha$ ), coincidiendo en esta propiedad con la distribución discreta de Poisson.

Para el caso general, aquellos valores  $\alpha\beta$  y  $\alpha\beta^2$  respectivamente, dando el mismo resultado, considerado en el párrafo anterior  $\beta = 1$ .

De la misma manera como función Gamma genera otras funciones, la función de distribución Gamma generadora, también, de otras funciones de distribuciones de probabilidad. Esto ocurre para los siguientes valores particulares de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$ .

Si  $\alpha = 1$ , entonces:

$$g(x, 1, \beta) = \begin{cases} \frac{e^{-x/\beta}}{\beta} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.64)$$

La cual es la función de distribución de probabilidad exponencial de parámetros  $\lambda = \frac{1}{\beta}$  distribución que es muy útil en los procesos estocásticos y la teoría de las colas

Si  $\alpha = \frac{n}{2}$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) y  $\beta = 2$

$$g\left(x, \frac{n}{2}, 2\right) = \begin{cases} \frac{x^{(n/2)-1} \cdot e^{-(x/2)}}{2^{(n/2)} \cdot \Gamma(n/2)} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.65)$$

### 3.14.5. La función Gamma en los procesos estocásticos y la confiabilidad

La aplicación de la función y la distribución Gamma en temas como la investigación de operaciones y la confiabilidad es sorprendente. El caso más importante de los procesos estocásticos con parámetros discretos son las cadenas de Markov.

El proceso de Poisson es el más sencillo de los procesos o cadenas de Markov. Y el más útil en la práctica.

Una cantidad de fenómenos empíricos pueden ser representados mediante un proceso de Poisson.

Este es un proceso de eventos puntuales que ocurren en el tiempo.

En forma analítica se puede decir que si  $N(t, t+\Delta t)$ ;

Donde  $\Delta t$ , es el número de eventos que ocurren en un intervalo  $(t, t + \Delta t)$  y existe  $\lambda$  (constante positiva), un proceso estocástico es de Poisson si se satisfacen los siguientes postulados para  $\Delta t \rightarrow 0$

$$P \{N(t, t + \Delta t) = 0\} = 1 - \lambda\Delta t + o(\Delta t). \quad (3.66)$$

$$P \{N(t, t + \Delta t) = 1\} = \lambda\Delta t + o(\Delta t). \quad (3.67)$$

$$P \{N(t, t + \Delta t) > 1\} = o(\Delta t). \quad (3.68)$$

$$P \{N(t, t + \Delta t) = x | N(0,t) = y\} = P \{N(t, t + \Delta t) = x\} \quad (3.69)$$

$0(\Delta t) =$  es un infinitésimo.

Por lo tanto, un proceso de Poisson, los eventos ocurren uno a uno en el tiempo y en forma aleatoria.

Con esta información previa, se puede notar el papel que desempeña la función Gamma en los siguientes teoremas.

- Teorema 1:

En un proceso de Poisson los intervalos de tiempo entre eventos sucesivos siguen una distribución exponencial.

Esto quiere decir que el tiempo entre la ocurrencia de dos eventos es una variable aleatoria cuya función de distribución es  $f(x, \alpha, 1)$ .

- Demostración Del Teorema 1.

Sea  $t_0$  un evento fijo de frecuencia,  $x$  el intervalo de tiempo entre  $t_0$  y la ocurrencia de un primer evento y

$$F(x) = P\{X > x\}$$

Para  $\Delta x > 0$  se tiene que:

$$P(x + \Delta x) = P(X > x + \Delta x) = P(X > x) P\{N(t_0 + x, t_0 + x + \Delta x) = 0 / X > x\}$$

Para el proceso de Poisson

$$F(x + \Delta x) = F(x) (1 - \lambda \Delta x) + o(\Delta x) \quad (3.70)$$

$$\frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = -\lambda f(x) + o(\Delta x). \quad (3.71)$$

Tomando límites

$$F'(x) = -\lambda f(x)$$

Es una ecuación diferencial cuya solución esta dada por:

$$F(x) = F(0) e^{-\lambda x}, \quad F(0) = 1$$

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} = P(X \leq x) \quad (3.72)$$

Luego:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (3.73)$$

Esta es la función de distribución exponencial.

- Teorema 2:

En un proceso de Poisson el intervalo de tiempo entre el origen y el momento de ocurrencia del  $r$ -ésimo evento sigue una distribución Gamma con parámetros  $r$  y  $\lambda$ .

- Demostración

Sea  $W_r$  el tiempo de espera hasta la ocurrencia del evento  $r$ -ésimo, entonces

$$W_r = \sum_{i=1}^r X_i \quad (3.74)$$

Donde:

$X_i$  ( $i=1, \dots, r$ ) es el intervalo de tiempo entre la ocurrencia del evento  $i-1$  y el  $i$ . Las  $X_i$  son variables aleatorias independientes o idénticamente distribuidas (tienen distribución exponencial según el teorema 1).

La función generatriz de momento para cada  $X_i$  es:

$$E \left[ e^{-\lambda x} \right] = \int_0^{+\infty} e^{-\lambda x} \lambda e^{-\lambda x} dx = \int_0^{+\infty} \lambda e^{-(\lambda+\alpha)x} dx = \frac{\lambda}{\lambda + \alpha} \quad (3.75)$$

Por lo tanto la función generatriz de momento de  $w_r$ , es dada por:

$$E(e^{-\alpha x}) = \{E[e^{-\alpha x}]\}^r = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \alpha}\right)^r = \frac{\lambda^r}{(\lambda + \alpha)^r} \quad (3.76)$$

### 3.14.6. La función gamma en la confiabilidad

Se entiende por confiabilidad de una componente, equipo o sistema. La probabilidad de que funcione satisfactoriamente durante el periodo especificado y bajo las condiciones de operación dadas.

Tratando en este tema el caso de redundancia en sistemas se tiene que la confiabilidad del sistema, representada por  $P_o$ , es:

$$P_o(t) = \int_t^{+\infty} f_o(x) dx \quad (3.77)$$

Donde:

$$f_o(x) = f_1(x) * f_2(x) * \dots * f_n(x)$$

Es la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria  $t_o$ , esta representa el tiempo de funcionamiento del sistema. Las  $f_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ) son las funciones de distribución de las  $n$  componentes del sistema. El símbolo\* es un operador, que se lee como convolución.

Si se trata de  $n$  componentes iguales e igualmente distribuidas (exponencial), aplicando transformadas de laplace y las propiedades de las convoluciones, la expresión anterior queda así:

$$\int f_o(x) = f^*o(s) = \frac{\lambda^n}{(s+\lambda)^n} \quad (3.78)$$

Aplicando la transformada de laplace:

$$f_o(x) = \frac{\lambda(\lambda x)^{n-1} e^{-\lambda x}}{(n-1)!} \quad (3.79)$$

Siendo la confiabilidad del sistema.

$$\begin{aligned} F_o(t) &= \int_t^{+\infty} \frac{\lambda(\lambda x)^{n-1} e^{-\lambda x}}{(n-1)!} dx = \frac{\lambda}{(n-1)!} \int_t^{+\infty} \lambda x^{n-1} e^{-\lambda x} \\ &= \frac{\lambda}{(n-1)!} \int_{\lambda t}^{+\infty} y^{n-1} e^{-y} dy - \int_0^t y^{n-1} e^{-y} dy \\ &= \frac{1}{(n-1)!} \left[ \Gamma(n) \int_0^{+\infty} y^{n-1} e^{-y} dy \right] \\ &= \frac{1}{(n-1)!} \left[ (n-1)! - \int_0^t y^{n-1} e^{-y} dy \right] \\ &= 1 - \int_0^t \frac{y^{n-1} e^{-y}}{(n-1)!} dy \quad (3.80) \end{aligned}$$

Efectuando la integral por partes reiteradamente se concluye que:

$$P_0(t) = \sum_{K=0}^{n-1} \frac{(\lambda t)^K e^{-t}}{K!}$$

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (3.81)$$

### 3.15. Sistemas conectados en serie

Hasta ahora se ha hablado de un sistema que sigue un proceso continuo de Markov. Pero algunos sistemas están compuestos por unos elementos que están conectados en serie desde el punto de vista de confiabilidad. Es decir, todos los elementos deben de estar en estado disponible para que el sistema también lo esté. Lo que se busca es conseguir representar el conjunto de los elementos que componen el sistema por un único sistema con sus dos estados y sus tasas de transición de un estado a otro. Esto se consigue aplicando las técnicas de los sistemas de serie de confiabilidad (Billinton 92). Para poder aplicar estas técnicas, los componentes deben ser independientes, lo que quiere decir que no puede haber modos de fallo común.

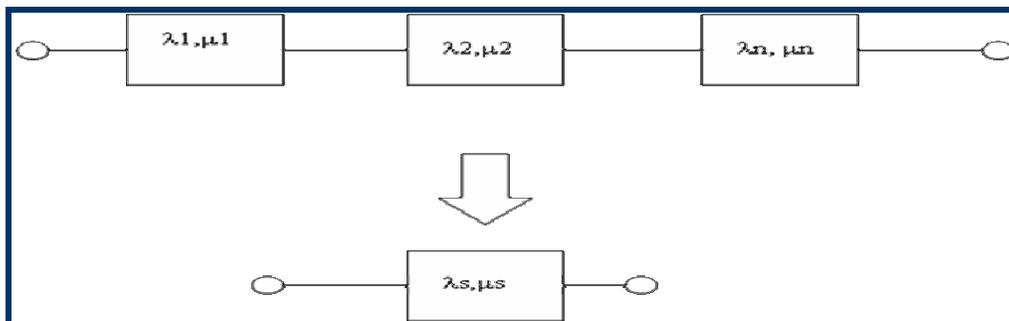


Figura 3.19. Sistemas serie de  $n$  componentes.

