



CAPITULO I.....	8
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	8
1.1 Naturaleza Del Problema.....	8
1.2 Objetivo General.....	9
1.3 Justificación.....	11
CAPITULO II.....	12
MARCO TEÓRICO.....	12
2.1. Antecedentes.....	12
2.Bases Teóricas.....	12
2.2.1 Teoría Constructivista.....	13
2.2.2 Características De Un Profesor Constructivista.....	14
2.2.3. Aprendizaje Significativo.....	14
2.2.4. Estrategias De Enseñanza Y Aprendizaje.....	15
2.2.5. Estrategias De Enseñanza.....	15
2.2.6. Estrategias De Aprendizaje.....	15
2.2.5 Método Geométrico Analítico.....	17
2.3. Definición De Términos.....	18
CAPITULO III.....	19
MARCO METODOLÓGICO.....	19
3.1.Tipo de Investigación.....	19
3.2. Diseño De Investigación.....	19
3.3. Instrumentos de Medición y Recolección de Datos.....	21
3.4. Validación y Confiabilidad del Instrumento.....	21
3.5. La Muestra.....	21
CAPITULO IV.....	24
PRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS.....	24
4.6 Conclusiones.....	27
4.7 Recomendaciones.....	28
CAPITULO. V.....	29
Material De Apoyo Al Taller Sobre El Tema De Límite De Funciones; Para Los (As) Docentes De Educación Media, Diversificada Y Profesional.....	29
ANEXOS.....	61
HOJAS DE METADATOS.....	78

## DEDICATORIA

A mi Dios Todopoderoso por guiar y orientar mis pasos, por mostrarme su amor y misericordia, por darme paciencia y perseverancia, cualidades esenciales en el logro de las metas; por estar presente en cada día de mi vida.

A mis padres, Eleazar Díaz y Gladys Veliz, los cuales en todo momento depositaron en mí su amor, cariño y confianza.

A mis hermanos, Eliecer y Glennys, por motivarme cada día.

A mi asesor, profesor Pedro Tirado; a quien considero como un padre, el cual con su apoyo incondicional, me ha mostrado la hermosura de las matemáticas y el disfrute de poder enseñarlas.

A mis compañeros de la Licenciatura en Educación Mención Matemática: Zuraima Chacón, Carmen Lezama, Geraldine Flores, Denisse Santana por haber compartido tantas experiencias y buenos momentos en la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre.

A mis amigos incondicionales, a quienes considero mis hermanos María Marchán, César Cova y Carlos Azócar.

A Pedro López, por confiar en mí, por enseñarme a conocerme y por amarme.

## **AGRADECIMIENTO**

Al Prof. Pedro Tirado, mi asesor académico, excelente ser humano por su aporte profesional y toda la dedicación, sencillez, paciencia, solidaridad y constancia para conmigo en la realización de este trabajo de grado.

A todo el personal que labora en el colegio U. E. Fe y Alegría “San Luis”, por el apoyo técnico y solidaridad que me brindaron en la aplicación del taller al prestarme sus instalaciones. Asimismo a todos los docentes de las diversas instituciones invitadas que cortésmente asistieron al taller.

A la profesora Lissette Solórzano, gran ser humano, y excelente profesora, quien me guío en esta investigación.

A las Sra. Efigenia Curapa (Fita) y Mirella Urbaneja; excelentes personas y amigas, las cuales siempre estuvieron allí para brindarme palabras alentadoras, y buenos consejos.

A la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, que sin duda ha sido casa y escuela en todo el proceso de mi aprendizaje.

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE SUCRE  
ESCUELA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN.

**PROPUESTA DEL MÉTODO GEOMÉTRICO - ANALÍTICO.  
COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA VÁLIDA PARA LA ENSEÑANZA  
DE LÍMITE A NIVEL DE 5<sup>TO</sup> AÑO EDUCACIÓN MEDIA, DIVERSIFICADA  
Y PROFESIONAL.**

AUTOR: Eglee Díaz Veliz  
ASESOR: Prof. Pedro Tirado  
AÑO: Febrero, 2013.

**RESUMEN**

La presente investigación tiene como objetivo general proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año Educación Media, Diversificada y Profesional. El nivel de investigación fue descriptivo y su diseño de campo. Para ello se propuso la realización de un taller, el cual contó con la asistencia de 20 docentes de diferentes instituciones (públicas y privadas) de la ciudad de Cumaná especialistas en el área, los cuales representaron la muestra de la presente investigación. El instrumento utilizado para la recolección de datos fue el de la encuesta, ésta se empleó durante la realización del taller, mediante su aplicación se recopiló las opiniones y sugerencias de los(as) docentes en relación al método, las estrategias planteadas y su aplicación, así como otros aspectos necesarios. La validación del instrumento se hizo mediante juicio de expertos. El taller se realizó con la intención de indagar las estrategias metodológicas que utilizaban comúnmente los (as) docentes para desarrollar los contenidos de Límite, así como también, mostrar las bondades del método Geométrico-Analítico, en qué consistía y como se puede aplicar para desarrollar los contenidos antes mencionados. El análisis de los resultados se realizó con procedimientos manuales y se analizaron en términos de valores absolutos y porcentuales, los cuales permitieron concluir que la propuesta del método para la enseñanza de los temas de límite es válida ya que contribuye a que el docente edifique el concepto a estudiar y adquiera de una manera más eficiente y eficaz un aprendizaje significativo; el método es apto para aplicar en los contenidos de Límite, asimismo se puso de manifiesto la necesidad de dar a conocer ya sea a través de talleres o material bibliográfico sobre dicho método, las cuales, podrían ser aplicadas no sólo para desarrollar los contenidos de Límite, sino también para contenidos tales como: Funciones, Continuidad, Derivadas, entre otros. Finalmente los resultados obtenidos durante la experiencia del taller permitieron complementar demostrar que el método Geométrico – Analítico es una estrategia metodológica válida para la enseñanza de los temas de Límite.

**Palabras clave:** Estrategias, Enseñanza, Aprendizaje, Método G-A.



## INTRODUCCIÓN

El proceso de enseñanza y aprendizaje a lo largo de la historia ha presentado distintas debilidades tales como: el desconocimiento parcial o total de los contenidos de los programas del Plan de Estudios por parte de los(as) docentes, lo que les impide establecer la vinculación entre dichos programas y las asignaturas que imparten; falta de comunicación y trabajo en equipo para buscar alternativas de solución a los problemas cotidianos de su trabajo en el aula, interrupciones constantes de las clases por atender diversas situaciones que los distraen de sus actividades de formación, la deficiencia en la aplicación de estrategias didácticas y de investigación por parte del docente para desarrollar los contenidos, entre otras; siendo esta última una de las más resaltantes.

Son muchas las estrategias y metodologías que se han propuesto para mejorar la eficiencia y eficacia de dicho proceso. Sin embargo, hasta ahora no se ha logrado crear algoritmos que permitan desarrollar la creatividad y generar nuevos conocimientos, es decir, para la creación de nuevas ideas no existen patrones determinados. En este sentido, hace referencia con respecto al tema del lenguaje escrito, Uslar Pietri (1978) expresa:

***... No se puede enseñar a escribir. Por eso mismo, resulta incongruente pensar que puede haber un método o una receta para escribir. Es casi como si buscásemos una receta para vivir plenamente.... Hubo ocasiones en el que el gran escritor Edgar Allan Poe pretendía que algunas de sus grandes obras literarias eran el simple y casi mecánico resultado de ciertos procedimientos de elaboración. No era cierto y no podía ser cierto. La prueba que, después, mas nadie logro alcanzarlo con la simple receta aparente. Lo que Poe hacía era un juego de burla con la simplicidad de los demás...En ocasiones pueden prestar una ayuda apreciable (los algoritmos), pues facilitan el conocimiento de técnicas y experiencias, de búsquedas y hallazgos que pueden evitar desviaciones y tropiezos a un principiante de talento pero no más allá...(Diario El Nacional). (p.12)***

**Este planteamiento de Edgar Allan Poe, es útil en algunas profesiones u oficios: por ejemplo, un ingeniero aprende los pasos necesarios para construir un puente, un albañil aprende los pasos necesarios para pegar un bloque o un periodista a escribir artículos de prensa, pero no es posible, de ninguna manera, enseñar a crear. No puede haber un método algorítmico para formar creadores de conocimientos, si lo hubiese habrían, muchos creadores de conocimientos. No obstante el manejo de algoritmos es aplicable, necesario y útil para comenzar a aprender ciertos contenidos de algunas asignaturas o materias tales como: Castellano, Física, Química, entre otras, pero de ninguna manera estos nos permiten crear ciencias.**

**Asimismo la matemática como ciencia no escapa a lo anterior, es decir, no se puede enseñar a nadie a resolver “problemas”. Pero, si se puede enseñar algunos algoritmos que permitan plantearlos y descifrarlos, evidentemente, esto es lo que pretende hacer el docente al momento de enseñar matemática, es decir, este procura mostrarles a sus estudiantes estrategias que les permitan resolver planteamientos específicos.**

Para nadie es un secreto que tradicionalmente la matemática es una de las asignaturas que habitualmente menos entusiasmo a los (as)estudiantes, la mayoría de estos(as) la rechaza y la tildan de difícil y la consideran carente de aplicación posterior en la vida, reconociendo en todo momento su carácter abstracto.

Esta situación ha creado entre los (as) docentes de dicha área, un ambiente discutible, en lo que respecta a la metodología a aplicar para desarrollar los contenidos establecidos en los distintos niveles de

educación, tales como: Primaria, Media, Diversificada, Profesional y Superior, siendo la Educación Media, Diversificada y Profesional las que representan, en muchos casos, el mayor reto, puesto que, es en estos niveles, donde el estudiantado debe comenzar a comprender los primeros contenidos “teóricos” de las matemáticas, entre los que cabe mencionar: Polinomios, Trigonometría, Matrices, Determinantes, Ecuaciones, Inecuaciones, Funciones, **Límite, Continuidad, entre otros.**

**Abordar estos temas, en particular el contenido de Límite (incluido recientemente dentro del Currículo Nacional Bolivariano 2007 a nivel de Educación Media en Venezuela), resulta un nuevo desafío para los (as) docentes de dicho nivel debido a la relevancia del tema y al nivel de abstracción del mismo.**

**El Límite es uno de los conceptos más importantes de la matemática, ya que es necesario para introducir otros temas (tales como: Continuidad, Derivada, Integral...) y, por lo tanto, su estudio se hace realmente necesario. Por otra parte, para los (as) estudiantes es un concepto improductivo, poco atractivo, demasiado abstracto, que olvidan totalmente con extrema facilidad y, en consecuencia, es uno de los más difíciles de enseñar y aprender. Este hecho resulta un verdadero desafío para los (as) docentes a nivel de Educación Superior y mucho más para los (as) docente de Educación Media, Diversificada y Profesional, los cuales regularmente no enseñaban estos contenidos y que recientemente deben dictar los mismos a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional, según las exigencias del Currículo Nacional Bolivariano 2007.**

**Teniendo en cuentas los aspectos anteriormente mencionados, es pertinente investigar sobre las estrategias que se aplican actualmente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de**

dichos contenidos, específicamente a nivel de Educación Media , Diversificada y Profesional, en donde los (as) docentes dado que habitualmente no desarrollaban estos temas, se ven en la dificultad de establecer estrategias que les permitan desarrollarlos de manera eficaz y en muchos casos se ven en la necesidad de aplicar métodos usuales, los cuales consisten en definir el concepto e ir directamente a los ejercicios ( a pesar de que muchas ocasiones no es lo más apropiados), esto a consecuencia de múltiples factores tale como: limitación de tiempo, nivel de abstracción de los contenidos, falta de motivación por parte de los (as) estudiantes, entre otros. Es por ello que resulta oportuno el diseño de nuevas estrategias metodológicas, donde se tomen en cuenta cada una de las variables o elementos esenciales de estos contenidos y se favorezca el proceso de enseñanza y aprendizaje de los mismos.

En este sentido y luego de una extensa documentación sobre las distintas metodologías existentes que, de una u otra forma, se podrían aplicar como estrategia metodológica, para el buen desarrollo del proceso enseñanza y aprendizaje del tema de Límite a nivel de Educación Media, Diversificada y Profesional, tomando en cuenta la teoría Constructivista, sobre la cual se basa el Currículo Nacional Bolivariano (CNB. 2007), resulta necesario el diseño de estrategias metodológicas, con la cual los (as) estudiantes pueda construir y visualizar los conceptos a estudiar, lo cual le permitirá que estos alcancen mayor comprensión y entendimiento de los conceptos dados.

Dentro de este orden de ideas, se busca proponer el método Geométrico – Analítico (G –A) como una estrategia metodológica válida para la enseñanza de los temas de Limite, que satisface las condiciones indicadas anteriormente. Este método fue creado por el profesor Pedro Tirado y presentado como Trabajo de Ascenso

(categoría de Profesor Asociado en la Universidad de Oriente – Venezuela), titulado **“Método geométrico- analítico para el estudio de matemática básica. Cumaná”**, el cual fue aplicado a nivel de Educación Superior para la enseñanza de la cátedra Matemáticas I (Científica Tecnológica) de la Universidad de Oriente, (1993), obteniendo buenos resultados ( ver anexo I), asimismo, fue validada su efectividad por el profesor Alberto Tirado en su trabajo de Maestría para optar por el título de Magister Scientiarum en Educación Mención : Enseñanza de las Matemáticas Básicas, titulado: **“Efectividad en el diseño de estrategias para facilitar la enseñanza en los temas de la asignatura: Matemáticas I , área científico tecnológica, basado en el método G - A”**. (2010). Sumado a esto, este método se apoya en la teoría constructivista, permitiendo que los (as) estudiantes construyan y visualicen los conceptos a aprender.