En el caso de un sistema  $s$  compuesto por dos componentes  $a$  y  $b$ , la probabilidad de que el sistema estén disponible es el producto de las probabilidades de que estén disponibles cada componente:

$$P^s_1 = (P^a_1) * (P^b_1) \quad (3.82)$$

Reemplazando en esta ecuación las expresiones de las ecuaciones (3.38a) y (3.38c), se obtiene que la probabilidad de estar disponible el sistema es igual a:

$$P^s_1 = \frac{\mu_s}{(\lambda_s + \mu_s)} = \frac{\mu_a * \mu_b}{(\lambda_a + \mu_a)(\lambda_b + \mu_b)} \quad (3.83)$$

Y teniendo en cuenta que la tasa de fallos del sistema es la suma de la de dos componentes (si falla cualquiera de ellos, el sistema falla)

$$\lambda_s = \lambda_a + \lambda_b$$

Entonces se obtiene una tasa de reparación del sistema:

$$\mu_s = \frac{\mu_a \mu_b (\lambda_a + \lambda_b)}{\lambda_a \mu_b + \lambda_b \mu_a + \lambda_a \lambda_b} \quad (3.84)$$

### 3.16. Sistemas conectados en paralelo (redundantes)

Un sistema esta conectada en paralelo cuando estos presentan tolerancias a las fallas acompañadas con redundancias, el cual ocurre cuando existen elementos alternativos, para el buen funcionamiento del sistema.

Existen dos clases de conexiones:

- Conexión en paralelo (redundante) activa.
- Conexión en paralelo (redundante) pasivo.

### **3.16.1. Conexión en paralelo (redundante) activa**

La conexión es redundante activa cuando ambos equipos funcionan simultáneamente, y existe un elemento adicional, cuando ocurra la falla se pone en servicio dicho elemento.

### **3.16.2. Conexión en paralelo (redundante) pasiva**

Este se refiere cuando un elemento se encuentra sin funcionar a la espera de la falla del otro.

### **3.17. Generalidades de la confiabilidad**

La confiabilidad depende de variables que actúan en forma aleatoria, es decir, la confiabilidad se modela como una función de probabilidad. Variables como perturbaciones, fallas, capacidad, disponibilidad y mantenimiento, afectarán la confiabilidad de los sistemas.

El análisis de confiabilidad de sistemas de potencia permite evaluar la disponibilidad y la calidad de un sistema en operación y constituye una herramienta para analizar la viabilidad de mejorar su nivel de redundancia y para planear su mantenimiento.

El punto de partida de la confiabilidad de elementos individuales y las diferentes variantes topológicas posibles. Mediante el empleo de herramientas computacionales avanzadas resulta viable determinar cuáles son las mejores configuraciones de operación y costos, que pueden derivarse de las fallas que pueden presentar bajo tales condiciones. En la etapa de diseño, el análisis de confiabilidad es una valiosa herramienta para definir la manera en la que se deben emprender las modificaciones del sistema de potencia a través del análisis objetivo de las posibles alternativas de disponibilidad de dichos sistemas.

En definiciones mas concisas se puede decir que, desde el punto de vista del mantenimiento, la confiabilidad es una medida de seguridad y riesgo; la confiabilidad es un grado de confianza de que un sistema cumpla su función, bajo ciertas condiciones, durante un tiempo dado.

### **3.17.1. Aplicación de las cadenas de Markov en la confiabilidad de los sistemas**

Se considera el modelo de la figura siguiente

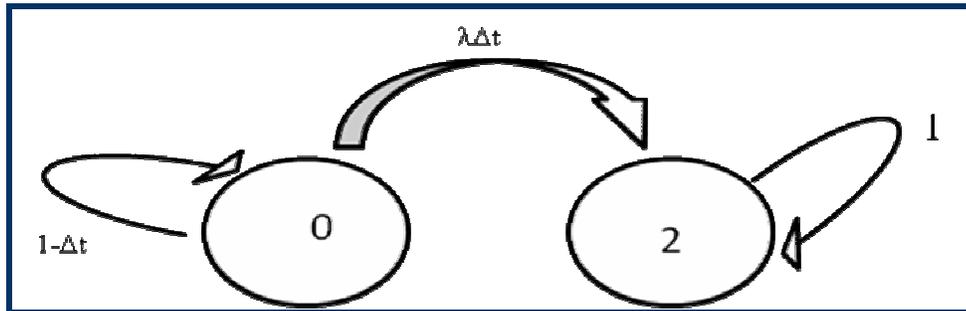


Figura 3.20 Representación de un evento Markoviano

Se define las variables aleatorias

$$\{X(t) / t \in [0, \infty] \}$$

Donde  $X(t)$  toma valores en los estados  $\{0,1\}$ , indicando el 0 no falla y el 1 el estado de falla, de esta manera se encuentra las siguientes probabilidades

$$P_0(t) = \Pr \{X(t) = 0\} \quad (3.85)$$

$$P_1(t) = \Pr \{X(t) = 1\} \quad (3.86)$$

El estudio de transición entre es estado de falla a no falla en el intervalo  $(0, t]$ . De modo:

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t) * P_0(\Delta t) \quad (3.87)$$

Se entiende que la probabilidad de no falla son independiente para intervalos no traslapadas, es decir que la probabilidad de no falla en el intervalo  $[0, t)$ , entonces el proceso termina allí (estado absorbente), y en consecuencia tenemos la siguiente ecuación:

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t) + P_0(t) P_1(\Delta t) \quad (3.88)$$

De manera que estas dos ecuaciones más la probabilidad infinitesimal, nos conduce a las siguientes ecuaciones:

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t) (1 - \lambda \Delta t)$$

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t) + P_0(t) \lambda \Delta t$$

Y entonces:

$$\frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t} = -\lambda P_0(t) \quad (3.89)$$

$$\frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t} = \lambda P_0(t) \quad (3.90)$$

Tendiendo  $\Delta t$  hacia cero nos queda el sistema de ecuaciones diferenciales

$$P_0'(t) + \lambda P_0(t) = 0$$

$$P_1'(t) - \lambda P_0(t) = 0$$

Considerando las condiciones iniciales de todo sistema, esto es:

$$P_0(0) = 1$$

$$P1(0)=0$$

Este sistema, conduce a la solución siguiente:

$$P_0(t) = e^{-\lambda t} \quad (3.91)$$

$$P_1(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (3.92)$$

### 3.18. Criticidad y complejidad de los sistemas

El esfuerzo que se invierte en un sistema para que este libre de fallas dependa de su complejidad y de su criticidad dentro de la función que cumple en el sistema. La matriz donde se representan los sistemas de acuerdo a su complejidad y criticidad se representa en la figura 3.21. En los cuadrantes (1 y 4), el análisis no resulta complicado. En el cuadrante uno no es necesario realizar mayores esfuerzos para incrementar la confiabilidad. Todo lo contrario sucede en el cuadrante cuatro donde es vital prevenir las fallas en el sistema y sus consecuencias además de realizar esfuerzos por mejorar la confiabilidad en el contexto dada una elevada confiabilidad intrínseca. En el cuadrante tres, el hecho de disponer de sistemas de alta complejidad exige valores elevados de confiabilidad aun sin ser estos sistemas críticos. En este caso, tanto como los casos que caigan en el cuadrante dos vale la pena realizar un estudio pormenorizado de si vale la pena o no realizar esfuerzos en el incremento de la confiabilidad.

Consecuentemente los sistemas que quedan clasificados en los cuadrantes de la matriz de la figura 3.21, han de haberse sometidos con anterioridad al correspondiente análisis de criticidad y complejidad. La ubicación en los cuadrantes

de la matriz se debe interpretar como una parte organizativa que contribuya a definir la política de mantenimiento para cada grupo de sistemas.

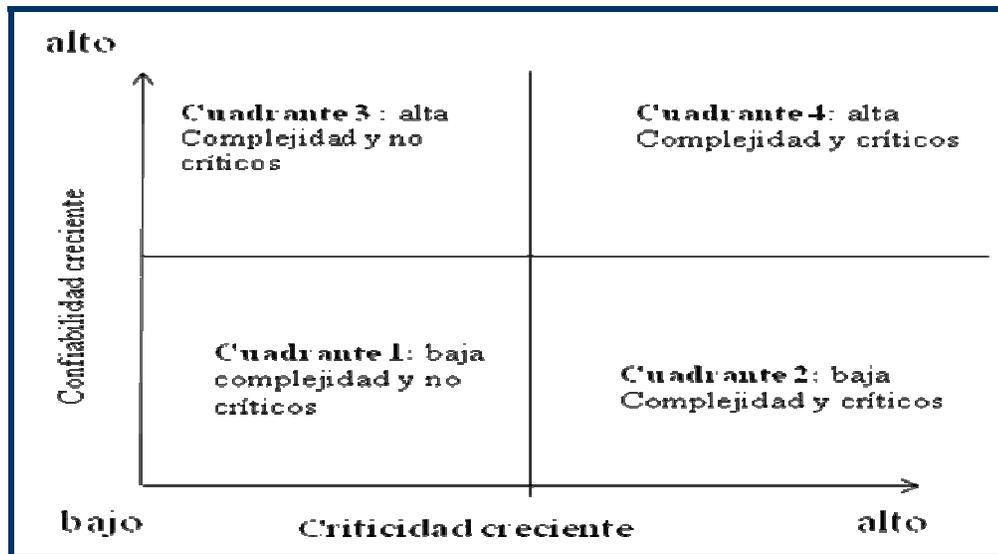


Figura 3.21. Matriz de evaluación complejidad vs criticidad

### 3.19. Mantenibilidad de los sistemas

En la especificación de los sistemas deben de estar definido si este debe ser reparable o desechable. Este tipo de sistema diseñado para la reparación se desarrolla acciones desde su definición de modo que en caso de falla pueda volverse operativo en un menor tiempo. Los elementos del sistema son definidos como desechables cuando su reparación resulta antieconómica, o bien cuando es muy baja la probabilidad de éxito en la reparación.

La confiabilidad esta relacionada con el diseño para que un elemento pueda alcanzar una larga vida como sea posible sin fallar.

La mantenibilidad, entonces es la medida de que un sistema o equipo puede ser restaurado a su situación normal antes de la falla en forma fácil y rápida.

Tanto la confiabilidad como la mantenibilidad pueden ser analizadas por el uso de variables aleatorias discretas o continuas, así como por parámetros probabilísticos y distribuciones estadísticas.

La mantenibilidad puede ser derivada por un camino idéntico al de la confiabilidad, simplemente sustituyendo el tiempo medio de buen funcionamiento (TMBF) por el tiempo medio para reparar (TMER), entonces se sustituye la tasa de falla ( $\lambda$ ) por la tasa de reparación ( $\mu$ ).

La función de la mantenibilidad se ocupa de definir la falla de los distintos elementos de carácter aleatorio, los tiempos insumidos en la reparación tendrán el mismo carácter, y deberán ser evaluados en forma probabilística. Es por ello que la mantenibilidad se define como la probabilidad de que un equipo que entra en falla pueda ser reparado en un tiempo dado, contando con recursos y procedimientos definidos. Esto último se relaciona con:

- Disponibilidad de repuestos.
- Capacitación del personal.
- Instrumentos y bancos de pruebas.

La mantenibilidad de un sistema depende de factores tales como la tasa de falla de los elementos. Tipos de fallas de los que están sujetos, la servicialidad, accesibilidad, diagnosticabilidad y soportabilidad.

Para evaluar la mantenibilidad usualmente se considera la condición más favorable, lo que supone que se cuenta con todos los medios y capacitación suficiente, y por lo tanto solo entran a consideración los aspectos del propio elemento o equipo. Podrán aplicarse a un solo equipo considerando para este conjunto de fallas a las que se puede estar sujeto en su vida útil. La caracterización estadística permite definir un valor del tiempo esperado (medio) de reparación y del tiempo (medio) de intervenciones.

Se debe diferenciar entre mantenibilidad y mantenimiento. La mantenibilidad es una característica del equipo, mientras que el mantenimiento es una actividad desarrollada para reponer en servicio un sistema, lo cual depende del sistema o de la estructura de mantenimiento.

El estudio de la mantenibilidad sirve para definir acciones que permitan aumentar la confiabilidad y disponibilidad, determinando las acciones de mantenimiento.

### **3.19.1. Función de la mantenibilidad**

El tiempo de reparación dependerá del elemento bajo falla, y de factores tales como la accesibilidad, facilidades para el diagnóstico, habilidad de los reparadores, entre otros. Como las fallas son aleatorias, y es diferente el tiempo de reparación involucrado en cada componente, los tiempos necesarios para volver el sistema operativo serán también aleatorios. Supongamos al cabo del tiempo  $t$  sea  $N_r(t)$ , entonces, la mantenibilidad al tiempo  $t$  estará dada por:

$$M(t) = \frac{Nr(t)}{No} \quad (3.93)$$

La cantidad de equipos que pueden ser reparados en el lapso  $\Delta t$  depende de la cantidad de equipos aun no reparados y del lapso de tiempo.

$$\Delta Nr(t) = \mu(t) * (No - Nr(t)) * \Delta t \quad (3.94)$$

O también:

$$\frac{\Delta Nr(t)}{No} = \mu(t) * \frac{No - Nr(t)}{No} * \Delta t \quad (3.95)$$

Siendo  $\mu(t)$  la tasa de mantenibilidad. Operando sobre la expresión (3.94) se obtiene

$$\frac{dM(t)}{1-M(t)} = \mu(t) * dt \quad (3.96)$$

E integrando bajo la condición de que  $t=0$  no hay ningún equipo reparado y por lo tanto  $M(0) = 0$ , se obtiene:

$$\int_0^{M(t)} \frac{dM(t)}{1-M(t)} = \int_0^t \mu(t) * dt \quad (3.97)$$

De modo que

$$M(t) = 1 - e^{-\int_0^t \mu(t) dt} \quad (3.98)$$

Con una función dada por:

$$M(t) = \frac{dM(t)}{d(t)} = \mu(t) * [1 - M(t)] \quad (3.99)$$

$$TMR = E[t] = \int_0^{\infty} m(t) * t * dt \quad (3.100)$$

Dado que la mantenibilidad es la probabilidad de que un equipo que entro en proceso de reparación en el instante  $t = 0$  este reparado al cabo de un cierto tiempo  $t$ , entonces, si la función de mantenibilidad fuese conocida se podría determinar, prefijado un riesgo, el tiempo que puede llevar su reparación. El riesgo mide la probabilidad de que no sea reparado al cabo de dicho tiempo. Esto puede hacerse determinando cual de los modelos determinado cual de los modelos probabilísticos se ajusta mejor a los datos experimentales. Los modelos de mantenibilidad mas usados son el normal, el exponencial, y el log- normal. Dependiendo de:

- Los tiempos están determinados por acciones comunes, como ser desarmado y rearmado, con una leve fluctuación que depende del tipo de elemento (ley normal).
- La mayoría de las reparaciones demandan poco tiempo por disponer de un sistema de diagnostico (modelo exponencial).

- Existen muchas tareas de mantenimiento que requieren más tiempo de la media; es decir, la mediana es mayor que la media (modelo logonormal).

El estudio de la mantenibilidad sirve para definir acciones que permitan aumentar la confiabilidad y la disponibilidad, determinando las acciones de mantenimiento y procedimientos en la operación de un sistema, facilidades para la servicialidad, las prevenciones para que la reparación no lleve a fallas secundarias, y la definición de acciones preventivas que eviten la entrada en falla. Es importante además prever la forma de no degradar la seguridad del equipo, ni durante las tareas de mantenimiento. Esto indica que la seguridad características que se mide la probabilidad de provocar daños a terceros o al propio equipo, debe ser analizada no solo durante la operación normal del equipo, sino también en condición de estado de falla o del proceso de mantenimiento.

Las acciones de mantenimiento se clasifican en:

- Mantenimiento preventivo.
- Mantenimiento predictivo.

### **3.19.2. Mantenimiento proactivo**

El mantenimiento proactivo se asienta en acciones de prevención o monitoreo, realizadas con el fin de anticiparse a la aparición de las fallas estas acciones de mantenimiento busca minimizar costos y grado de afectación al servicio. Será en función de esto podrá decidirse su practica. Si se hace practica preventiva con recambio, ello disminuye la tasa de fallas de los componentes afectados según el

riesgo admitido, es decir, según se decida el momento del cambio. En caso contrario, estos componentes afectaran en mayor afectación del servicio.

Las ventajas de un mantenimiento proactivo son:

- Mejorar la confiabilidad y/o disponibilidad. En otras palabras, la justificación del mantenimiento proactivo es mantener la confiabilidad en todo momento por encima de un cierto valor, o asegurar un valor predeterminado de disponibilidad.
- Evitar los perjuicios de una falla súbita a través del cambio periódico de partes sometidas a desgastes de cualquier tipo, para evitar que el tiempo operativo no se vea afectado. Basta para ello, realizar las tareas de mantenimiento preventivo en los tiempos de no operación del equipo.

Las acciones de mantenimiento proactivo pueden clasificarse como:

- Activas.
- Pasivas.

Si bien ambas pueden ser definidas durante el desarrollo, las pasivas por lo general serán recomendaciones a tener en cuenta para la instalación u operación, según el ambiente en que se deba operar el sistema. Normalmente, este será el caso cuando el equipo va a funcionar en entornos distintos, algunos de ellos muy agresivos. Es decir, estas acciones solo se ejecutarán cuando se verifiquen tales condiciones, lo cual evita que su costo sea trasladado a todos los equipos, aun para aquellos que funcionen en ambientes muy benignos y controlados.

### **3.19.2.1. Mantenimiento preventivo**

Las tareas de mantenimiento preventivo activo son tareas que se realizan periódicamente sobre los sistemas tendientes a prolongar el tiempo libre de falla. Estas acciones están influenciadas por la etapa de diseño. En este mantenimiento existen varias acciones principales, a saber:

- Reemplazo de elementos que se presentan síntomas de desgastes, o aquellos cuya probabilidad de fallas aumenta luego de transcurrido cierto tiempo. El mantenimiento preventivo activo por reemplazo se aplica generalmente a las actividades vinculadas con elementos mecánicos, sujetos a desgastes a fatiga.
- Conservación. Incluye todas las tareas de mantenimiento programadas para conservar al sistema o producto en una determinada condición, tales como lubricación o engrase de partes móviles, limpieza de filtros, limpieza de cabezales magnéticos.
- Reajuste o recalibración para mantener el equipo dentro de su especificación, previniendo fallas paramétricas.

### **3.20. Mantenibilidad y disponibilidad vs confiabilidad**

La mantenibilidad se define, como la probabilidad de que un sistema sea devuelta a un estado en que se pueda cumplir su misión en un tiempo dado, luego de la aparición de una falla y cuando el mantenimiento es realizado bajo condiciones, con los medios y bajo los procedimientos preestablecidos; la disponibilidad es la probabilidad de que el elemento o equipo se encuentra en condiciones de cumplir su

misión en un instante cualquiera; se encuentran relacionados a la confiabilidad por medio de los tiempos anteriores definidos y lo podemos observar en el comportamiento en la figura 3.12

### 3.21. Disponibilidad de los sistemas

La disponibilidad de los sistemas se desarrolla originalmente para tratar sistemas reparables que operan en forma continua. Bajo este concepto un sistema tiene dos posibles estados; está operativo o en reparación y la disponibilidad será la probabilidad de que el sistema esté operando satisfactoriamente en cualquier punto aleatorio en el tiempo  $t$ , entonces está sujeto a una secuencia de ciclos de subidas y bajadas los cuales constituyen un proceso renovable alternativo.