En atención a lo expuesto, la propuesta que se presenta buscará ser sustentada, mediante el apoyo y aprobación de un conjunto de profesores de matemática a nivel de Educación Media y Diversificada y Profesional (plenamente capacitados), los cuales asistirán a un taller donde se mostrará en que consiste el método G- A, su aplicabilidad y practicidad, para posteriormente analizar sus opiniones y recomendaciones mediante la utilización de instrumentos (encuestas o entrevistas), los cuales determinaran la validez o no de la propuesta, obviamente estos instrumentos de recolección de datos serán previamente validados.

La presente investigación está estructurada por cinco capítulos, los cuales se distribuyeron de la siguiente forma: Capítulo I. Planteamiento del Problema, compuesto por: Naturaleza del Problema, Objetivos Generales y Específicos y la Justificación. Capítulo II. Marco Teórico, constituido por: Antecedentes y Bases

**Teóricas. Capítulo III. Marco Metodológico, estructurado por: Nivel de la Investigación, Diseño de la Investigación, Muestra, Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos. Capítulo IV. Análisis, interpretación de los Resultados, conclusiones y recomendaciones. Capítulo V. Material de apoyo al taller sobre el tema de Límite; para los (as) docentes de Educación Media, Diversificada y Profesional.**

# CAPITULO I

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### 1.1 Naturaleza Del Problema

Actualmente vivimos en una sociedad demandante y competitiva donde cada día son mayores los avances de la ciencia y la tecnología, este hecho nos exige una mayor preparación, especialmente a nivel de educación. Los avances demandan de las instituciones educativas una preparación eficaz en la enseñanza de las ciencias, en especial de las disciplinas matemáticas, las cuales son la base fundamental del avance de la tecnología y conocimiento actual, tal y como lo afirma Gómez-Granell (1991), la cual expresa:

***Nadie pone en duda que saber matemáticas es una necesidad imperiosa en la sociedad cada vez más compleja y tecnificada, en la que se hace más difícil encontrar ámbitos en los que las matemáticas no hayan abarcado. (p. 11)***

En este sentido, la educación mundial, específicamente en la etapa de Educación Media, Diversificada y Profesional, históricamente va en progreso en técnicas, métodos, estrategias didácticas y otros aspectos. Sin embargo, una de las áreas donde se presenta mayor dificultad en el proceso de enseñanza y aprendizaje, es la matemática, esto debido quizás a lo abstracto de muchos de sus conceptos.

Hoy en día en Venezuela, en la búsqueda de mejoras en la preparación de nuestros estudiantes a nivel de Educación Media, Diversificada y Profesional, el Ministerio del Poder Popular para la Educación ha realizado varias reformas dentro del subsistema de

Educación Secundaria Bolivariana, en particular es de nuestro interés; en conformidad con el Currículo Nacional Bolivariano (2007), los cambios realizados en el área de aprendizaje, *Ser humano y su interacción con los otros componentes del ambiente* para quinto año de Educación Media, Diversificada y Profesional; en el módulo: *Los procesos matemáticos y su importancia en la comprensión del entorno*, dentro del cual fueron incluidos los temas de Límite y Derivadas, este componente formula lo siguiente:” ***Definición intuitiva de Límite, propiedades del Límite y de las operaciones. Continuidad de funciones en un punto, propiedades...***” (pág. 17)

La inclusión de dichos temas dentro del Currículo Nacional Bolivariano (CNB), es de gran importancia, puesto que permite que el estudiantado adquiera una base matemática sólida para el desarrollo de estudios futuros a nivel de Educación Superior. No obstante, es conocido por todos, el bajo índice de rendimiento académico que se presenta en esta asignatura, así lo afirma Hernández (2004), el cual señala que:

***En los últimos años los resultados obtenidos tanto en la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económicos (OCDE), como en la UNESCO en términos del rendimiento académico son desfavorables, principalmente en matemáticas y ciencias naturales,... y que sólo un porcentaje mínimo de la población escolar estudia carreras científicas y de las ciencias exactas. (p. 9)***

Son diversos los factores que determinan esta situación uno de los más importantes es la metodología aplicada por los (as) docentes para impartir las clases, en especial en el área de matemática, en este sentido Martínez M. (2003), nos dice:

***El proceso de enseñanza y aprendizaje ha confrontado serios problemas debido a que su instrucción se viene realizando en forma abstracta, la metodología utilizada no es la adecuada, el aprendizaje de la misma se ha***

***constituido en la repetición de conocimientos, aplicación de formas mecánicas que no permiten llegar al resultado correcto. Esto ha traído como consecuencia el desperdicio de la capacidad de razonamiento y la virtud creadora del educando lo cual se evidencia en su capacidad de resolver algún problema que se le presente de forma diferente o no familiar a la que no está acostumbrada.***

***(p. 4)***

Este hecho hace que sobre los (as) docentes recaiga una mayor responsabilidad y preparación en el proceso de enseñanza de las matemáticas, puesto que, a ellos (as) les corresponde el compromiso de escoger las estrategias y metodologías adecuadas para lograr una mayor comprensión de los conceptos o temas a desarrollar.

En tal sentido, encontrar una metodología adecuada, representa un gran reto para los(as) docentes, situación que ha traído grandes debates críticos, que han llevado a cambios curriculares y pedagógicos. Se sabe que muchas veces en los institutos oficiales de educación (escuelas, liceos, creaciones, entre otros) el logro de los objetivos resulta difícil de alcanzar durante un año escolar, esto como consecuencia entre otros factores, a la carencia de material didáctico y bibliográfico adecuados que permitan lograr todos los objetivos programados.

En vista de estas circunstancias se han diseñado numerosas metodologías para la enseñanza de los conceptos matemáticos, que en muchos casos no han sido las más adecuadas. Un claro ejemplo, fue el citado por Tirado, P. (1993), el cual expresaba el hecho ocurrido en la década de los 60, cuando surgió en Europa y en América Latina una metodología donde se le otorgó mayor importancia al símbolo que al gráfico, se llegó a decir en esta época frases tan ilógicas como: “muera Euclides”, en esta tendencia se usó la teoría de conjunto. Cabe destacar que este hecho no obtuvo buenos resultados. Actualmente en el estudio matemático se le da tanta importancia al gráfico como al símbolo, ideas que se complementan una a la otra, en ocasiones lo gráfico ayuda a

comprender la representación simbólica o analítica y viceversa. Al respecto García (2006), formula que: ***“El aprendizaje de las ciencias, además del aprendizaje conceptual, actitudinal y procedimental debe tener en cuenta el aprendizaje representacional.(p. 101)”***

En consonancia con estos planteamientos, autores como Papert (1993), citados por García (2006), subrayan la importancia de las representaciones externas (semióticas) en el aprendizaje, argumentando que su construcción y la interacción con éstas son cruciales para aprender y que los individuos están inmersos en una cultura visual llena de representaciones. Asimismo Bengtsson (1999) citado de igual forma por García (2006), expresa lo siguiente:

***Hay una gran cantidad de ocasiones en las cuales es necesaria la habilidad para manejar la información a partir de graficas... y... esta habilidad es particularmente importante en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias donde las gráficas, son utilizadas frecuentemente con usos comunicativos. (p.565)***

Así, en principio para estudiar los conceptos matemáticos es necesario tener presente la relación símbolo-gráfico, puesto que esto, como se expresó anteriormente facilita la comprensión y memorización de los mismos. Si bien, este hecho es cierto, también lo es el hecho que, a medida que se avanza, es el símbolo el que va evolucionando con más fuerza, pues este permite generalizar. Por ejemplo, una raya en un árbol, para un primitivo, representa una luna llena y nada más, no obstante el símbolo 1 (uno), representa una unidad de cualquier cosa. Igualmente, de la geometría Euclidiana; gráfica intuitiva, surge por generalización el análisis real, topología, geometría diferencial y teoría de conjunto, estudios mayormente simbólicos. En palabras más claras, el gráfico permite comprender el símbolo y el símbolo permite generalizar los conceptos.

Ahora bien, durante la etapa de Educación Media, Diversificada Y Profesional la mayoría de la población estudiantil son adolescentes con edades comprendidas entre 12 y 18 años, y es justo durante este período que estos comienzan a estudiar conceptos matemáticos más abstractos, por lo que el (la) docente deben tener presente que el educando se está iniciando en la comprensión del carácter formal del pensamiento y del lenguaje de dichos conceptos, así como de los procesos de abstracción; al respecto Martínez (2003), nos dice que:

***...es allí donde el alumno comienza a exteriorizar su propio pensamiento y estar en capacidad de seguir procesos ordenados y estructurados, necesarios para planificar estrategias para la solución de problemas y el desarrollo de la intuición matemática. En este orden de ideas, es conveniente utilizar, en especial durante esta etapa de estudio, una metodología adecuada que le permita al estudiantado desarrollar destrezas y habilidades para la comprensión y abstracción de los conceptos a estudiar. (p.25)***

Es evidente que la etapa de Educación Media, Diversificada y Profesional es de gran relevancia para los (as) estudiantes, pues es allí donde estos comienzan a razonar de una manera más lógica, con mayor grado de profundidad cada uno de los contenidos de las diversas asignaturas, en particular los contenidos de matemática los cuales servirán de base para estudios futuros.

Esta situación ha despertado diversas interrogantes, tales como: ¿qué metodología aplican actualmente los docentes del área de matemática?, ¿les gustará a los docentes aplicar el método G-A para la enseñanza de los temas de Límite?, ¿qué aportes y sugerencias podrían ofrecer los (as) para sustentar esta propuesta?

Sumadas a estas inquietudes, se presentan muchas otras a las cuales se les da respuesta a medida que se desarrolló la investigación.

## **1.2 Objetivo General**

- Proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza del tema de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.

### **OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Identificar las estrategias metodológicas tradicionales utilizadas por los (las) docente de matemática a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional para desarrollar los contenidos de Límite.
- Mostrar a través de la implementación de un taller a los (las) docentes del área de matemáticas de los liceos públicos y privados de Cumaná la aplicabilidad y practicidad del método G – A, como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.
- Analizar las opiniones y recomendaciones de los (las) docentes que asistan al taller en relación a la aplicabilidad y practicidad del método G – A como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.
- Plantear el método G-A como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los temas de Límite, sustentado en las opiniones y recomendaciones de los (as) docentes que asistan al taller.

### **1.3 Justificación**

Actualmente en Venezuela el Sistema Educativo ha presentado diversos cambios, todos orientados en la búsqueda de mejorar la calidad en la preparación de los individuos que formarán la nueva República. Dentro de estos cambios se resalta la inclusión de nuevos contenidos en las diferentes áreas y en los distintos niveles que componen la Educación Media, Diversificada y Profesional.

Este hecho demanda de los (as) docentes el planteamiento y establecimiento de estrategias de enseñanza y aprendizaje que permitan al estudiantado adquirir un aprendizaje significativo.

Es innegable la importancia de la escogencia y aplicación de estrategias de enseñanza y aprendizaje adecuadas por parte de los(as) docentes, en particular en el área de matemática en donde los niveles de rendimiento académico de los(as) estudiantes son muy bajos, sumado a esto, como se mencionó anteriormente, fueron incluidos nuevos contenidos educativos en los distintos niveles de Educación Media, Diversificada y Profesional, en particular es de interés los agregados a nivel de 5<sup>to</sup> año, específicamente los temas de Límite, los cuales si bien es cierto, son de provecho para los(as) estudiantes de dicho nivel, puesto que, el dominio de estos contenidos les permitirá adquirir una mayor preparación al momento de iniciarse en un nivel educativo superior y más aún, si desea desarrollar una carrera científica (como: Física, Química, Matemática, Biología, entre otras), donde es vital la comprensión y dominio de dichos temas.

También es cierto que los contenidos de Límite son un tanto abstractos y en muchos casos resultan difíciles de comprender. Asimismo, dada la reciente inclusión de dichos temas, resulta una tarea complicada para los(as) docente escoger estrategias metodológicas adecuadas, que les permitan desarrollar los mismos. Son poco conocidas las estrategias

específicas para abordar dichos temas, sin embargo, si existe un método denominado Geométrico- Analítico, el cual podría contribuir a una mayor eficiencia y eficacia en el proceso de enseñanza de los contenido de Límite.

Es por ello, que resulta realmente apropiado y necesario, presentar el método G- A como estrategia metodológica válida que permitan a los(as) docentes desarrollar dichos contenidos, de una manera didáctica, atractiva y fácil de comprender. Por esto, el objetivo esencial que justifica la presente investigación es proponer el método G-A como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los temas de Límite, a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.

Por otro lado, esta investigación beneficiará a los(as) docentes, puesto que se les brindará la oportunidad de conocer y dominar nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje, como es el caso del método G- A. Igualmente beneficiará a los(as) estudiantes, dado que si los(as) docentes aplican los conocimientos que les ofrecerá dicha investigación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los mismos estos obtendrán una mejor formación, hecho que en consecuencia también favorecerá a la sociedad en general, ya que lo anterior influirá positivamente sobre la misma.