En otras palabras, la disponibilidad es una combinación de los parámetros de confiabilidad y mantenibilidad.

Un sistema está disponible cuando pueden ser definidos los siguientes caminos:

- Disponibilidad instantánea:  $A(t)$

Es la probabilidad de que un sistema estará disponible para su uso en un tiempo aleatorio ( $t$ ) después de comenzar la operación.

- Misión de la disponibilidad :  $A_m(t_2-t_1)$

Es la porción del intervalo de tiempo ( $t_2-t_1$ ), durante una misión, que un sistema está disponible para su uso, de otra manera:

$$A_m(t_2-t_1) = \frac{1}{t_2-t_1} \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt \quad (3.101)$$

También llamada disponibilidad promedio.

- Disponibilidad En Estado Estable

Es la probabilidad de que un sistema este disponible para su uso en un punto del tiempo (t) después de comenzar a operar el sistema, de tal manera que (t) que tienda a ser mas grande como sea posible. Cuando  $t \rightarrow \infty$

$$A_s = \lim_{t \rightarrow \infty} A(t) \quad (3.102)$$

- Disponibilidad Lograda

$$A_A = 1 - \frac{\text{TIEMPO DE PARADA}}{\text{TIEMPO TOTAL}} = \frac{\text{TIEMPO DE ARRANQUE}}{\text{TIEMPO TOTAL}} \quad (3.103)$$

El tiempo de parada incluye todos los tiempos de reparación (correctivo y preventivo), tiempos administrativos y tiempos logísticos.

- Disponibilidad Intrínseca

$$A_s = \frac{TMF}{TMF+TMR} \quad (3.104)$$

No incluye los tiempos administrativos y logísticos y de hecho no incluye los tiempos del mantenimiento preventivo. De modo que  $A_i$  depende básicamente del diseño del equipo o sistema.

Si decimos que en el tiempo  $t=0$ , el sistema estaba operando, las condiciones iniciales son:

$$P_0(0) = 1$$

$$P_1(0) = 0.$$

También es importante considerar el caso, cuando el sistema falla y se encuentra en reparación, para este caso, las condiciones son:

$$P_0(0) = 0$$

$$P_1(0) = 1$$

Transformando las ecuaciones:

$$P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t)$$

$$P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t) \quad (3.105)$$

Mediante la transformada de Laplace bajo las condiciones iniciales  $P_0(0) = 1$  Y

$P_1(0) = 0$ , tenemos:

$$s P_0(s) - 1 + \lambda P_0(s) + \mu P_1(s) = 0$$

$$s P_1(s) - \lambda P_0(s) + \mu P_1(s) = 0 \quad (3.106)$$

Simplificando:

$$(s + \lambda) P_0(s) - \mu P_1(s) = 1$$

$$-\lambda P_0(s) + (s + \mu) P_1(s) = 0 \quad (3.107)$$

Resolviendo simultaneamente:

$$P_0(s) = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -\mu \\ 0 & (s+\mu) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (s+\lambda) & -\mu \\ -\lambda & (s+\mu) \end{vmatrix}} = \frac{s+\mu}{s(s+\lambda+\mu)} = \frac{s}{s(s+\lambda+\mu)} + \frac{\mu}{s(s+\lambda+\mu)}$$

O

$$P_0(s) = \frac{1}{(s+\lambda+\mu)} + \frac{\mu}{s1-s2} \left( \frac{1}{(s1-s2)} - \frac{1}{(s-s2)} \right)$$

Donde:

$$S1 = 0 \quad \text{y} \quad S2 = -(\lambda + \mu)$$

Por lo tanto:

$$P_0(s) = \frac{1}{(s+\lambda+\mu)} + \frac{\mu}{\lambda+\mu} \left\{ \frac{1}{s} - \frac{1}{(s-(-(\lambda+\mu)))} \right\}$$

Aplicando transformada inversa de Laplace:

$$P_o(t) = e^{-(\lambda + \mu)t} + \frac{\mu}{(\lambda + \mu)} [1 - e^{-(\lambda + \mu)t}]$$

$$A(t) = P_o(t) = \frac{\mu}{(\lambda + \mu)} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (3.108)$$

$$\frac{\mu}{(\lambda + \mu)} = \text{componente de estado estable}$$

$$-\frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} e^{-(\lambda + \mu)t} = \text{componente transiente}$$

Y

$$1 - A(t) = P_1(t) = \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (3.109)$$

Se puede hacer que “t” sea muy grande y las ecuaciones se hacen equivalentes. Esto indica, que después de que el sistema esta operando por algún tiempo su comportamiento se hace independiente del estado de arranque.

Es decir, nosotros podemos observar luego del transiente que el termino se hace despreciable cuando  $t = \frac{\mu}{(\lambda + \mu)}$

Para un tiempo (t1 – t2) de duración, la misión de disponibilidad es:

$$A_m(t_2 - t_1) = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} A(t) dt = \frac{1}{(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} P_o(t) dt$$

$$= \frac{\mu}{(\lambda + \mu)} - \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t} e^{-(\lambda + \mu)t} \quad (3.110)$$

Y la disponibilidad de estado estable  $A_s$ , es

$$A_s = \frac{\mu}{(\lambda + \mu)} = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu}}$$

Y como

$$\lambda = \frac{1}{TMF} \quad \text{y} \quad \mu = \frac{1}{TMR} \quad \text{la disponibilidad de estado estable}$$

$$A_s = \frac{TMR}{(TMF + TMR)}$$

Quedando demostrado cómo surge la disponibilidad de estado estable o intrínseco

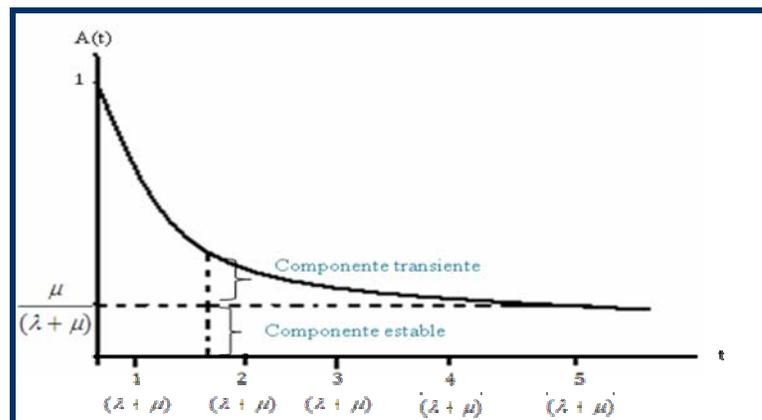


Figura 3.22. Grafica de las componentes de disponibilidad

### 3.22. Modelos de disponibilidad mediante aproximaciones del proceso de cadenas de Markov

Un proceso de Markov es un modelo matemático que es muy útil en los estudios de disponibilidad de sistemas complejos. Los conceptos básicos del proceso de Markov son todos los estados del sistema (en operación o no) y los estados de transición (no operación debido a fallas o no operativo debido a reparación).

Cualquier proceso de Markov está definido por un grupo de probabilidades  $P_{ij}$ , las cuales definen la probabilidad de transición de cualquier estado "i" a cualquier estado j. uno de los más importantes hechos de cualquier modelo de Markov es que la probabilidad  $P_{ij}$  de transición depende solamente de los estados "i" y "j" y es completamente independiente de todos los estados pasados excepto el último estado i, entonces  $P_{ij}$  no cambia con el tiempo.

En el modelo de un sistema disponible utilizando el proceso de Markov, se hacen las siguientes asunciones:

La probabilidad condicional de una ocurrencia de falla en el tiempo  $(t_1t+ dt)$  es  $\lambda dt$

La probabilidad condicional de ocurrencia de una reparación en el tiempo  $(t_1t+ dt)$  es  $\mu dt$

La probabilidad de ocurrencia de 2 o más fallas o reparaciones simultáneamente es cero.

Cada ocurrencia de falla o de reparación es independiente de todas las demás ocurrencias.

La  $\lambda$  (tasa de fallas) y el  $\mu$  (tasa de reparación) son constante (en función exponencialmente distribuida). Con estas consideraciones podemos usar el modelo de Markov para el análisis de disponibilidad de una simple unidad con una tasa de falla ( $\lambda$ ) y una tasa de reparación ( $\mu$ ).

### **3.23. Índices de disponibilidad y confiabilidad**

Un concepto aritmético simple es muy útil para empezar a ver la disponibilidad y confiabilidad, utilizando los tiempos medios para la falla (TMF) o tiempos medios entre falla (TMBF). Estos tiempos promedios son a menudo calculados aritméticamente de la suma de los tiempos para fallar dividido entre el número de fallas.

La confiabilidad es observada cuando el tiempo medio para fallas (TMF) para equipos no reparables o tiempo medio entre fallas (TMBF) para equipos reparables es muy largo comparado con el tiempo en el que se requiere que este funcionando el equipo. Igualmente pequeños valores para índices de tiempo medio, comparado al tiempo requerido de trabajo, refleja no-confiabilidad.

Es importante entender que el TMBF puede ser muy dif en un mismo equipo, dependiendo de la calidad de su instalación, los estándares operacionales y por supuesto de la calidad del mantenimiento.

## **CAPITULO IV**

### **METODOLOGÍA**

La investigación se lleva a cabo es descriptiva y de campo, ya que se usan datos de funcionamiento, y es de campo ya que se utilizan, registros de eventos de turbogeneradores. Para desarrollar los objetivos del trabajo como es el de estudiar la confiabilidad, la mantenibilidad y la disponibilidad del sistema de potencia de la “Planta Guanta”.

#### **4.1. Componente objeto de estudio**

La aplicación del modelo de cadenas de Markov, para un sistema en general, y para este caso, un sistema eléctrico de potencia, no es necesario tomar en cuenta todo el sistema sino, analizar el equipo o componente que se considera por datos obtenidos, el equipo con el número mayor de fallas.

De acuerdo al criterio anterior, el equipo sometido a estudio son los turbogeneradores de la subestación “Planta Guanta”. El cual está representado como “Unidad N° 6” y “Unidad N° 7”. “La Unidad N° 6”, en el momento del estudio se encontraba en mantenimiento, y ambos se consideran como componentes reparables.

## 4.2. Modelamiento del sistema

Como ambos componentes son reparables, tienen cuatro posibilidades de estado, el cual fue descrita en el capítulo anterior figura (3.12). Por otra parte es un sistema redundante, es por ello que la técnica utilizada para la evaluación de la confiabilidad, mantenibilidad y disponibilidad, es por el método de cadenas de Markov.

Los equipos objeto de estudio, lo representa el siguiente modelo de sistemas, según las características de la técnica de cadenas de Markov.

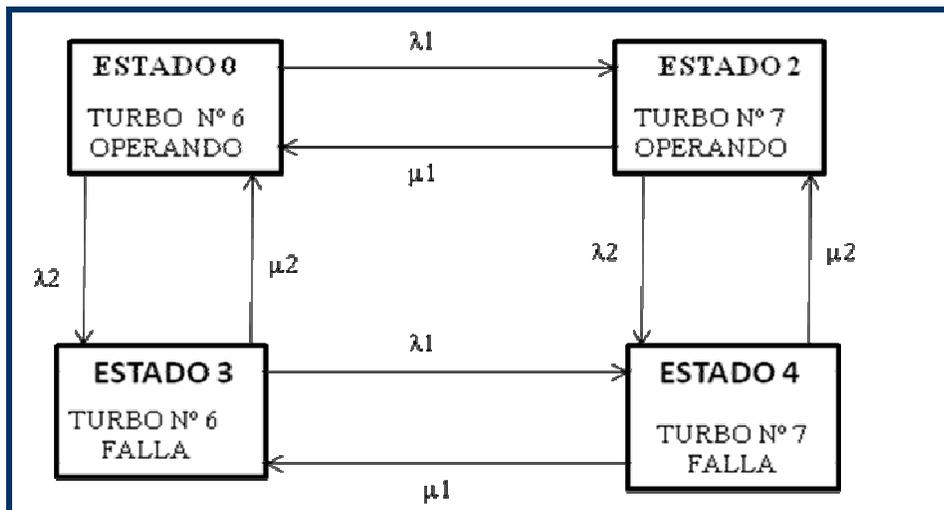


Figura4.1 Diagrama de estado del sistema a estudio

Tabla 1. Posibilidades de Estado

ESTADOS	UNIDAD N°6	UNIDAD N°7
1	OPERANDO	OPERANDO
2	FALLA	OPERANDO
3	OPERANDO	FALLA
4	FALLA	FALLA

### 4.3. Conexión del sistema de potencia

El sistema de potencia a estudiar posee una conexión en paralelo, el cual, dicho sistema deja de funcionar solo sí y solo sí, ambos turbogeneradores fallan.

Como son componentes idénticos, los estados (2 y 3), también lo son pudiendo así obtener una reducción del diagrama de estados mostrado a continuación.

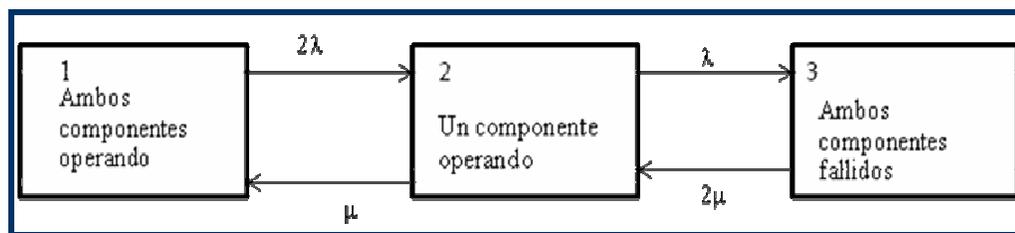


Figura 4.2 Diagrama de estado reducido

Para de esta técnica, es necesario hacer unas series de asunciones originadas especialmente de los tiempos de dependencia de las fallas y los tiempos de reparación de los elementos del sistema. Por lo que se hacen hincapié, en los elementos más críticos o los más fallados, lo cual reduce el sistema a una entrada o salida de operación y utilizar el concepto de redundancia.

Las probabilidades de estado del sistema se muestran a continuación:

$$P_{\text{OPERABLE}} = A = P_1 + P_2$$

$$P_{\text{FALLA}} = U = P_3$$

La probabilidad de transición estocástica queda:

$$P = \begin{bmatrix} 1 - 2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1 - \lambda - \mu & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1 - 2\lambda \end{bmatrix}$$

$$[ P_1, P_2, P_3 ] = \begin{bmatrix} 1 - 2\lambda & 2\lambda & 0 \\ \mu & 1 - \lambda - \mu & \lambda \\ 0 & 2\mu & 1 - 2\lambda \end{bmatrix}$$

Donde en forma explícita se puede decir:

$$P_1 (1 - \lambda) + P_2 (\mu) = P_1$$

$$P_1 (2\lambda) + P_2 (1 - \lambda - \mu) + P_3 (2\mu) = P_3$$

$$P_2 (\lambda) + P_3 (1 - 2\mu) = P_3$$

### REORDENANDO

$$-2\lambda P_1 + \mu P_2 = 0$$

$$2\lambda P_1 - (1+\mu) P_2 + 2\mu P_3 = 0$$

$$\lambda P_2 - 2\mu P_3 = 0$$

La Propiedad Markoviana:

$$\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_3 = \mathbf{1}$$

El estado limite de probabilidad pueden ser obtenidos mediante el uso de métodos sencillos, mediante la técnica Poisson o por el método de matriz estocástica.

#### **4.4. Recolección de datos**

La información obtenida fue suministrada a través de datos proveídos por la empresa CADAFE, División de Generación Oriental, estado Anzoátegui, mediante los reportes de paradas de las unidades turbogeneradoras.

#### **4.5. Población y muestra**

La población a investigar, es la División de Generación Oriental (CADAFE) “estado Anzoátegui”, específicamente el sistema de generación de la “Planta Guanta”, y la muestra, son las Unidades Turbogeneradoras.

#### 4.6. Efectividad del sistema eléctrico de potencia

Para la evaluación de la efectividad del sistema de potencia, se toma el elemento o componente que se considera mas critico, por medio de los reportes de paradas, obtenidos por la empresa CADAPE, se decidió que el componente con un numero mayor de falla, están las unidades turbogeneradoras, el cual es a éste elemento se realiza el estudio de confiabilidad, disponibilidad y mantenibilidad, mediante estos resultados se obtienen la efectividad de todo el sistema de potencia.

#### 4.7. Tabulación de datos

Tabla 2. Seguimiento del sistema (Fechas de reporte)

<b>FECHA DE REPORTE</b>	<b>TMF (HORAS)</b>	<b>TMR(HORAS)</b>
01/01/2009 AL 31/01/2009	281,06	462,93
01/02/2009 AL 28/02/2009	332,28	392,22
01/03/2009 AL 31/03/2009	648	7,62
01/04/2009 AL 31/04 2009	672	60