Adicionalmente esta investigación busca motivar el debate entre los(as) docentes, sobre la aplicación del método G – A, no solo para desarrollar los contenidos de Límite, sino que también puede utilizarse en un campo más amplio, para temas tales como: funciones, operaciones con funciones, desigualdades, composición de funciones, derivadas entre otros contenidos. En líneas generales, el efecto que se espera de esta investigación es servir de base y fomentar el aumento de investigaciones en relación a la aplicabilidad de dicho método como estrategia de

enseñanza y aprendizaje a nivel de Educación Media, Diversificada y Profesional

## CAPITULO II

### MARCO TEÓRICO

En el presente capítulo se realizará una revisión documental-bibliográfica, en relación a las ideas, posturas de autores, conceptos y definiciones, que servirán de base a la investigación a realizar.

#### **2.1. Antecedentes**

Tamayo (2005), define los antecedentes de la investigación como: ***"Todo hecho anterior a la formulación del problema que sirve para aclarar, juzgar e interpretar el problema planteado"***. (p.124)

En este sentido, entre los trabajos de investigación que se han llevado a cabo en estas últimas décadas, y que de alguna manera guardan relación con la presente investigación se podrían citar los siguientes:

Tirado, P (1993); expresa que: ***la matemática es un lenguaje y como tal ha seguido la evolución de todo lenguaje. En consecuencia, debe ser estudiada en este mismo sentido.*** (p.23). El método G-A en el cual está basado la presente investigación muestra primeramente la idea intuitiva del concepto, luego lo construye, es decir, muestra la evolución del concepto. Para ello hace uso de las visualizaciones del concepto (gráficas), complementando lo geométrico y lo analítico, lo cual resulta permite una más fácil comprensión del concepto.

Lo antes expuesto nos muestra que para estudiar matemática es necesario hacerlo de manera evolutiva, es decir, construir de manera sistemática el concepto. Es importante resaltar que existe un alto consenso entre investigadores y especialistas como el autor citado

anteriormente, que coinciden en que la matemática, al menos, en los primeros niveles debe enseñarse teniendo presente la relación del pensamiento simbólico y el visual. Muy pocas teorías sobre la enseñanza de las matemáticas mencionan este hecho, en particular la presente investigación buscará aportar, una nueva estrategia metodológica denominada método G – A, que permita graficar relaciones en el plano y relacionar este hecho con los respectivos símbolos matemáticos (Límites, Derivadas, entre otros).

Tirado, A.(2010) en su investigación titulada: ***“Efectividad en el diseño de estrategias para facilitar la enseñanza en los temas de la asignatura: Matemáticas I , área científico - tecnológica, basado en el método G - A”***,(p. 144), obtuvo las siguientes conclusiones:

El lenguaje matemático consta de una representación gráfica y de una simbólica analítica. En su enseñanza ambas partes se complementan y retroalimentan, e incluso, generando nuevas concepciones y ampliaciones a las existentes. También se observó que un 95% de los (as) docentes encuestados considera que debe utilizarse el método G–A para la enseñanza de Matemáticas I, porque es ilustrativo y complementario de lo analítico y porque consideran que se puede lograr mayor participación en el estudiante, mayor aprendizaje y dominio de los conceptos desarrollados y más eficiencia y eficacia por parte del docente, asimismo estos expresaron estar de acuerdo con el uso del método G – A en la enseñanza de la asignatura Matemáticas I, es de su opinión que se necesitan textos y guías que ilustren el uso de esta técnica, así como de seminarios y talleres para su aprendizaje.

Estas conclusiones muestran que el método G-A es totalmente aplicable para la enseñanza de la matemática básica, en particular para desarrollar el tema de Límite, puesto que este contenido suele resultar un

tanto difícil de comprender para los (as) estudiantes a nivel Superior y más aun a nivel Medio debido a lo abstracto del concepto. No obstante se verificó que el método G - A vincula el concepto con una representaciones gráficas, permitiendo así analizar y comprender el significado y aplicación de los mismos. De esta forma estudiar analíticamente y complementar con representaciones gráficas los conceptos matemáticos, en específico los de Límite y Continuidad, mediante el método G-A, permitirá una retroalimentación en el concepto y dará un impulso en la enseñanza y en su esperada consecuencia: el aprendizaje será significativo para el estudiante.

Ball y Wittrok (1990), exponen que los sujetos que han dibujado por si mismos un diagrama para la formación de un concepto, recuerdan dicho concepto más significativamente que cuando se les ha proporcionado el dibujo con el concepto. Por otra parte, estos afirman que los sujetos que realizan los dibujos de un concepto lo aprenden mejor que aquellas que solo conocen la definición verbal. Una explicación admitida de este fenómeno, es que la generación activa de una imagen visual, por parte del que aprende, facilita más el aprendizaje que la simple presencia de la imagen visual. Es una hipótesis generalmente admitida que mejorando la educación visual en matemática, aumenta la intuición y se proporciona al sujeto una mayor capacidad de entendimiento. Cabe considerar, que muchos investigadores coinciden en que el desarrollo de las capacidades que caracterizan el pensamiento visual proporcionan a los alumnos nuevos caminos para pensar y hacer matemática.

Estos aspectos son de notable interés, puesto que, si bien es cierto es importante relacionar las representaciones simbólicas de los conceptos matemáticos con representaciones gráficas, también es cierto que es más significativo cuando estas representaciones son construidas por el propio estudiante. Actualmente existen numerosas aplicaciones computarizadas las cuales proporcionan la representación gráfica de

cualquier relación en el plano, sin embargo, el método G-A, permite construir estas representaciones, paso a paso, además en algunos casos algunas aplicaciones cometen errores al graficar hecho que con el método G-A difícilmente ocurra.

## 2. Bases Teóricas

### 2.2.1 Teoría Constructivista

La teoría constructivista parte del postulado: *el conocimiento no se descubre, se construye*". Esta es una teoría fundamentada esencialmente por: la Epistemología Genética de Piaget, el aprendizaje significativo de Ausubel y la Pedagogía Socio-Histórico-Cultural de Vygotsky.

Es necesario entender que esta teoría está fundamentada en la persona, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales, y en la cual se considera que estas construcciones se produce:

- a. Cuando el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento (Piaget)
- b. Cuando esto lo realiza en interacción con otros (Vigotsky)
- c. Cuando es significativo para el sujeto (Ausubel)

En este orden de ideas García (2006), expresa que:

***El constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), o sea con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea. (p.27)***

Considerando los diversos puntos de vista desde una concepción filosófica, social y psicológica, lo antes expuesto permite tener una visión más completa de esta posición y sus beneficios para lograr en los (as) estudiantes una educación de calidad y con aprendizajes realmente significativos. El proceso de enseñanza y aprendizaje bajo esta filosofía, se basa en una construcción que se realiza a través de procesos mentales que culminan con la adquisición de un conocimiento nuevo.

Asimismo, García (2006), expresa que esta construcción que se realiza todos los días y en casi todos los contextos de la vida, en los cuales influyen dos factores en particular:

- 1.- De la representación inicial que se tiene de la nueva información y,
- 2.- De la actividad externa o interna que se desarrolla al respecto.

Para el constructivismo la enseñanza no es una simple transmisión de conocimientos, es en cambio la organización de métodos de apoyo que permitan a las y los estudiantes construir su propio saber, es la posibilidad de construirlo y adquirir una nueva competencias que le permitirá generalizar, es decir, aplicar lo ya conocido a una situación nueva, hecho vital dentro del infinito proceso de enseñanza y aprendizaje.

Así, el constructivismo tiene como fin que el estudiante construya su propio aprendizaje, por lo tanto, según Martínez (2004), el profesor en su rol de mediador debe apoyar al estudiante para:

- 1.- Enseñarle a pensar: Desarrollar en el alumno un conjunto de habilidades cognitivas que les permitan optimizar sus [procesos](#) de razonamiento

2.- Enseñarle sobre el pensar: Animar a los alumnos a tomar [conciencia](#) de sus propios procesos y estrategias mentales (metacognición) para poder controlarlos y modificarlos (autonomía), mejorando el rendimiento y la [eficacia](#) en el aprendizaje.

3.- Enseñarle sobre la base del pensar: Quiere decir incorporar objetivos de aprendizaje relativos a las habilidades cognitivas, dentro del [currículo](#) escolar.

Esto significa que dentro de esta teoría el(la) docente juega un papel relevante pues deben enseñar a pensar, sobre el pensar y sobre la base del pensar, en palabras más claras, deben buscar estrategias adecuadas en donde se favorezcan en el(la) estudiante el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Tomando esto como base, Torre-Puente (1992), en su libro titulado **"Aprender a Pensar y Pensar para Aprender"**(p.45), refleja visualmente como favorecer en el docente el proceso de aprendizaje. El constructivismo es una corriente de la psicología educativa, cuyos conceptos y principios soportan la implementación de estrategias instruccionales para la incentivación del "Aprendizaje Significativo" de relevancia en la educación, dadas sus peculiaridades y aplicaciones en los sistemas educativos. Es por ello, que dicha teoría forma parte de las bases teóricas de la presente investigación, puesto que en la misma el objetivo fundamental es el diseño de estrategias metodológicas que fomenten el aprendizaje significativo de los temas de Límite en los y las estudiantes de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.

## 2.2.2 Características De Un Profesor Constructivista

En lo que respecta a las características del profesor en este modelo Moraga (2001), resume que las características de un profesor son:

- a) Acepta e impulsa la autonomía e iniciativa del alumno.*
- b) Usa **materia** prima y **fuentes** primarias en conjunto con materiales físicos, interactivos y manipulables.*
- c) Usa terminología cognitiva tal como: Clasificar, analizar, predecir, crear, inferir, deducir, estimar, elaborar, pensar.*
- d) Investiga acerca de la comprensión de conceptos que tienen los estudiantes, antes de compartir con ellos su propia comprensión de estos conceptos.*
- e) Desafía la indagación haciendo preguntas que necesitan respuestas muy bien reflexionadas y desafía también a que se hagan preguntas entre los y las estudiantes. (p.15).*

En líneas generales la teoría del constructivismo servirá de sustento a esta investigación, puesto que ésta, fomenta la idea de buscar o crear nuevas estrategias metodológicas donde se traspasen los paradigmas en los cuales los (as) docentes se acostumbran a repetir esquemas, es decir, esta teoría apoya la exploración y el diseño de estrategias que fomenten el desarrollo de las capacidades del estudiante mediante la construcción del concepto dadas las experiencias y conocimientos previos, que es exactamente lo que las estrategias basadas en el método G - A (sobre el cual se basarán las estrategias metodológicas a diseñar) promueve.

## 2.2.3. Aprendizaje Significativo

Esta teoría se desarrolló gracias a los aportes del psicólogo y pedagogo Ausubel, el psicólogo cognitivo Raúl Pedraza y José Eduardo Espinoza.

En referencia al aprendizaje significativo Pérez y Tovar (2012), expresan:

***El aprendizaje significativo es aquel que genera una retención más duradera de la información, ya que al ser relacionada con la información anterior, la misma tiende a ser guardada en la memoria a largo plazo. Las condiciones que generan un aprendizaje significativo son: 1-Significatividad Lógica, 2- Significatividad Psicológica. (p. 32)***

Lo que estos autores manifiestan es que para alcanzar un aprendizaje significativo es necesario lograr que los (as) estudiantes retengan la información a largo. El lograr esto en los (as) estudiantes no es tarea fácil, sin embargo, las estrategias planteadas permite que el estudiante construya el concepto de Limite, primeramente de forma intuitiva (visualizar el concepto), y luego de manera formar establecer una definición del mismo.

Por otra parte, Ausubel (1968), en el prólogo de su libro decía la siguiente frase:

***Si tuviera que reducir toda la Psicología educativa a un solo principio enunciaría este: El factor más importante que influyen en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente.***

Se entiende por aprendizaje significativo cuando el docente liga la información nueva con la que ya los (as) estudiantes poseen, reacomodando y reconstruyendo ambas informaciones en este proceso. En otras palabras, la estructura de los conocimientos previos condiciona los nuevos conocimientos y experiencias, y éstos, a su vez, modifican y reorganizan los nuevos.

Asimismo Ausubel expresaba que para lograr un aprendizaje significativo es necesario que los (as) docentes creen un entorno de instrucción en el que los (as) estudiantes entiendan lo que están aprendiendo. El aprendizaje significativo es el que conduce a la transferencia de conocimiento.

Este aprendizaje sirve para utilizar lo aprendido en nuevas situaciones, en un contexto diferente, por lo que más que memorizar (que es importante), hay que comprender, por lo tanto, éste se opone al aprendizaje mecanicista, esto quiere decir que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de engranaje a las primeras.

El aprendizaje significativo se da mediante dos factores, el conocimiento previo que se tenía de algún tema, y la llegada de nueva información, la cual complementa a la información anterior, para enriquecerla. De esta manera se puede tener una visión más amplia sobre los contenidos tratados.

Se puede afirmar que el aprendizaje significativo trata de la asimilación y acomodación de los conceptos. Se trata de un proceso de articulación e integración de significados. Las diferentes relaciones que se establecen en el nuevo conocimiento y los ya existentes en la estructura cognitiva del aprendizaje, entrañan la emergencia del significado y la comprensión. En particular ésta investigación buscará diseñar un conjunto de estrategias metodológicas que permitan que el y la estudiante adquiera un aprendizaje significativo de los conceptos de Límite, puesto que éste contenido es base fundamental para el desarrollo de otros conceptos más avanzados como derivada, integral, entre otros. El alcanzar un aprendizaje significativo de éste tema le permitirá al estudiante engranar más fácilmente los próximos conceptos relacionados a estudiar, facilitando el proceso de enseñanza y aprendizaje de los mismos.

#### **2.2.4. Estrategias De Enseñanza Y Aprendizaje**

Es preciso aclarar lo que se entiende por estrategias de enseñanza y lo que se entiende por estrategias de aprendizaje. Tales definiciones se insertan a continuación:

### **2.2.5. Estrategias De Enseñanza**

- "[Procedimientos](#) que el agente de enseñanza utiliza en forma reflexiva y flexible para promover el logro de aprendizajes significativos en los alumnos." (Díaz, 2002).
- "Se refieren a las utilizadas por el [profesor](#) para mediar, facilitar, promover, organizar aprendizajes, esto es, en el [proceso](#) de enseñanza." (Campos, 2000).

Dadas las definiciones anteriores, se puede decir, que las estrategias de enseñanza son los procedimientos o métodos que los (as) docentes deben utilizar de modo inteligente y adaptativo, esto con el fin de ayudar a los estudiantes a construir sus actividades adecuadamente, y así, [poder](#) lograr los [objetivos](#) de aprendizaje que se le propongan de la manera más óptima posible .

### **2.2.6. Estrategias De Aprendizaje**

- "Son procedimientos (conjunto de pasos, [operaciones](#) o habilidades) que un aprendiz emplea en forma consciente, controlada e intencional como instrumentos flexibles para aprender significativamente y solucionar [problemas](#)." (Díaz, 2002).
- "Hacen referencia a una [serie](#) de operaciones cognitivas que el estudiante lleva a cabo para organizar, integrar y elaborar [información](#) y pueden entenderse como procesos o secuencias de actividades que sirven de base a la realización de tareas

[intelectuales](#) y que se eligen con el propósito de facilitar la [construcción](#), permanencia y transferencia de la información o conocimientos." (Campos, 2000).

Por otra parte, las estrategias de aprendizaje son un [conjunto](#) de actividades las cuales deben estar planificadas de acuerdo a las necesidades de los (as) estudiantes (a los que van dirigidas dichas actividades), estas tienen como [objetivo](#) motivar y facilitar la adquisición del [conocimiento](#) y su [almacenamiento](#); así como también, [hacer](#) más efectivo el proceso educativo.

El actual interés por el tema de las estrategias de aprendizaje, es en parte promovido por las nuevas orientaciones psicopedagógicas, en [investigaciones](#) realizadas sobre el tema. Se ha comprobado que los estudiantes con [éxito](#) difieren de los estudiantes con menos éxito en que conocen y usan estrategias de aprendizaje más sofisticadas que la pura repetición [mecánica](#). Retomando lo anterior, es importante poner énfasis en el uso de las estrategias de aprendizaje motivadoras, para lograr que los (as) estudiantes obtengan un [aprendizaje significativo](#) y tenga éxito en su proceso. Es por ello que resulta necesario implementarlas ya que pueden favorecer el rendimiento académico, mejorando sus posibilidades de [trabajo](#) y de estudio.

En este sentido resulta necesario que los (as) docentes dominen y estén formados para enseñar dichas estrategias: deben conocer su propio aprendizaje, las estrategias que poseen y las que utilizan normalmente. Además, deben aprender los contenidos de sus asignaturas empleando estrategias de aprendizaje. Y por último, planificar y evaluar su [acción](#) docente, es decir verificar la manera en que están realizando dichas tareas.

En este orden de ideas, Díaz (2002) expresa que las estrategias de enseñanzas son todos aquellos métodos que utiliza el y la docente de manera atractiva, flexible y eficaz, con el objetivo de apoyar a los y las estudiantes a construir sus actividades de manera adecuada y de esta forma alcanzar los objetivos de aprendizaje que se le propongan. Análogamente, las estrategias de aprendizajes son todos aquellos medios, actividades y herramientas que se planifican tomando en cuenta las necesidades de los (as) estudiantes, y cuyo objetivo principal es facilitar la adquisición del conocimiento y en consecuencia hacerlo de la manera más eficiente y más eficaz.

Seguidamente se presentarán algunos fundamentos teóricos relacionados con la investigación:

**Bruner J. (1960)**, en su libro titulado: *la Psicología Cognitiva*, expresó que: Las categorías determinan distintos conceptos y está estrechamente relacionada con procesos como la selección de información, generación de proposiciones, simplificación, toma de decisiones y construcción y verificación de hipótesis. El aprendiz interactúa con la realidad organizando los inputs según sus propias categorías, posiblemente creando nuevas, o modificando las preexistentes. Las categorías determinan distintos conceptos. Es por todo esto que el aprendizaje es un proceso activo, de asociación y construcción.

Estas categorizaciones a las cuales hace referencia Bruner, son aplicables en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las distintas áreas del conocimiento, en particular en las matemáticas. Estas permiten asociar el concepto (de manera arbitraria u ordenada), con representaciones gráficas que en su forma generalmente no guarda relación con la cosa presentada. Por ejemplo, el número 3 se representaría convenientemente por “tres bolitas”, mientras que

simbólicamente basta con un 3. Sin embargo esta sencilla asociación permite construir y comprender el concepto de una manera sencilla y clara.

En el año 2000 Castro, E. y Castro, E. en su libro titulado: ***La educación matemática en la enseñanza secundaria (2<sup>da</sup> ed.)***, concluyeron que: si aceptamos que la matemática está compuesta por entes de distinta naturaleza como son los elementos especiales Kinestésicos, algebraicos, aritméticos, lógicos e instruccionales, entre otros. Será necesario diferenciar distintos tipos de conocimientos e implementar tareas para cada una de ellas. Consideraron que la comprensión alcanzada mediante el procesamiento de información visual y la que se consigue por procesamiento analítico, se complementan por lo que el aprendizaje debe lograrse integrando ambos tipos de códigos visual y analítico.

Esto nos dice, que resulta más fácil para los(as) estudiantes del nivel medio comprender los conceptos matemáticos a estudiar, si se les muestra o se les relaciona con una información visual, ya sea mediante un dibujo o gráfico o cualquier objeto físico. En el caso de la matemática es evidente que esta relación resulta de gran ayuda. Por ejemplo, es más sencillo comprender el concepto de fracciones relacionándolo con una representación visual que solo teniendo el concepto. En este caso para comprender a cabalidad el significado, muchas veces no es suficiente con decirle que una fracción “es la expresión de una cantidad dividida entre otra”, sin embargo, el concepto es reflejado de manera más sencilla y práctica si lo relacionamos con una torta divididas en porciones.

Ejemplo:

Observando el gráfico resulta mucho más sencillo entender el concepto que se busca enseñar.

### **2.2.5 Método Geométrico Analítico**

El método Geométrico – Analítico, consiste en estudiar Matemática, complementando lo geométrico y lo analítico. Con esta finalidad se ha creado una estrategia sencilla, de muy fácil comprensión que permite esbozar y ajustar cualquier curva explícita en el plano real.

El método consta de cinco etapas:

- 1- Motivacional: se le propone un problema sencillo, interesante, relacionado con hechos de la vida diaria, de belleza o interés especial en la ciencia, de fácil visualización geométrica, que pueda ser resuelto de alguna manera, sin necesidad de aplicar el concepto matemático a estudiar. Esto se hace para motivar al alumno intrínsecamente, de tal manera que el estudiante sienta que puede aprender matemática y desee hacerlo, facilitando la motivación intrínseca que da el profesor.

Esta situación o problema inicial será resuelto posteriormente usando el concepto matemático aprendido, con la finalidad de observar el poder y transcendencia del concepto estudiado.

- 2- Desarrollo del concepto: se explica el concepto de forma evolutiva, preferiblemente de lo concreto a lo gráfico a lo formal o analítico. los problemas se resolverán siguiendo los pasos que el problema indique; es decir, es el mismo problema quien va sugiriendo los pasos a seguir, lo que conducirá, en ciertos casos, al descubrimiento de algoritmos útiles para la solución de algunos problemas.

Esto se hace porque se siguen las ideas demostradas científicamente por los teóricos de la enseñanza de la matemática. Cuando se hace de manera opuesta conduce a frustraciones y al fracaso en las primeras etapas de los cursos básicos. Algunos estudiantes a nivel de bachillerato han sido entrenados a resolver problemas utilizando algoritmos previamente establecidos y piensan que la matemática, en esencia, es algorítmica y ésta es una de las grandes fallas que presenta el estudiante cuando entra en la universidad, donde se enfrenta a una matemática no necesariamente algorítmica y si no se le guía a resolver problemas como se ha explicado anteriormente, seguramente, fracasará, puesto que, la Matemática, en esencia, no es algorítmica.

### 3- El poder del concepto:

Después que el concepto está completamente explicado y manejado se regresa al problema motivacional de la etapa 1 y se resuelve usando el concepto matemático aprendido, este se aplicará dentro de la matemática, para luego aplicarlo a otras ciencias.

En esta etapa el estudiante comparará la dificultad que tuvo al principio para resolver el problema y los errores que cometió, con la finalidad de que aprecie, la facilidad y exactitud, que le proporciona el concepto aprendido. Esto le permitirá evaluar positivamente el concepto y el poder que tiene esta idea para resolver problemas de más dificultad.

La Matemática no es un ente aislado; precisamente una de las causas principales de su gran expansión actual es su aplicabilidad. La relación de la Matemática con las demás ciencias es de vital importancia y, por lo tanto, es necesario que el estudiante no la visualice aislada. Por eso deben resolver

problemas en otras áreas del conocimiento utilizando el concepto aprendido.

#### 4- Trascendencia del concepto:

Se elaboran sugerencias y preguntas al estudiante con el fin de mostrarle que el concepto aprendido, no termina ahí, que puede ser generalizado, ampliado y criticado, buscándole sus limitaciones y virtudes.

El estudiante debe aprender a criticar, a hacerse preguntas por sí mismo, a dudar, a buscar otras posibilidades fuera de lo que hasta ahora ha hecho, a investigar, a buscar limitaciones o virtudes de lo que sabe, que es la esencia de la vida universitaria.

#### 5- Historia del concepto:

El estudiante debe conocer el origen del concepto aprendido, cuál fue el problema que lo originó, cuáles fueron los matemáticos que lo desarrollaron, cuál fue el país donde se desarrolló la idea, etc.

Este conocimiento motiva al estudiante a la investigación y le ayuda a sentir afecto por las matemáticas, lo cual es de vital importancia para aquellos estudiantes que se vayan a dedicar a la investigación. Sentir afecto y satisfacción cuando se hace un trabajo científico es de trascendencia vital si se quiere captar personal para el trabajo científico.

### 2.3. Definición De Términos

- **ENSEÑANZA:** proceso de transmisión de una serie de conocimientos, técnicas o normas, basado en diversos métodos y

realizado a través de una serie de instituciones. (Diccionario enciclopédico, 2003).

- **APRENDIZAJE:** cambio bastante permanente del comportamiento, que refleja un aumento en conocimientos, inteligencia o habilidades, conseguido a través de la experiencia y que puede incluir el estudio, la observación o la práctica. (Papalia, 1988).
- **DOCENTE:** facilitador de oportunidades que propicien experiencias de aprendizajes, para lo cual diseña, desarrolla y evalúa variedades de situaciones y estrategias metodológicas que estimulen la actividad de los educandos a fin de lograr aprendizajes significativos y que a la vez respondan a los propósitos y objetivos de la educación . (Enciclopedia general de la educación, tomo I).
- **ESTUDIANTE:** persona que estudia. Este término se emplea refiriéndose a los jóvenes que asisten a los centros de enseñanza superior. ( Diccionario de educación , 1978)
- **EDUCACIÓN:** proceso mediante el cual se inculcan y asimilan los aspectos culturales, morales y conductuales necesarios para ofrecer las respuestas adecuadas a las situaciones vitales con la que se encuentra el individuo, de forma que se asegura la supervivencia individual, grupal y colectiva. (Diccionario enciclopédico de educación, 2003).
- **MÉTODO GEOMÉTRICO- ANALÍTICO:** Es una metodología sencilla, de fácil comprensión, que permite “esbozar” y “ajustar” cualquier curva explícita en el plano real. Pudiendo “esbozar” cualquier curva, el estudio de un concepto matemático relacionando con dicha gráfica, se hace más sencillo, significativo y motivante para el estudiante. (Tirado, 1993).

## CAPITULO III

### MARCO METODOLÓGICO

#### 3.1. Tipo de Investigación

Esta investigación se enmarcó dentro el paradigma cuantitativo, basándose en la recolección y el análisis de los datos para alcanzar los objetivos planteados, en este sentido Hernández (2010), expresa:

***La investigación cuantitativa ofrece la posibilidad de generalizar los resultados más ampliamente, otorga control sobre los fenómenos, así como un punto de vista de conteo y las magnitudes de éstos. Asimismo, brinda una gran posibilidad de réplica y un enfoque sobre puntos específicos de tales fenómenos, además de que facilita la comparación entre estudios similares. (p.16)***

Al tomar este tipo de investigación, se pretendió alcanzar la mayor objetividad posible en la información a recolectar, hecho de vital importancia para obtener el logro y la veracidad de los objetivos planteados. Asimismo, la investigación se abordó bajo un nivel descriptivo. Al respecto Hernández (2010), dice:

***Los estudios descriptivos buscan especificar las propiedades, las características y los perfiles importantes de personas, grupos, comunidades o cualquier otro fenómeno que se someta a un análisis. Describe tendencias de un grupo o población. (p.80)***

Este nivel de investigación permitió describir los datos obtenidos y analizar minuciosamente los resultados, a fin de extraer generalizaciones significativas que contribuyeron al conocimiento y al logro de los objetivos planteados, es decir, el objetivo de seleccionar este nivel de investigación no solo se limitó a la recolección de datos, sino a la predicción e identificación de las relaciones que existen entre las

diferentes variables de la investigación, creando así, un impacto sobre todas aquellas personas que de una u otra forma estuvieron involucradas en el ambiente de la investigación.