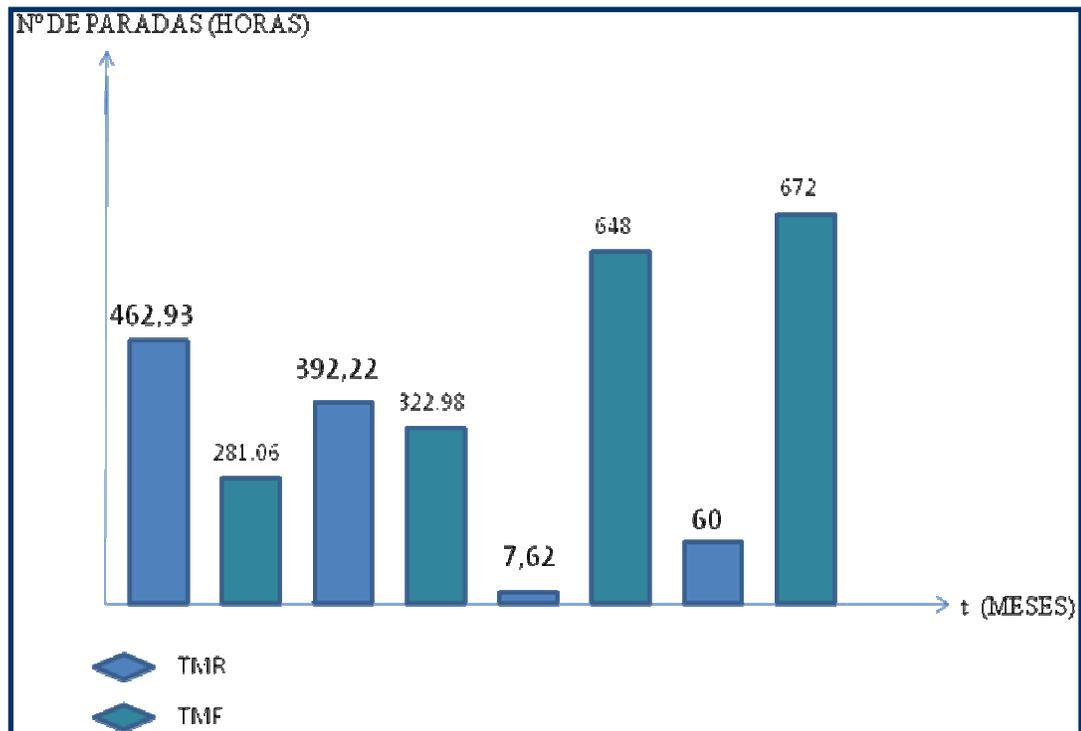


Figura 4.3. Tendencia tmf y tnr en los turbos generadores

$$TMF_{\text{PROMEDIO}} = 483,34 \text{ (Hora / mes)}$$

$$TMR_{\text{PROMEDIO}} = 230,70 \text{ (Hora / mes)}$$

$$\lambda = \frac{1}{TMF_{\text{promedio}}} = 0,0020689 \text{ (mensual)}$$

$$\mu = \frac{1}{TMR_{\text{promedio}}} = 0,0043346 \text{ (mensual)}$$

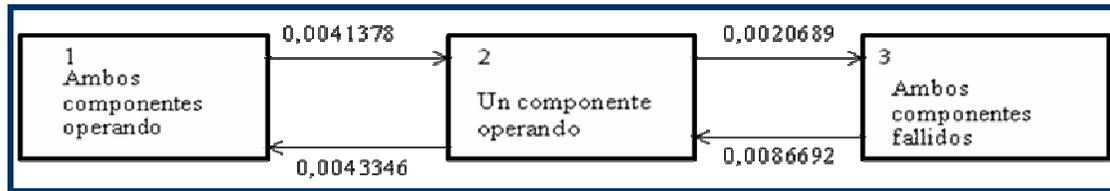


Figura 4.4 Tasas de fallas y de reparación del sistema a estudio

#### 4.8. Matriz de transición estocástica para el sistema de potencia de estudio

$$P = \begin{bmatrix} 0,9959 & 0,0041378 & 0 \\ 0,0043346 & 0,992976 & 0,0020689 \\ 0 & 0,0086692 & 0,991331 \end{bmatrix}$$

$$[p_1, p_2, p_3] = \begin{bmatrix} 0,9959 & 0,0041378 & 0 \\ 0,0043346 & 0,992976 & 0,0020689 \\ 0 & 0,0086692 & 0,991331 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P1 \\ P2 \\ P3 \end{bmatrix}$$

Probabilidad de estado según tasa de reparación y tasa de falla del sistema:

$$P_1 = \frac{\mu^2}{(\lambda + \mu)^2} = 0,4459$$

$$P_2 = \frac{2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} = 0,43735$$

$$P_3 = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} = 0,10445$$

## 4.9. Disponibilidad del sistema a estudio

### 4.9.1. Sistema actual

Para el caso de componentes idénticos en paralelo, la disponibilidad se expresa:

- Por el método de la matriz estocástica

$$A = P_1 + P_2 = 0,4459 + 0,43735$$

$$A = \mathbf{0,88325} \rightarrow \mathbf{88,33 \%}$$

- Aplicando Poisson:

$$A = \frac{\mu^2 + 2\lambda\mu}{(\lambda + \mu)^2} = \mathbf{0,8957} \rightarrow \mathbf{89,57 \%}$$

### INDIPONIBILIDAD:

- Por el método de la matriz estocástica

$$U = P_3$$

$$U = \mathbf{0,104445}$$

**PROPIEDAD MARKOVIANA:**

$0,4459 + 0,43735 + 0,104445 = 1$  (100%) dicha propiedad se cumple

- Por el método de Poisson

$$U = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} = \mathbf{0,104399}$$

**4.9.2. Predicción de la disponibilidad e indisponibilidad del sistema de potencia a estudio**

$$P_1(t) = \frac{\mu}{(\lambda + \mu)} + \left( \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} \right) e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} + \left( \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)} \right) e^{-(\lambda + \mu)t}$$

$P_1(36 \text{ meses}) = \mathbf{0,7942} \rightarrow \mathbf{79,42 \%}$

$P_1(48 \text{ meses}) = \mathbf{0,7354} \rightarrow \mathbf{73,54 \%}$

$P_1(60 \text{ meses}) = \mathbf{0,6809} \rightarrow \mathbf{68,09 \%}$

$P_2(36 \text{ meses}) = \mathbf{0,2059} \rightarrow \mathbf{20,59 \%}$

$P_2(48 \text{ meses}) = \mathbf{0,2646} \rightarrow \mathbf{26,46 \%}$

$P_2(60 \text{ meses}) = \mathbf{0,3190} \rightarrow \mathbf{31,90 \%}$

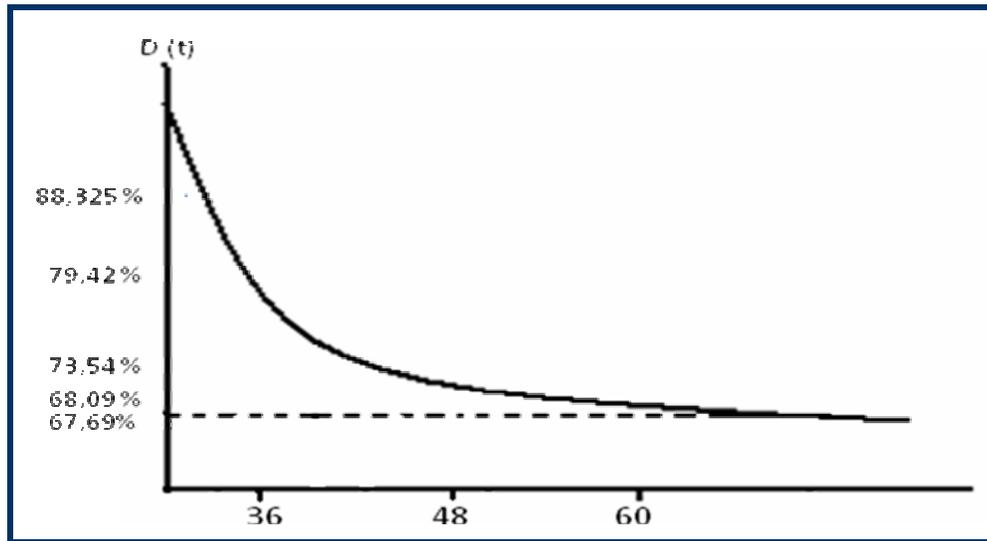


Figura 4.5 Tendencia de disponibilidad del sistema

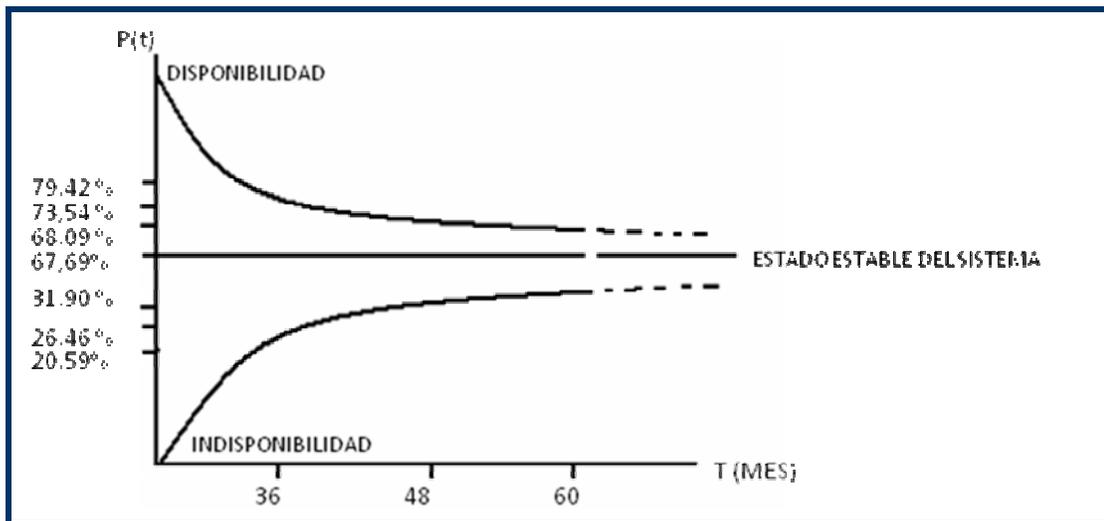


Figura 4.6 Tendencia de disponibilidad vs indisponibilidad

### 4.9.3. Frecuencia y duración de la disponibilidad e indisponibilidad

$$F1(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t > 0$$

$$F2(t) = \mu e^{-\mu t} \quad t \geq 0$$

Donde:

$F1(t)$  = es la función de densidad del tiempo de permanencia en el estado disponible.

$F2(t)$  = es la función de densidad del tiempo de permanencia en estado indisponible.

$t$  = indica el tiempo transcurrido desde el instante en que se inicia la medición hasta que se produce el cambio de estado.