### 3.2. Diseño De Investigación

En relación al diseño de la presente investigación fue de campo, puesto que los datos se recopilaban directamente de la realidad, en este sentido Bisquerra (2009), afirma que: ***la investigación de campo es aquella cuyo objetivo está en conseguir una situación lo más real posible.(p.68)***. Ahora bien, para obtener los datos necesarios para el desarrollo de esta investigación se realizó un taller con los profesores de 5º año de Educación Media, Diversificada y Profesional de los distintos liceos que formaron la población, así, por medio de un instrumento aplicado durante el mismo se obtuvieron los datos necesarios. Este diseño de investigación proporcionó la posibilidad de cerciorarse de las verdaderas condiciones en que se obtuvieron los datos, lo cual facilitó su revisión.

Cabe considerar que, previo al taller se realizaron entrevistas a los (as) diferentes docentes invitados al mismo, así como también, durante el taller se aplicaron encuestas (las cuales fueron validadas como instrumento de medición) a los (as) docentes participantes, para obtener sus opiniones, críticas, aportes y recomendaciones. De esta forma la investigación se apoyó en la participación de los propios colectivos a investigar. Análogamente Bisquerra (2009), manifiesta que:

***El objetivo de la investigación acción está en producir cambios en la realidad estudiada, más que llegar a conclusiones de carácter teórico. Pretende superar el divorcio actual entre la investigación y la práctica educativa. Se preocupa más por el perfeccionamiento que por aumentar los conocimientos. Es una investigación***

***aplicada, orientada a decisiones y de carácter ideográfico.  
(p.183)***

Es por ello, que dada sus características la presente investigación se afirmó en el modelo de investigación acción, puesto que con ella se pretendió ayudar a los y las docentes a plantearse nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje para desarrollar los temas de límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media Diversificada y Profesional. De igual modo Cohen y Manion (1985), citados por Bisquerra (2009), certifican que:

***Este tipo de investigación es adecuada siempre que se requiera un conocimiento específico para un problema específico en una situación específica.(p.254)***

Esta afirmación se ajusta perfectamente a lo que se requirió en la investigación, dado que con ésta se buscaba conocerlas estrategias metodológicas tradicionales utilizadas por los(as) docentes de matemática a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional para desarrollar los contenidos de límites(conocimiento específico), para así, ofrecer un diseño de estrategias metodológicas para la enseñanza de dichos contenidos basado en el método G-A (problema específico), dado que en la actualidad son muchas las debilidades que se presentan en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas y aunado a esto, los temas de límite tienen relativamente poco tiempo ( desde el año 2007) de haber sido incluidos dentro del currículo educativo a nivel de Educación Media Diversificada y Profesional ( situación específica).

Por otro lado, Bisquerra (2009), formula que, "***no se puede pretender encontrar un modelo único de investigación acción, y que ésta no posee una metodología propia***" (p.255), En este caso para

desarrollar la investigación-acción, se usará el método de “La Espiral” de Lewin, K. (1988), cita por Bisquerra (2009), manifiesta que:

***La naturaleza cíclica del enfoque de Lewin reconoce la necesidad de que los planes de acción sean flexibles y dúctiles; no es posible prever con detalle todo lo que debe hacerse. (p.256)***

En este orden de ideas, se planteará la investigación basándose en el siguiente esquema:

En función al esquema anterior se desarrolló cada una de las fases de la investigación:

En la primera fase (*observación*), luego de realizar una aproximación al objeto de estudio, la cual consistió en una encuesta corta (Ver anexo III) con diez docentes de matemáticas de diferentes liceos de la ciudad de Cumaná, donde se pudo detectar cada uno de los aspectos a considerar dentro de la investigación, tales como: el 90% de los (as) docentes desconocían la inclusión de los temas de límite dentro del CNB, el 90% afirma que en la literatura no se encuentran estrategias aplicables para desarrollar estos contenidos a nivel de Educación Diversificada y Profesional. Asimismo el 100% de los encuestados afirmó estar dispuesto a indagar, conocer y plantearse nuevas estrategias que faciliten la comprensión por parte de sus estudiantes al momento de desarrollar los temas de Límite. Así, tomando en consideración estos criterios se plantearon los objetivos de la presente investigación.

Seguidamente se inició la segunda fase de *planificación y diagnóstico*, mediante la realización de un taller con veinte docentes de diferentes liceos (públicos y privados) de la ciudad de Cumaná se recolectaron la opinión de los y las participantes en relación a la practicidad y aplicabilidad del método Geométrico – Analítico para desarrollar los

contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.

Luego se entró en la fase de *evaluación*, la cual tuvo lugar una vez realizados el taller, los docentes evaluaron la propuesta y se recolectó mediante la encuesta sus opiniones y recomendación en relación a la practicidad y aplicabilidad del método Geométrico – Analítico como una estrategia metodológica eficiente y eficaz, para desarrollar los contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media Diversificada y Profesional.

En la última fase de *reflexión*, luego de analizar las recomendaciones hechas en la fase evaluativa, se procedió con estos resultados a establecer las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación, finiquitando así el diseño de estrategias metodológicas propuesto.

### **3.3. Instrumentos de Medición y Recolección de Datos**

Entre los diversos instrumentos de control aplicados al modelo de investigación que se planteó, Bisquerra (2009), recomienda como una de las más apropiadas, la técnica de la encuesta **Feedback**, la cual comprende dos tiempos. El primero consistió en obtener un diagnóstico de la situación problemática, a partir de un cuestionario auto-administrado, el cual Hernández, s. (2010), define como:

***Aquel que se proporciona directamente a los participantes, quienes lo contestan. No hay intermediarios y las respuestas las marcan ellos. (p.235)***

El cuestionario es sólo una serie de preguntas por escrito, con el fin de aplicarlas dentro de una encuesta o en una entrevista. Según Sampieri (2010), los cuestionarios son **"tal vez el instrumento más utilizado para recolectar los datos"**. Menciona que consiste en un conjunto de preguntas respecto de una o más variables a medir.

La encuesta fue realizada durante una actividad o dinámica grupal, la cual consistió en la realización de un previamente elaborados y sistematizado. Sin embargo, a pesar de que se suministró la encuesta mediante una actividad grupal como lo fue el taller, la modalidad con que se desarrolló la misma fue individual, es decir, se le entregó de manera individual, a cada uno de los participantes, la encuesta y estos los respondieron. Ver anexo IV

La aplicación del taller proporcionó un proceso de retroalimentación, entre los docentes y la investigadora, mediante el cual se buscó sensibilizar a los participantes (docentes de matemática a nivel de 5 año de educación Media Diversificada y Profesional), sobre su propia situación y favorecer la propuesta de soluciones posibles por parte no solo de la investigadora, sino también de cada uno de los miembros que intervinieron dentro de la investigación.

La estrategia utilizada en este trabajo de investigación, como se dijo anteriormente fue el cuestionario.

### **3.4. Validación y Confiabilidad del Instrumento.**

La validación de los instrumentos se hizo a través de juicios de expertos: Msc. En enseñanza de las Matemáticas y profesor titular de la Universidad de Oriente, Núcleo de Anzoátegui, Prof. Alberto Tirado, Dra. En Ciencia Mención Matemática y profesora titular de la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, Profa. Margot Salas y Dr. En Ciencia Mención

Matemática y docente titular de la Universidad de Oriente, Prof. Julio Marín, quienes determinaron la correspondencia de los ítems, redacción, correlación entre los objetivos, variable e indicadores entre otros aspectos. En tal sentido **Arias (2006)**, señala: *La validez del cuestionario significa que las preguntas o ítems deben tener una correspondencia directa con los objetivos de la investigación. Es decir, las interrogantes consultaron solo aquello que se pretendió conocer o Medir.* (p.79). ver anexo V.

La confiabilidad según **Hernández (2006)**. Se refiere al “*grado en el que un instrumento produce resultados consistentes y coherentes*”. (p.277).

En la presente investigación la confiabilidad del instrumento se evidencio en los resultados obtenidos, donde se observó un alto grado de homogeneidad en las respuestas de los participantes, así como también, se logró conocer y medir la información necesaria para el desarrollo de la misma, lo cual garantizar la validez y confiabilidad del instrumento diseñado ( ver anexo V)

### **3.5. La Muestra**

Bisquerra (2009), define la muestra como:

***Un subconjunto de la población, seleccionado por algún método de muestreo, sobre el cual se realizan las observaciones y se recogen los datos. (p.81)***

La ciudad de Cumaná cuenta con una cantidad de 57 institutos, entre liceos públicos y privados según información suministrada por la **oficina de Liceos Bolivarianos de la Zona Educativa del estado Sucre**, los cuales cuentan con una matrícula de profesores de matemática de 230, de los cuales 120 laboran a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional, de estos 120 docentes se le enviaron invitaciones aquellos docentes que incluyeron el tema de

Limite dentro de sus planificaciones, teniendo así, una población de 24 educadores.

El universo de estudio es una cantidad mayor de 20 personas, las cuales laboran en distintas instituciones y en diversos horarios, hechos que dificultan a la hora de realizar la respectiva encuesta y aplicar los distintos medios para recolectar la información necesaria, es por ello que se realiza un muestreo para obtener una proporción de la misma que nos facilite la información. Se calcula la muestra, a través de la ecuación llamada "Estimación Poblacional", la cual permite obtener una proporción significativa del universo de estudio para recolectar información necesaria. A continuación se presenta la ecuación.

Q = proporción en contra = 0.50 = 50%

P = Proporción a favor = 0.50 = 50%

N = Universo de estudio = 24 docentes

n = Muestra buscada de docentes = ¿? , K = 1.96 = 95 %

E = Error máximo aceptado en la investigación = 0.09 = 9%

Aproximadamente n= 20 docentes

De ahí que, los liceos de donde se trabajó con sus profesores del área de matemática para recolectar los datos de la presente investigación fueron los siguientes:

- L.B. "Antonio José de Sucre"
- Colegio "Las Carmelitas"
- Colegio "San Lázaro"

- L.B." José Silverio González"
- L.B." Luis Graterol Bolívar"
- L.B."Pedro Arnal"
- L.B. "Antonio Ramos Sucre"
- E.U. Fe y Alegría. "San Luis"
- E.T.I. Emilio Tébar Carrasco

Se presentó un taller el E.U. Fe y Alegría. "San Luis", con los(as) docentes de los diferentes liceos (públicos y privados) anteriormente mencionados. Cabe destacar, que previo al taller se enviaron invitaciones a los profesores de matemática de educación Media, Diversificada y Profesional de los distintos liceos, en ese sentido se enviaron 52 invitaciones, sin embargo solo asistieron al taller 20 docentes provenientes de los liceos:

- \_U.E. Fe y Alegría "San Luis"
- \_E.T.I. Emilio Tébar Carrasco
- \_E.T.A.R. de Pesca
- \_L. B. "José Antonio Ramos Sucre"
- \_L.B." Antonio José de Sucre"
- \_L.B. "Luis Graterol Bolívar"
- \_L.B. "Pedro Arnal"
- \_Colegio "San Lázaro"
- \_U.E. Fe y Alegría "Madre Alberta"

Se logró realizar con éxito el taller, el cual se realizó en un mismo día con un tiempo de duración de 8 horas, estructuradas en dos turnos el primero de 8:00am a 12:00 am y el segundo turno de 1:00 pm a 5:00 pm. Con una asistencia de 20 docentes. En este taller, se debatió un poco en relación a las estrategias que tradicionalmente usan los docentes para impartir sus clases, de la necesidad de buscar nuevas estrategias que motiven y mejoren la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje de

los estudiantes en el área de matemática, específicamente en el tema de Límite, igualmente se mostraron las bondades que ofrecen el método G – A, así como también en qué consistía y como aplicarlo, para ello se realizaron ejercicios prácticos donde se observó la activa participación y motivación de los (as) docentes en relación a las estrategias.

## **CAPITULO IV**

### **PRESENTACIÓN E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS**

#### ***4.1. El Cuestionario***

El diseño del cuestionario cuya validez fue presentada en el capítulo anterior, se dividió en dos partes, con preguntas propuestas “antes del taller” y “después del taller”

#### ***4.2 Análisis Y Recolección De Datos***

La recolección de datos se llevó a cabo a través de la realización de un taller, el cual permitió aplicar la técnica de la encuesta Feedback mencionada anteriormente, esta se aplicó con ciertas variantes, las cuales permitieron obtener la información necesaria para el desarrollo de la presente investigación.

En una primera fase durante la realización del taller se le suministró un cuestionario a cada uno de los participantes, con el cual se buscó conocer las estrategias metodológicas que habitualmente utilizan cada uno de ellos como docentes para desarrollar los contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional. Asimismo, en una segunda fase, después de dar a conocer en qué consistía en método G-A, a través del cuestionario se tuvieron las opiniones y recomendaciones de estos en relación a la aplicabilidad y practicidad del método G– A como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los contenidos antes mencionados.

Seguidamente, los datos recolectados a través del cuestionario, fueron analizados, para posteriormente establecer hipótesis y conclusiones.

### **4.3. APLICACIÓN DE LA ENCUESTA EN EL TALLER**

Se recolectaron un total de 20 encuestas a docentes del área de matemática que asistieron al taller. Cabe destacar que todas las convocatorias e invitaciones, así como información inherente a la realización de este taller, como: fotografías, firmas de asistencia, entre otras, se encuentra señalada en el anexo VI.

#### ***4.4 Resultados Obtenidos En La Encuesta***

##### 1) Primera pregunta de la encuesta o pregunta al inicio del taller

El 100% (20 docentes), indagan sobre estrategias metodológicas actuales que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos a dictar en sus clases.

El 60% (12 docentes de 20), empleó diferentes estrategias metodológicas para abordar los contenidos matemáticos.

100% (20 docentes de 20) afirman que al planificar sus clases de matemáticas, se interesan por tomar en cuenta las estrategias metodológicas que promueven el pensamiento crítico diferente y faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje.

85% (17 de 20 docentes), no conoce o ha oído mencionar sobre el método Geométrico – Analítico para la enseñanza de la matemática.

5% (1 docente de 20), solo lo conoce o ha oído mencionar sobre el método G - A sin dominar su técnica.

10 % (2 docentes de 3), conoce y domina la técnica del método G – A, sin embargo, solo 5% (1docente de 2) docente lo ha aplicado

obteniendo buenos resultados. En referencia a este hecho surgen comentarios positivos sobre el uso en el salón de clases y sobre los resultados observados en la motivación y en el aprendizaje significativo de sus estudiantes.

- 2) En la segunda parte de la encuesta o primeras preguntas “al termino del taller” a los docentes.

En reseña a la pregunta abierta sobre lo aprendido, los comentarios de los participantes al taller son todos positivos en referencia a: La parte intuitiva del concepto, “la visualización”, la motivación y participación que se puede alcanzar en el dicente, el cómo las representaciones graficas permiten comprender las demostraciones analíticas, entre otros comentarios.

En referencia a la pregunta sobre los posibles resultados de aplicar el método G-A en su clase actual, el 95% (19 docentes de 20), considera que puede mejorar la eficiencia y la eficacia de las mismas usando el método Geométrico - Analítico. Consideran que se puede lograr una mayor motivación y participación de los dicentes, así como un mayor aprendizaje a lo que respecta a los conceptos de Funciones, Límite y otros. Cabe destacar que, el 5 % (1 docente de 20) considera que no lo aplicaría, que el uso del método G-A requiere de más tiempo y que hay poco bibliografía del mismo y sería conveniente darle más a conocer.

El 95% (19 docentes de 20), considera conveniente modificar las estrategias metodológicas para la enseñanza de Límites a nivel de 5<sup>to</sup> año de educación Media, Diversificada y Profesional tomando en consideración las estrategias que se proponen en la propuesta de este trabajo y asimismo, añadiendo aportes propios según su experiencia docente.

## **4.5 Análisis De Los Resultados**

Sobre la primera pregunta o pregunta de entrada al taller

El 100% de los docentes encuestados afirma que indaga sobre estrategias metodológicas actuales que faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos a dictar en sus clases, lo cual muestra la disposición de los mismos por buscar estrategias que mejoren la calidad del proceso de enseñanza y aprendizaje. Asimismo, el 60% afirmó emplear diferentes estrategias metodológicas para abordar los contenidos matemáticos mostrando de este modo que es necesario, en algunos casos, emplear estrategias distintas en función de los temas a desarrollar puesto que no todos poseen las mismas características. Cabe destacar que el 100% afirmó que al planificar sus clases, se interesan por tomar en cuenta las estrategias metodológicas que promuevan el pensamiento crítico diferente y faciliten el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que pone de manifiesto que al momento de escoger una estrategia buscaran satisfacer estas necesidades.

Resulta interesante que el 85% de los docentes encuestados no conozcan o hayan oído mencionar sobre el método Geométrico – Analítico y que solo el 5% lo conocen o han oído mencionar; cuando esta técnica fue creada en la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre, primero como una herramienta para la graficación de funciones, en el trabajo: “grafica de curvas con regla y compas”, 1984, del profesor Tirado Pedro y luego para la enseñanza de la asignatura matemáticas I científico tecnológica, en el trabajo “ Método G – A para la enseñanza de la matemática básica, 1993, por el mismo autor y en el trabajo: “Métodos de graficación” 1996 ,del autor Alson, P. en la Universidad Central de Venezuela. Asimismo recientemente fue dado a conocer por el profesor Alberto Tirado, en su investigación titulada: “Efectividad en el diseño de estrategias para facilitar la enseñanza en los temas de la asignatura:

Matemáticas I, área científico tecnológica, basado en el método geométrico – Analítico”. 2010.

La causa principal de esta situación es, como lo expresaron la mayoría de los encuestados, que existe muy poca información este tipo de estrategias, no hay material bibliográfico de fácil acceso. Adicionalmente los docentes mostraron interés por bibliografía referente al método, así como de próximos talleres, para su aprendizaje y dominio de las mismas.

Es importante destacar que solo el 10% de los docentes encuestados, conocen y dominan el método G–A, y solo un 5% lo ha aplicado o lo aplica en la actualidad, de estos el comentario en consenso es que el método es bastante didáctico, motiva la participación del estudiante y permite que estos adquieran un aprendizaje significativo.

Sobre la segunda pregunta o pregunta “al termino del taller”

En general todos los docentes encuestados comentan valores positivos sobre el método G – A y las estrategias mostradas durante el taller; entre los comentarios destacan por repeticiones los siguientes:

- El docente puede mostrar mayor dominio y manejo de los conceptos.
- Este método enseña cómo darle mayor sentido a la teoría matemática.
- Es ilustrativo e interesante y amplía la visión del concepto lo que permite que los estudiantes adquieran un aprendizaje significativo.
- Es más fácil y rápido ya que se muestra la idea intuitiva de los conceptos.

- El graficar las funciones permite que los estudiantes tengan una idea intuitiva de los conceptos, generando una mayor participación.

En referencia a la pregunta abierta sobre lo aprendido en el taller, los comentarios de los participantes fueron de igual forma positivos, en referencia: la “parte intuitiva del concepto”, la motivación y participación que se puede alcanzar en el estudiante, en el cómo esta estrategia permiten que la parte geométrica y analítica de los conceptos matemáticos se complementen, entre otros comentarios.

En relación a la pregunta sobre los posibles resultados de aplicar el método G-A y de cómo mejoraría su calidad de enseñanza actualmente, 95% (19 de 20 docentes), considera que el uso del método G-A puede mejorar la eficiencia y eficacia del proceso de enseñanza y aprendizaje, ya que con este se puede lograr mayor motivación en el estudiante, así como un mayor aprendizaje de los diferentes conceptos matemáticos, en particular en el de Límite. Los comentarios más comunes fueron, casi un 95% de los docentes encuestados, los siguientes:

- El estudiante va construyendo de manera progresiva el concepto, primero de forma intuitiva, luego mediante el cálculo, para finalmente llegar a las demostraciones teóricas.

- El estudiante comprende de manera más sencilla los conceptos y se puede sentir más motivado.

- Es novedoso, su aplicación genera curiosidad lo que induce motivación a la participación del estudiante y por ende mayor atención a lo que se está enseñado.

Cabe destacar, que un 5% (1 de 20 docentes), como comentario único, considera que para aplicarlas es necesario que se implemente desde 3<sup>er</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional, puesto que desde ese año se inicia el estudio de Funciones, asimismo expresó que, aplicarlo desde 5<sup>to</sup> año de Educación Media, diversificada y Profesional requeriría de mayor tiempo para desarrollar los temas, en particular el Límite, el cual es generalmente el último contenido de ese año escolar, por lo que no las aplicarían.

#### 4.6 Conclusiones

El concepto de Límite posee un alto nivel de abstracción, sin embargo el método G-A desarrollar su estudio de manera sencilla, en tres fases:

- 1- **Intuitiva:** la cual consiste en la visualización de la curva, cabe destacar que ésta se obtiene a través de operaciones sencillas de segmentos. Además se construye una tabla de aproximación de la curva alrededor del punto donde se desea estudiar el Límite.
- 2- **Calculo:** esta fase se fundamenta en hallar el valor del Límite. En la mayoría de los casos consiste solo en una sustitución, sin embargo existen algunos casos especiales en donde se presentan indeterminaciones y resulta necesario hallar o construir una función equivalente que permita la sustitución para hallar el valor.
- 3- **Demostraciones:** esta fase consta de tres partes; la primera es una demostración geométrica, es decir; geoméricamente se demuestra y visualiza el límite. Seguidamente, para no perder el rigor matemático y tomando en consideración el hecho de que gráficamente solo podemos visualizar el Límite, más no demostrarlo, se realiza una demostración analítica, lo cual le da

validez a lo realizado en las fases anteriores. Finalmente se muestra en esencia cual es el significado de la demostración anterior, es decir, que representa el , que significa el , entre otras cosas.

Como sabemos, muchos de los conceptos matemáticos constan de una representación gráfica y de una simbólica analítica, en su enseñanza ambas partes se completan y retroalimentan e incluso generando nuevas concepciones.

- El método geométrico- analítico, consiste en la operación sencilla de segmentos o imágenes que permiten entre otras cosas:

- a) La clasificación de las funciones, por su forma y representación.
- b) Una enseñanza de las funciones fundamentales, como construirla, sus movimientos en el plano y simetría.
- c) Estudiar los límites de manera intuitiva mediante la visualización de las gráficas de las curvas en el plano.
- d) El calcular los límites analíticamente permite una retroalimentación en el concepto, puesto que los estudiantes pueden comparar los resultados obtenidos de manera intuitiva, con los obtenidos mediante el cálculo y finalmente con la demostración analítica, dando así un impulso en la enseñanza, permitiendo que los estudiantes adquieran un aprendizaje significativo.

#### **4.7 Recomendaciones**

Si bien es cierto que la mayoría de los docentes afirman estar de acuerdo con el uso del método G-A en la enseñanza los temas de Límite

a nivel de 5to año de Educación Media, Diversificada y Profesional, es su opinión que se necesitan textos, guías o más talleres que ilustren el uso de estas estrategias, así como también consideran conveniente el aplicarlas para el desarrollos de otros temas tales como Funciones, Continuidad, entre otros.

## **CAPITULO. V**

**Material De Apoyo Al Taller Sobre El Tema De Límite De Funciones; Para Los (As) Docentes De Educación Media, Diversificada Y Profesional.**

Asesor: Msc. Pedro Tirado

Realizado por:  
Br. Eglee Diaz Veliz

Cumaná, Septiembre de 2012

## Introducción

Hoy en día en Venezuela, en la búsqueda de mejoras en la preparación de nuestros estudiantes a nivel de Educación Media, Diversificada y Profesional, el Ministerio del Poder Popular Para la Educación ha realizado varias reformas dentro del subsistema de Educación Secundaria Bolivariana, en particular es de nuestro interés; en conformidad con el Currículo Nacional Bolivariano (2007), los cambios realizados en el siguiente espacio: "... área de aprendizaje, Ser humano y su interacción con los otros componentes del ambiente para 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional; en el módulo: Los procesos matemáticos y su importancia en la comprensión del entorno, dentro del cual fueron incluidos los temas de Límites y Derivadas, este componente formula lo siguiente: Definición intuitiva de Límite, propiedades del Límite y de las operaciones. Continuidad de funciones en un punto, propiedades..."

Es nuestro propósito intentar mejorar el estudio de la matemática. En este sentido, consideramos interesante los aportes dados en marzo de 2011 por el periodista argentino Andrés Oppenheimer, en su libro titulado **¡Basta de historias!** expresa que el mejorar sustancialmente la educación, la ciencia, la tecnología y la innovación no es tarea imposible. Pero sí tremendamente necesaria. La razón es simple: el XXI será el siglo de la economía del conocimiento, los países que avanzan no son los que venden materias primas ni productos manufacturados básicos, sino los que producen bienes y servicios de mayor valor agregado. ¡Basta de historias! es un agudo viaje periodístico alrededor del mundo, que aporta ideas útiles para trabajar en la principal asignatura pendiente de nuestros países y la única que nos podrá sacar de la mediocridad económica e intelectual en la que vivimos: la educación. Es de interés, observar los datos que muestran que en China, India, otros países asiáticos y Europa del Este presentan éxito en su economía gracias a que han mejorado su calidad educativa, en especial en el área de ciencia, cosa que no ocurre en los países latinoamericanos; es por ello, que es tarea cada vez más urgente el prepararnos para competir mejor en la economía del conocimiento del siglo XXI.

## Presentación

El método Geométrico – Analítico fue diseñado por el profesor Pedro Tirado, en su investigación titulada: *Método geométrico- analítico para el estudio de matemática básica. (1993)*.

En este sentido, el siguiente manual estará estructurado de la siguiente manera:

I) Se instruirá al docente de Educación Diversificada a graficar funciones en el plano usando el método G-A, este conocimiento le permitirá desarrollar habilidades y destrezas para la representar geoméricamente funciones en el plano, esto le servirá como instrumento fundamental para el estudio de límites.

II) Se enseñará en principio el concepto de límite de manera intuitiva, es decir, se harán aproximaciones numéricas, en los casos de:

- A) límites puntuales
- B) límites de convergencia vertical
- C) límites de convergencia horizontal

Posteriormente, se enseñará a calcular límites, y finalmente, se realizaran demostraciones al respecto.