- $F_1(36 \text{ meses}) = \mathbf{0,00192}$
- $F_1(48 \text{ meses}) = \mathbf{0,00207}$
- $F_1(60 \text{ meses}) = \mathbf{0,00183}$
- $F_2(36 \text{ meses}) = \mathbf{0,00371}$
- $F_2(48 \text{ meses}) = \mathbf{0,00352}$
- $F_2(60 \text{ meses}) = \mathbf{0,00334}$

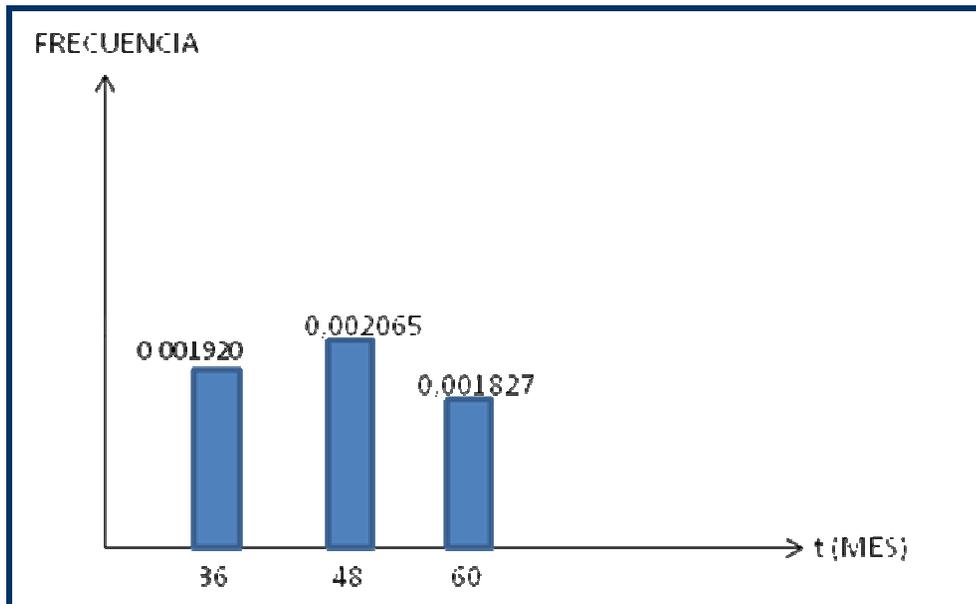


Figura 4.7. Predicción de la frecuencia de permanencia en el estado disponible del sistema

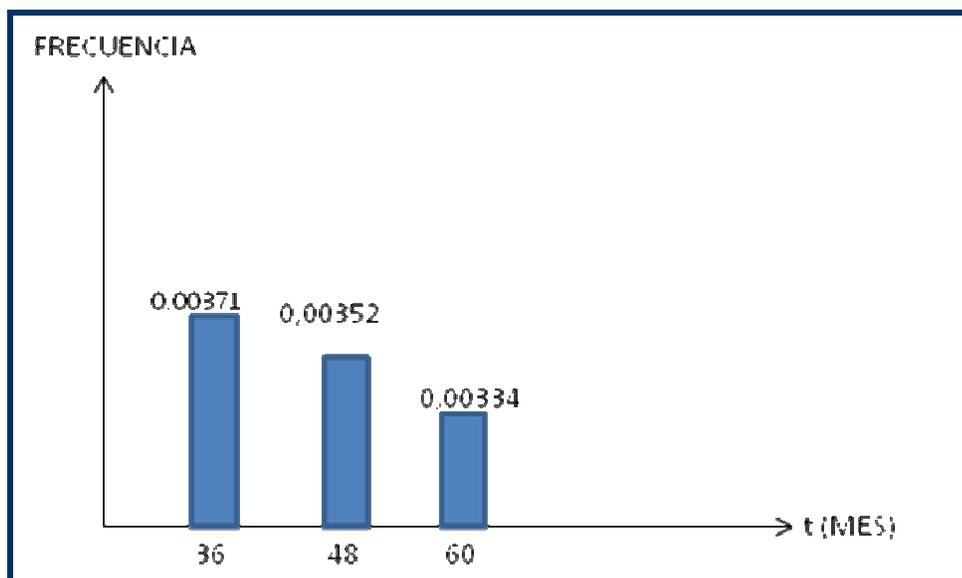


Figura 4.8. Predicción de la frecuencia de permanencia en el estado indisponible del sistema

Es interesante notar que, en estos sistemas, cada componente es independiente y que la expresión  $P_1, P_2, P_3$ . Juntos con los valores de disponibilidad e indisponibilidad pueden ser obtenidos directamente de los resultados del componente individual del sistema.

#### 4.10. Confiabilidad del sistema de potencia

La confiabilidad del sistema, es la probabilidad de permanecer en un estado operativo, una limitación en la practica, es el hecho de que las intervalos de transición deben de ser constantes. Existen métodos que pueden ser usados, pero el proceso se hace más difícil, consideramos esos intervalos de transición  $\lambda$  y  $\mu$  constantes.

Es importante el hecho que si se asume una tasa de falla constante y de reemplazo, después de una falla la función de confiabilidad se transforma.

La evaluación de la confiabilidad de un sistema, con el método de las técnicas de Markov, se describe en función de la disponibilidad del sistema.

Calculando la confiabilidad por el método tradicional se tiene:

$$R(t) = e^{-\lambda t} = R(t) = e^{-\frac{t}{TMBF}} = 0,997933$$

Los pasos para la evaluación de la confiabilidad en los sistemas son:

- Conocer los requisitos de funcionalidad del sistema.

- Realizar el análisis de las combinaciones de fallas de los componentes que producen las interrupciones al sistema.
- Calcular la frecuencia y duración de las interrupciones.

#### 4.10.1. Funcionalidad del sistema y fallas del componente

Cómo se dijo en apartados anteriores, el sistema deja de operar cuando los dos turbo-generadores fallan, a continuación se describen las posibles fallas en los turbos.

- Sistema de arranque
- Sistema de combustión { *sistema de combustible a gas*  
*sistema de combustible líquido*
- Sistema de aire atomizado
- Sistema de ventilación y calefacción
- Sistemas de protección contra fuego.
- Sistemas de lubricante { *Sistema de aceite de disparo*  
*Sistema de aceite hidráulica*
- Sistema de enfriamiento.
- Sistema de control.

#### 4.11. Frecuencia y duración de las interrupciones del sistema

$m$  = Tiempo medio de funcionamiento del componente.

$r$  = tiempo medio de reparación del componente.

$T$  = tiempo medio entre fallas

$$m = \frac{1}{\lambda} = \mathbf{483,34} \text{ (horas / mes)}$$

$$r = \frac{1}{\mu} = \mathbf{230,70} \text{ (horas / mes)}$$

$$T = \text{TMBF} = (m + r) = \mathbf{714,04}.$$

$$P = \frac{m}{(m+r)} = \mathbf{0,67691} \text{ (Estado estable de disponibilidad)}$$

$$P = \frac{f}{\lambda} = f = \mathbf{0,001400} \text{ por mes}$$

#### 4.12. Mantenibilidad del sistema de potencia a estudio

La mantenibilidad se deriva como un camino idéntico al de la confiabilidad sustituyendo (TMBF) por (TMR).

$$M(t) = e^{-\frac{t}{TMR}}$$

#### 4.12.1. Mantenibilidad actual del sistema objeto de estudio

$$M = e^{-\frac{t}{TMR}} = 0.9956$$

#### 4.10.2. Mantenibilidad a futuro del sistema objeto de estudio

$$M(36 \text{ meses}) = e^{-\frac{t}{TMR}} = 0.8555 \rightarrow 85,55 \%$$

$$M(48 \text{ meses}) = e^{-\frac{t}{TMR}} = 0,8122 \rightarrow 81,22 \%$$

$$M(60 \text{ meses}) = e^{-\frac{t}{TMR}} = 0,7701 \rightarrow 77,01 \%$$

#### 4.13. Análisis de acuerdo a los resultados obtenidos de la disponibilidad del sistema objeto de estudio

De acuerdo a los resultados obtenidos, la disponibilidad del sistema de potencia actual en la “Planta Guanta”, según el estudio que se realizó por el método propuesto, se obtuvo un 88.33% de disponibilidad, luego se calculó la disponibilidad

en el estado estable, es de 67,69 %. Esto quiere decir, que para un valor menor del valor de la disponibilidad en estado estable, el sistema tiene un mayor índice de probabilidad que ocurra una parada por falla en el equipo. Ya que por debajo de este valor el sistema requiere de una parada momentánea para inspeccionar y corregir alteraciones en la operatividad del sistema.

Mediante el método de cadenas de Markov, se estima que para un periodo de 60 meses, el sistema debe de tener una parada programada, para realizar mantenimiento preventivo, para así garantizar el buen funcionamiento del sistema de potencia objeto de estudio.

## CAPITULO V

### CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1. Conclusiones

- 1** Del gráficos 4.6. se observa que la tendencia de la disponibilidad del sistema a largo plazo que tiene forma exponencial decreciente, mientras que la indisponibilidad, tiene forma exponencial creciente.
- 2** Se demostró que la confiabilidad por el método de las cadenas de Markov es mas exacto que el tradicional, se obtuvo por el método tradicional una confiabilidad del sistema de 99,79 % en cambio por el método propuesto se obtuvo un 88,59 %. ya que por el método tradicional se toma el tiempo medio de falla y por las cadenas de Markov se toma en cuenta los estados de transición del sistema.
- 3** Por los resultados de realizados por el método propuesto se observó que hay una tendencia para 36 meses de operación de los tubos de disponibilidad del 79,42 %, para 48 meses 73, 54 % y para 60 mese un 68,04 %.
- 4** La mantenibilidad del sistema actual fue de un 99,56%. por el método de cadenas de Markov la mantenibilidad del sistema a 36 meses se obtuvo un 85,55 %, un 81,22% en 48 meses y para 60 meses se obtuvo un 77,01 %.

- 5** La cadena de Markov, es una herramienta probabilística simple, sencilla y muy confiable, ya que otros métodos realizan sus estudios de acuerdo a las “fallas en el tiempo”, y Markov, lo realiza de acuerdo “el tiempo en la falla”, es decir en otros métodos esperan que ocurra una falla, para luego ser analizada y evaluadas, sin embargo, Markov predice cuando ocurrirá una falla en el sistema.
- 6** Para una adecuada estimación de la confiabilidad, es importante contar con reportes de operación y paradas del sistema, para obtener las tasas de falla y de reparación relacionadas con las condiciones en la que opera el elemento, para así determinar el modelo que va a tomar en el análisis del sistema, por el método de las cadenas de Markov
- 7** La frecuencia y duración de los eventos entregan una información cualitativa (comportamiento del sistema en operación) y cuantitativa (frecuencia o cantidad de veces que el sistema está en estado disponible) a demás evalúa las probabilidades límite de estado, y la duración media de estado en el sistema.
- 8** Una alta confiabilidad (pocas fallas) y una alta mantenibilidad (tiempos predecibles de mantenimiento), son tendencia de un sistema altamente efectivo. Es decir a medida que la disponibilidad del sistema crece, la capacidad para cumplir con su tarea se incrementa, ya que el equipo (turbo generadores) estará en servicio en mayor porcentaje de tiempo.
- 9** La efectividad, es un índice relativo para la medición de la disponibilidad, mantenibilidad y confiabilidad en un sistema. Con esto se encuentra el área que requiere de mejoramientos, para alcanzar una mayor efectividad al sistema.

## 5.2. Recomendaciones

1. Para que la tendencia de disponibilidad del sistema se mantenga en un nivel bajo, es importante, la ejecución efectiva y eficaz del mantenimiento preventivo y correctivo, conllevando con esto minimizar la paradas por fallas fortuitas y graves al sistema.
2. Para mejorar la disponibilidad del sistema, es recomendable que para cada 43.200 horas de operación de los turbos generadores, se realice una parada programada, para ejecutar acciones de mantenimiento al equipo y garantizar por un periodo mayor de tiempo, su funcionamiento sin eventos de fallas.
3. Para mejorar los índices de evaluación de confiabilidad del sistema de la Planta Guanta, deben ser mas precisos los registros de paradas por fallas o por mantenimiento menor de los turbo generadores especificando, las horas de parada, la duración del mantenimiento, es el sistema en donde ocurrió la falla y el elemento que falló.
4. Para mejorar la mantenibilidad del sistema es necesario un mantenimiento fácil y rápido (fácil de adquisición de reemplazo de repuesto, para esto se debe de llevar un registro de los equipos del sistema y los elementos de éste, que mas fallan, para tener un stock de repuestos disponibles, minimizando la duración de la obtención de dicho repuesto).
5. Es recomendable sustituir las unidades turbogeneradoras por otras nuevas, ya que tienen un tiempo de operación de aproximadamente 26 años y externamente se encuentran bastante deteriorada. La unidad N° 6, tiene aproximadamente 4 años

parada por una fisura en la cámara de combustión que es difícil ser soldada por la magnitud en dicha fisura.

## BIBLIOGRAFÍA

- 1 Nachlas, J., (2001), “Fiabilidad”, ISDEFE, Madrid
- 2 SOTO. M. (1997) “Cálculo de Índices Nodales de Confiabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia”, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de CHILE.
- 3 CIGRE. F. (1987) “Power System Reliability Analysis Application Guide”, Volumen 1 y 2.
- 4 Knezevic, J., 1999, “Mantenibilidad”, ISDEFE, Madrid.
- 5 DILLON. T y BACKLUND. Y. (1987) “Reliability Modeling of Composite Power System”, Swedish state power board systems development.
- 6 ARRIAGADA. A (1994). “Evaluación de Confiabilidad en Sistemas Eléctricos De Distribución”, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile, trabajo para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería.
- 7 PEÑA. D. (1997) “Estadística Modelos y Métodos”, Segunda Edición, Alianza Editorial.
- 8 SALVADERI. L (CHAIRMAN), BILLINTON R, ENDRENYI J, PRINCE J, RINGLEE R,(1984)“Power System Reliability in perspective”, IEEE Transactions on power and systems.
- 9 GONER T,(1986) “Electric power systems engineering” MC GRAW HILL.

- 10** TORRES. A. (1993) “Probabilidad, Variables Aleatorias, Confiabilidad y Procesos Estocásticos en Ingeniería Eléctrica”, Universidad de Los Andes, Volumen I.
- 11** ALLAN.R. Y BILLINTON R. (1995) “Bulk System Reliability – Predictive Indices”, IEEE Transactions on Power Systems Vol. 5 No. 4, November.
- 12** BILLINTON. R. (1996)“Reliability evaluation of power systems”. Second edition. United States of America
- 13** TILLERO. A. (2005) “Evaluación de la confiabilidad del sistema de generación oriental y efecto que causa una elevación del nivel de tensión de planta guanta de 115 kv a 230 kv” .Trabajo de grado. Ing. Eléctrica; Universidad de Oriente, Anzoátegui, Venezuela.
- 14** PEREZ. L. (2005). “Desarrollo de un programa de mantenimiento centrado en la confiabilidad para subestaciones del patio de distribución de Guri”. Trabajo de grado. Ing. Eléctrica; Universidad de Oriente, Anzoátegui, Venezuela.

**METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y  
ASCENSO**

<b>TÍTULO</b>	<b>“ESTUDIO DE CONFIABILIDAD, UTILIZANDO LAS CADENAS DE MARKOV PARA LA DISPONIBILIDAD DE UN SISTEMA ELECTRICO DE POTENCIA”</b>
<b>SUBTÍTULO</b>	

AUTOR (ES):

<b>APELLIDOS Y NOMBRES</b>	<b>CÓDIGO CVLAC / E MAIL</b>
<b>Castro Duerto Miladis Elena</b>	<b>CVLAC: CI: 16.143.693</b> <b>E MAIL: miladiscd@hotmail.com</b>

PALÁBRAS O FRASES CLAVES:

**Estudio**

**Confiabilidad**

**Cadenas Markov**

**Sistema Eléctrico**

**Potencia**

**CADAFE**

**METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:**

<b>ÁREA</b>	<b>SUB ÁREA</b>
Ingeniería y Ciencias Aplicadas	Ingeniería Eléctrica

**RESUMEN (ABSTRACT):**

Las cadenas de Markov, es una técnica probabilística simple y sencillo para la aplicación a los sistemas de potencia, con el fin de conocer el estado actual y predecir el estado del sistema en cierto periodo de tiempo. Esta técnica no requiere de un historial de eventos para el estudio dicho sistemas, sino que depende de la situación actual y no de la forma de cómo llego a ese estado. El estudio de la confiabilidad en los sistemas de potencia, viene dada por la disponibilidad del sistema, y su importancia radica en establecer niveles de confiabilidad que sirvan de referencia para análisis predictivo a futuro, tomando acciones de mantenimiento, para minimiza los eventos de fallas en el sistema, garantizando el buen funcionamiento del sistema.

**METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:****CONTRIBUIDORES:**

<b>APELLIDOS Y NOMBRES</b>	<b>ROL / CÓDIGO CVLAC / E-MAIL</b>				
<b>PEDRO RODRÍGUEZ</b>	<b>ROL</b>	<b>CA</b>	<b>AS X</b>	<b>TU</b>	<b>JU</b>
	<b>CVLAC:</b>	<b>5.190.273</b>			
	<b>e-mail:</b>				
<b>MANUEL MAZA</b>	<b>ROL</b>	<b>CA</b>	<b>AS</b>	<b>TU X</b>	<b>JU</b>
	<b>CVLAC:</b>	<b>8.266.951</b>			
	<b>e-mail:</b>				
<b>HERNÁN PARRA</b>	<b>ROL</b>	<b>CA</b>	<b>AS</b>	<b>TU</b>	<b>JU X</b>
	<b>CVLAC:</b>	<b>4.362.464</b>			
	<b>e-mail:</b>				
	<b>ROL</b>	<b>CA</b>	<b>AS</b>	<b>TU</b>	<b>JU X</b>
	<b>CVLAC:</b>				
	<b>e-mail:</b>				

FECHA DE DISCUSIÓN Y APROBACIÓN:

<b>2009</b>	<b>08</b>	<b>04</b>
<b>AÑO</b>	<b>MES</b>	<b>DÍA</b>

LENGUAJE. SPA

**METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:**

ARCHIVO (S):

NOMBRE DE ARCHIVO	TIPO MIME
<b>Tesis.Estudio_SistemaEléctrico_CadenasMarkovdoc.</b>	<b>Aplicación/msword</b>

**CARACTERES EN LOS NOMBRES DE LOS ARCHIVOS:** A B C D E F G H I J K L M N O P Q  
R S T U V W X Y Z . a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z . 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 .

ALCANCE

ESPACIAL: \_\_\_\_\_ (OPCIONAL)

TEMPORAL: \_\_\_\_\_ (OPCIONAL)

TÍTULO O GRADO ASOCIADO CON EL TRABAJO:

**Ingeniero Electricista**

NIVEL ASOCIADO CON EL TRABAJO:

**Pregrado**

ÁREA DE ESTUDIO:

**Departamento de Electricidad**

INSTITUCIÓN:

**Universidad de Oriente Núcleo de Anzoátegui**

**METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:**

**DERECHOS**

De acuerdo al artículo 44 del Reglamento de Trabajo de Grado:

**“Los Trabajos de Grado son exclusiva propiedad de la Universidad y solo podrán ser utilizados a otros fines con el consentimiento del Consejo de Núcleo respectivo, quien lo participará al Consejo Universitario”**

\_\_\_\_\_  
**MILADIS CASTRO**

**AUTOR**

\_\_\_\_\_  
**TUTOR**

**PEDRO RODRÍGUEZ**

\_\_\_\_\_  
**JURADO**

**MANUEL MAZA**

\_\_\_\_\_  
**JURADO**

**HERNÁN PARRA**

\_\_\_\_\_  
**POR LA SUBCOMISION DE TESIS**

**PROF. VERENA MERCADO**