Estos aspectos ayudaran sensiblemente al docente a mostrar a sus estudiantes el concepto de límite y que estos adquieran un aprendizaje significativo del mismo, además de motivarlos a su estudio.

Para dominar el tema de límite se requiere adquirir las siguientes destrezas:

- Identificar el comportamiento de las aproximaciones numéricas
- Esbozar sin el uso de la computadora algunas funciones sencillas
- Calcular por sustitución los límites y resolver las indeterminaciones cuando estas se presenten, cambiando la función que no permita la sustitución por otra que si lo haga.
- Darle validez matemática a lo hecho en los procesos anteriores, demostrando geométrica y analíticamente que las aproximaciones y los cálculos son válidos.

Un docente debe manejar estas habilidades y adaptarlas convenientemente para motivar a sus estudiantes a participar con éxito en el juego matemático. Un profesor con estas características es el que se quiere lograr con este taller.

## ***I - Método Gráfico***

Entre las funciones reales, existen algunas que dentro de su representación analítica no presentan ninguna operación algebraica. A este tipo de funciones las denominaremos “**Funciones Primarias**”. Si por el contrario, la función es el resultado de operaciones entre dos o más funciones, entonces se denominarán “**Funciones Mixtas**”. En consecuencia toda función mixta se obtiene a partir de funciones primarias.

Es importante destacar que las definiciones de funciones primarias y mixtas no parecen tener fundamentos matemáticos rigurosos, pero se hacen de esta manera para facilitar la comprensión del manual. Es decir, se puede justificar matemáticamente este desarrollo utilizando conceptos de algebra lineal o algebra abstracta.

### **Grafica de Funciones**

Como toda función Mixta es el resultado de operaciones con Primarias, entonces, las gráficas de las funciones Mixtas se pueden obtener, conociendo las primarias y operándolas geoméricamente.

En este sentido, es necesario conocer las gráficas de las funciones Primarias:

#### **La función,**

- La gráfica de  $y = k$ , con  $k$ , es una recta horizontal. Sin perder generalidad se puede representar como sigue:

La función

□ La función  $y = \cos(x)$ , se supone conocida por el lector. A pesar de esto es bueno recordar su gráfica:

□ De igual manera se presenta la gráfica de  $y = \sin(x)$

### **Operaciones con Funciones**

#### **Suma:**

De manera similar se define la resta de funciones como:

Se dice que es la resta de  $f$  y  $g$  si  
, donde

#### **Ejemplo:**

Como ustedes saben, para graficar la recta , se necesitan sólo dos puntos. Pero también sabemos que esta recta es una función mixtas, formada por la primarias ,  $(S_1, y_1 = x)$  y  $(S_2, y = 1)$ . Graficadas en un mismo plano y sumando adecuadamente los segmentos se obtienen la gráfica; si bien es cierto, este proceso no es necesario en este caso, si es indispensable en funciones mixtas que no son rectas. Por esta razón para mostrar la metodología grafica se aplicará en este ejemplo sencillo.

De donde:

En un mismo eje se grafican las primarias  $s_1$  y  $s_2$ , tal como sigue:

- 1- Sobre el eje  $x$  se escogen "**puntos significativos**" (la escogencia es intuitiva), luego por ellos se trazan verticales y en los puntos de corte con se efectúa "**la suma de segmentos**" (manualmente) .

Este proceso es el más importante del método y se llama "**Visualización**".

En nuestro caso la visualización sigue a continuación:

Con la tabla se tiene el ajuste cuya gráfica es la siguiente:

De manera semejante se obtiene la gráfica de la función

Observe que , se puede obtener rápidamente trasladando la primaria  $y = x$ , una unidad hacia arriba, de forma semejante para graficar basta con trasladar  $y = x$ , una unidad hacia abajo. En general para obtener la grafica de  $y = f(x) + K$ , con  $K$ , basta con trasladar  $y = f(x)$   $K$  unidades hacia arriba o hacia abajo En el cuadro N<sup>o</sup> 1 se presentan los movimientos en el plano.

## **PRODUCTO:**

### **Ejemplo 2:** Grafique

- 1- , donde F representa el factor que se repite y P el producto.
- 2- En un eje cartesiano se grafican
- 3- Se escogen convenientemente puntos significativos y se trazan por ellos rectas verticales.
- 4- Con F se efectúa el producto de segmentos (manualmente), tal como se hizo en la suma.

De esta manera se tiene la visualización deseada

El ajuste queda a cargo del lector.

## COCIENTE:

### Ejemplo 3: Grafique $C = \frac{N}{D}$

1-  $C = \frac{N}{D}$

Donde N, numerador ( ), D, Denominador ( ) y C, Cociente ( = ).

2- En un mismo eje se grafican N y D, tal como se muestra:

3- De manera similar, a lo hecho anteriormente, se escogen convenientemente puntos en el eje x y por ellos se trazan rectas verticales.

4- Para  $x=1$ , se observa que N y D , esto significa que en ese punto hay una indeterminación, es decir,  $x = 1$  es una asíntota vertical.

Así, para valores de x cercanos a 1 por la izquierda , , por lo tanto C va a menos infinito. Por la derecha N y D son positivos, por lo tanto C va a más infinito, tal como se muestra en el gráfico.

5- Para  $x = 0$ ,  $N = 0$  y D, por lo tanto  $C = 0$ .

6- Para  $x < 0$ ,  $N < 0$  y  $D < 0$ , por lo tanto C es negativa.

7- A medida que x va decreciendo a la izquierda de cero, N va creciendo positivamente mucho más rápido que lo que decrece D, por lo tanto la curva C es cóncava hacia abajo.

8- Cuando  $x > 1$ ,  $N > 0$  y  $D > 0$ , de igual forma N va creciendo positivamente mucho más rápido que lo que decrece D, por lo tanto C se hace cóncava hacia arriba.

### TABLA DE AJUSTE

x	N( )	D	C( = )	observaciones
1	1	0		
0.8	0.64	- 0.2	- 3.2	A medida que x se aproxima a 1 por la izquierda, C tiende a
0.9	0.81	- 0.1	- 8.1	a
0.99	0.98	- 0.01	-98	y a medida que se aproxima a 1 por la derecha , C tiende a
0.999	0.998	-0.001	- 998	+
1.2	1.44	0.2	7.2	Con el método grafico ya a estas alturas, se puede hablar de limite y se puede escribir:
1.1	1.21	0.1	12.1	= - y
1.01	1.02	0.01	102	= +, que se leen: limite
1.001	1.002	0.001	1002	cuando x tiende a 1 por la
0	0	- 1	0	

-2	4	-3	- 1.3	izquierda y limite cuando $x$ tiende a 1 por la derecha, respectivamente.
-4	16	-5	- 3.2	
-10	100	-11	-9	A la izq. de $x = 1$ , $C$ es cóncava hacia abajo y tiene un máximo en el punto $(0,0)$ , a la derecha de $x = 1$ , es cóncava hacia arriba y posee un mínimo en el intervalo $(1.5, 3)$ .
1.5	2.25	0.5	4.5	
3	9	2	4.5	
2.25	5	1.25	4	
10	100	9	11.1	

La gráfica del ajuste queda a cargo del lector. “Recuerde lo más importante del método es **Visualizar**”

#### Ejemplo 4: Grafique

1-

2- En un mismo eje se grafican numerador y denominador tal como sigue:

3- Se escogen los puntos  $x = 1$ ,  $x = -1$ ,  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = -2$ , por considerarlos intuitivamente claves en la visualización y se procede a efectuar las operaciones con los segmentos en los puntos acordados, para así construir la curva.

4-  $X = 1$ , es una asíntota vertical, por cuanto  $N = 0$  y  $D \neq 0$ .

5- Para valores de  $x$  cercanos a 1 por la izquierda,  $C$  tiende a menos infinito, y para valores de  $x$  cercanos a 1 por la derecha,  $C$  tiende a más infinito.

6- Para  $x = 0$ ,  $N = 1$  y  $D = -1$ , por lo tanto  $C = -1$

7- Para  $x = -1$ ,  $N = 0$  y  $D \neq 0$ , por lo tanto  $C = 0$ .

8- Para  $x = -2$ ,  $N = -0.8$  y  $D = -3.6$ , por lo tanto  $C = 0.22$ .

Tomando valores de  $x < -2$ , se observa que el cociente se aproxima a la recta  $y = 1$ , por cuanto las rectas  $N$  y  $D$  son paralelas.

9- Para  $x = 2$ ,  $N = 3$  y  $D = 1.4$ , por lo tanto  $C = 2.14$ .

Tomando valores de  $x > 2$ , se observa que el cociente se aproxima a la recta  $y = 1$ , por cuanto las rectas  $N$  y  $D$  son paralelas.

#### TABLA DE AJUSTE

X	N( )	D	C( =)	observaciones
1	2	0		Asíntota vertical
0.9	1.9	-0.1	-19	A medida que $x$ se aproxima a 1 por la izquierda, $C$ tiende a

0.99	1.99	-0.01	-199	y a medida que se aproxima a 1 por la derecha, C tiende a +. Esto se puede escribir:
1.1	2.1	0.1	21	= - y
				= +,
1.01	2.01	0.01	201	
2	3	1	3	A medida que x tiende a más infinito C se aproxima a la recta $y = 1$ , de igual forma cuando x tiende a menos infinito C se aproxima a la recta $y = 1$
5	6	4	1.5	
10	11	10	1.1	
100	101	99	1.02	
-2	-1	-3	0.33	Esto se puede escribir como:
-5	-4	-6	0.66	= 1 y
-10	-9	-11	0.8	= 1, por lo tanto $y = 1$ es una asíntota horizontal.
-100	-99	-101	0.98	

La gráfica ajustada queda a cargo del lector.

Recuerde: **“Primero visualizar, después ajustar**

**Ejemplo 4:**

Grafique

a) Sea

b) En un mismo eje se grafican numerador y denominador, tal como sigue:

c) Donde  $y = D=0$ , hay asíntotas verticales, es decir, cuando  $x = 3, \dots$ , Hay asíntotas verticales.

d)  $C=1$ , cuando  $N=D$ ;  $C=-1$ , cuando  $N=-D$ . Es decir, cuando  $x = 1$  y cuando  $x = -1$ .

e) Comportamiento de C cuando  $x \rightarrow \pm\infty$

Cuando  $x \rightarrow \pm\infty$ , por la derecha,  $N$  y  $D$ , pero muy pequeño; por lo tanto C tiende a  $\frac{1}{x}$

Cuando  $x$  , por la izquierda,  $Ny D$ , pero muy pequeño; por lo tanto  $C$  tiende a

Por lo tanto en el intervalo  $x$  ,  $C$  es cóncava hacia arriba.

De igual forma se obtiene el comportamiento en los intervalos aledaños, tanto a la izquierda como a la derecha, resultando la siguiente gráfica.

De manera semejante se obtiene la visualización en el siguiente ejercicio:

**Ejemplo 5:**

$=C$

MOVIMIENTOS EN EL PLANO	MOVIMIENTOS EN EL PLANO		EJEMPLO
	TRASLACIÓN	SIMETRÍA	
HORIZONTAL	Corresponde al desplazamiento de trasladada, $k$ unidades hacia la izquierda si $k > 0$ y $k$ unidades a la derecha si $k < 0$ .	y son simétricas respecto al eje $Y$ , es decir, dada la función $f(x)$ , si se quiere hallar su simétrica con relación al eje $Y$ basta con cambiar $x$ por $-x$ .	
	Corresponde al desplazamiento de trasladada, $k$ unidades hacia arriba si $k > 0$ y $k$ unidades hacia abajo si $k < 0$ .	y son simétricas respecto al eje $X$ , es decir, dada la función $f(x)$ , si se quiere hallar su simétrica con relación al	

VERTICAL

eje Y basta con  
multiplicar por -1 la  
función

**Cuadro N° 1**, Muestra una síntesis de cómo una función se mueve en el plano, tanto horizontal como verticalmente. Las ideas aquí señaladas ayudan sensiblemente a la graficación de curvas en el plano.

## **II – LÍMITE DE UNA FUNCIÓN**

El conjunto de los números reales es denso, es decir, si se representan sobre una recta se encuentra que esta recta no presenta interrupciones o “huecos”, si se toca en cualquier lugar, se halla por lo menos, un número real allí. Esta propiedad permite el estudio de límite, continuidad, derivas, integrales, es decir, el estudio del cálculo en general.

A continuación se presentan geoméricamente cuatro situaciones relacionadas con el concepto de Límite. Para esto sean  $y = f(x)$  una función,  $a$  y  $L$  dos números reales:

De las gráficas anteriores se tiene las siguientes observaciones:

- Fig. 1,  $a$  pertenece al dominio de  $f(x)$  y  $f(a) = L$ . cuando  $x$  toma valores próximos a “ $a$ ” por la izquierda y por la derecha  $f(x)$  y  $L$  tienden a “confundirse” en el punto  $(a, f(a))$ .
- Fig.2,  $f(a)$  no existe, a pesar de ello cuando  $x$  toma valores próximos a “ $a$ ”, por la izquierda y por la derecha,  $f(x)$  y  $L$  tienden a “confundirse” en el punto  $(a, L)$ . Esta situación nos permitirá trabajar como si estuviésemos en el caso anterior.
- Fig. 3,  $x = L$  no está en el dominio de  $f$ , pero puntos cercanos a  $L$  por la derecha si lo están. Cuando  $x$  se aproxima a “ $a$ ” por la derecha  $f(x)$  crece infinitamente hasta “confundirse” con la recta  $x = L$ .
- Fig. 4, de manera similar, cuando  $x$  toma valores muy grandes positivos,  $f(x)$  se aproxima a la recta  $y = L$ , tendiendo a confundirse con ésta.

Si la expresión “**tiende a confundirse**” se cambia por la palabra converge, se tiene la siguiente definición:

Matemáticamente la variación de  $x$  en el dominio de  $f$  se denota por el símbolo “ $\rightarrow$ ”, que se lee “**tiende a**”. Cuando  $x$  va tomando valores positivos cada vez mayores, se denotará por:

$\rightarrow +\infty$ , que se lee “ **$x$  tiende a más infinito**”.

Del mismo modo, se denotará por:

$\rightarrow -\infty$ , que se lee “ **$x$  tiende a menos infinito**”.

La aproximación de  $x$  a la izquierda de “ $a$ ”, se simboliza por:

$\rightarrow a^-$ , y por la derecha por:

La idea de convergencia que se ha manejado hasta ahora está íntimamente relacionada con el concepto matemático de límite. Esto nos permite escribir lo siguiente en referencia a las situaciones mostradas en las figuras anteriores lo siguiente:

Fig.1,2

Los primeros dos límites se les denomina de **convergencia no asintótica o puntuales**, los otros dos se les denomina de **convergencia asintótica**, donde: el tercero es de convergencia asintótica horizontal y el cuarto es de convergencia vertical, es decir, en el cuatro  $y = L$  es una asíntota horizontal y en el caso tres  $x = L$  es una asíntota vertical

En el cuadro sinóptico que sigue a continuación se muestran las distintas situaciones que se presentan:

ASINTÓTICA

PUNTUAL ( NO ASINTÓTICA)

$Y=L$

$Y=L$

$X=L$

$X=L$

$Y=L$

Con los ejemplos que siguen se explicará de manera práctica los siguientes aspectos:

- 1- ***Límite Intuitivo***, mediante aproximación y visión geométrica.
- 2- ***El cálculo de límite de manera analítica.***
- 3- ***Demostración Geométrica y Analítica de límite***, lo que le dará validez matemática a la intuición y al cálculo.



A continuación se dan tablas de valores que muestran aproximaciones o tendencias correspondientes a las funciones indicadas:

Los problemas se resolverán de acuerdo a la siguiente estructura:

**1- Intuición:**

- a- Complete la tablas y estime el límite, con base a estos valores
- b- Grafique la función y estime el límite en base a ella.

**1- Calculo:**

- Calcule analíticamente el límite y verifique que coincide o no con lo estimado anteriormente, sino es así corrija hasta que coincida.

**2- Demostración:**

- a- En cada caso, demuestre geoméricamente el limite
- b- En cada caso demuestre analíticamente el límite

Solución: Problema 1

1- **Parte intuitiva**

a) Se grafica la función

Donde se observa que:

La tabla indica que:

## 2- **Cálculo**

Los límites se calculan por sustitución, cuando esto no es posible se busca otra función equivalente que lo permita, en otros casos son válidas también otras estrategias que se escapan a este manual, en nuestro caso:

## 2- **Demostraciones**

Se supone que el lector conoce la definición de límite puntual, sin embargo, es bueno recordarla:

Considérese la siguiente gráfica:

- Se dice que  $\epsilon$  y tan pequeño como se desee existe un  $\delta$ , de tal manera que si  $x$ , entonces  $f(x)$

La idea general de la demostración es partir de  $\epsilon$  y buscar factorizar ó buscar una función tal que, en un intervalo alrededor de  $a$ , es decir, está "sobre" en ese intervalo. Graficando  $f(x)$  se puede visualizar como determinar el número  $k$  el cual servirá para seleccionar el verdadero valor de  $\delta$ .

La función más sencilla es una línea recta.

### a- **Geométrica**

- 1- Para obtener  $\delta$  en función de  $\epsilon$ , se grafica la función  $y = f(x)$ , tal como sigue:

Se escoge como referencia  $a$  y se construye el intervalo  $1-\epsilon < x < 1+\epsilon$ , es decir,  $0 < x < 2$ . Los extremos del intervalo se sustituyen en la función  $y = f(x)$ , obteniéndose los puntos  $P_1(0,2)$  y  $P_2(2,2)$ . La función  $y = f(x)$  permite el despeje de  $x$ , cuando  $\epsilon < 2$ , entonces  $\delta = \epsilon$ , de donde  $\delta = \epsilon$ .

Esto sucede siempre que la función  $y = f(x)$  tenga la forma  $y = a x + b$ , pero no siempre es el caso, algunas funciones no permiten directamente el despeje de  $x$  y hay que construir otra que esté por encima de ella que si lo permita para hacer la demostración.

Vemos si la demostración cumple con la definición:

Escojamos  $\epsilon$ , entonces  $\delta = 0.05$

Por lo tanto  $x \in (2 - \delta, 2 + \delta)$ , es decir,  $x \in (1.95, 2.05)$

y  $f(x) \in (4 - \epsilon, 4 + \epsilon)$ , es decir,  $f(x) \in (3.95, 4.05)$

Sea  $x = 1.98$ , que cumple con  $x \in (1.95, 2.05)$ , entonces,  $f(1.98) = 3.96$

Esto corrobora que la demostración está bien hecha.

## b- **Analítica**

$\epsilon = 2\delta$ , esta expresión permite el despeje de  $\delta$ , es decir:  $\delta = \frac{\epsilon}{2}$ , de donde  $\delta = \frac{\epsilon}{2}$ .

Coincide con la demostración geométrica

Solución: Problema 2

## 1- **Parte Intuitiva**

a) Se grafica la función

En la gráfica se observa que el punto  $(2,4)$  no pertenece a  $f$ , sin embargo, a medida que nos aproximamos a 2 por la izquierda y por la derecha  $f(x)$  se aproxima a 4, es decir, converge con la recta  $y = 4$ , en el punto  $(2, 4)$ , por lo tanto:

La

tabla

indica

que:

**2-**

### 3- **Cálculo**

, no es un número Real, es una indeterminación

Se debe encontrar una función equivalente a  $y =$  que permita la sustitución, para esto:

*Donde*

$y = x + 2$ , es la función equivalente, ella es exactamente igual a la función del problema, pero es continua en todo su dominio, es decir, no tiene el hueco que posee en el punto (2,4). El lector debe comprobarlo haciendo la gráfica.

#### 4- **Demostración**

##### a) **Geométrica**

Se grafica ==

Tal como sigue:

Nótese que el punto (2,0) no pertenece a la gráfica, pero se procede de manera semejante a como se hizo en el caso anterior.

, entonces

#### **B-Analítica**

Para esto se usará la función equivalente ( $y = x + 2$ ),

$=$ , de donde

Solución: Problema 3

##### 1- **Parte intuitiva**

a) Se grafica la función

En la tabla se observa que la aproximación corrobora lo que indica la gráfica:

y

**2-**

### 3- **Cálculo**

En este caso, no se trata en realidad de un cálculo, se trata de comprobar mediante un análisis del signo de los factores involucrados si la función tiende a  $+\infty$  ó  $-\infty$ . Para esto se construye la siguiente tabla:

1

De acuerdo a la tabla se tiene:

y

### 4- **Demostración**

#### a- **Geométrica**

En este caso no se hace demostración geométrica

#### b- **Analítica**

Se supone que el lector conoce la definición analítica para estos casos. De todos modos es bueno recordarla:

Ahora bien, supongamos que  $x > 3$ , entonces  $3 < x < 3 + 1$ , es decir:

$3 < x < 4$ , entonces  $0 < x - 3 < 1$ , por lo tanto el factor  $(x - 3) > 0$ , luego  $x - 3 > 0$  y  $M > 0$ , entonces considérese  $x - 3 > M$

Multiplicando ambos miembros de la desigualdad por el factor  $(x - 3)$ , se tiene:

$1 > M$   $x - 3$   $M > x$  ,  $x$  , se sabe que  $x < 3$ , por lo tanto  $3 < x$   
 $<$

Entonces

Para comprobar el buen funcionamiento de la demostración:

Sea  $M = 10.000$ , entonces , el intervalo a considerar sería entonces  $3 < x$   
 $< 3 + 0.0001$ , es decir .

Para comprobar que la demostración es correcta:

Sea  $x = 3.00001$  entonces:

, es decir:  $f(x) > M$ .

Ahora bien, cuando  $x < 3$ , se debe demostrar que: , para esto se debe  
 utilizar la definición adecuada:

Supongamos que , entonces  $3 - 1 < x < 3$ , es decir:

$< x < 3$ , entonces  $-1 < x - 3 < 0$ , por lo tanto el factor  $(x-3) < 0$ , luego  
 $< 0$  y  $M < 0$ , entonces supongamos que  $< M$  .

Multiplicando ambos miembros de la desigualdad por el factor  $(x-3)$ , se  
 tiene:

$$(x-3) > M (x-3)$$

$1 > M$   $x + 3$   $M < x$  , puesto que  $M < 0$

$x$ , se sabe que  $x < 3$ , por lo tanto:  $< x <$

Entonces

De manera similar al caso anterior el lector debe comprobar que la  
 demostración es válida.

Solución: Problema 4

**Parte intuitiva**

a) La tabla indica que:

b) Se grafica la función

## 2-Cálculo

El cálculo de este tipo de límite se hará mediante un cambio de variable, que lo reducirá al caso puntual. Para esto, sea:  $t$ , entonces:

$Y = 1$  es una asíntota horizontal

## 3-Demostración

Está se hará de forma geométrica y analítica para  $x > 0$ . Queda a cargo del lector el otro caso, es decir;

### a- Geométrica

-El cambio de variable puede realizarse directamente  $x$  por  $t$ , por lo tanto:

$$= 1$$

- Se debe demostrar que:

$$<$$

, entonces es necesario hallar una  $t$  que lo permita. Para esto:  
, tal como sigue:

1- Sea  $t$ , entonces  $x$ , con los extremos del intervalo  $(0, \infty)$  se construyen los puntos  $(x, y)$  que pertenecen a la curva.

2- Los puntos tienen igual ordenada, puesto que la curva es simétrica con respecto a  $Y = 1$ , además, es cóncava hacia arriba, por lo tanto el valor absoluto de la recta que pasa por los puntos  $(0,0)$  y  $(x, y)$ , está por encima de  $y$  cuando

3- Con los puntos (0,0) y se construye la recta , entonces tomando valor absoluto se tiene:

Por lo tanto.

1

**Nota:** para , el lector debe verificar la validez de la demostración.

### **B- Analítica**

< ,

Esta expresión no permite el despeje de . Para ello se debe construir. Otra curva que si lo permita. En situaciones como está, la construcción analítica de las curvas, muchas veces, no es tan fácil de realizar, para ello se sustentará la demostración analítica con la intuición geométrica tal como sigue:

Se tiene , entonces es esta función la que permite el despeje de , luego , entonces

Por lo tanto

Por lo tanto queda plenamente probado que:

Observe que los resultados obtenidos, tanto en la demostración geométrica como en la analítica son muy parecidos. Esto demuestra la sencillez y el poder del método Geométrico – Analítico.



## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Arias, F. (2006). El proyecto de investigación: Introducción a la metodología científica". (5ªed.). Caracas \_ Venezuela: Episteme.

AUSUBEL, D.P. (1968). Educational psychology: a cognitive view.  
New York: Holt, Rinehart, and Winston.

Ausubel, D.(1989).*Psicología Educativa*. Tercera edición.  
México: EditorialThillas, S.A .

BallyWittrok (1990).*Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado Número 68 (24,2) titulada: La investigación en La enseñanza, III. Profesores y alumnos*

Bisquerra, R. (2009).*Métodos de Investigación Educativa. Guía Práctica* Barcelona, España: Ediciones CeaC.

Blanca C. García, (2006) "*conversaciones de aprendizaje: conocimientos, significados y redes de aprendizaje en Greater Manchester*", Revista de Gestión del Conocimiento, vol. Iss

[BRUNER](#), Jerome S. (1977). *Harvard University Press*.127

Castro, C.; Castro, E. ;Coriat, M.(2000).*La educación matemática En Laenseñanza secundaria*.(2ª ed.) . Barcelona, España:Liberduplex.

Campos. C. (2000). [Página web en Línea]. Consultada el 12 de enero del 2011en:[www.camposc.net/0repositorio/ensayos/00estrategiasenseaprendizajepdf](http://www.camposc.net/0repositorio/ensayos/00estrategiasenseaprendizajepdf)Camposc.net(2003).Estrategiasdeenseñanza-aprendizaje.

Demos, V. (2000).*La Investigación –Acción - Participativa*. [Libro

Enlínea]. Consultado el 10 de septiembre de 2012, en:  
<http://www.demosweb.org>.

Díaz, F. Y Barriga, A. (2002) . *Estrategias Docentes para un Aprendizaje Significativo: una interpretación constructivista*. México. McGraw Hill

Elliott, J. (1996). *El cambio educativo desde la investigación acción*. Madrid: Ediciones Morata.

García, J. (2006). La comprensión de las representaciones gráficas cartesianas presentes en los libros de textos de ciencias experimentales, sus características y el uso que se hace de ellas en el aula [tesis en línea]. Universidad de Granada, España. Consultado el 15 de diciembre de 2012, en :<http://hera.ugr.es/tesisugr/15518620.pdf>.

Gomez-Granell, C. (1991) . *Las matemáticas en primera persona. Cuadernos de pedagogía* [Revista en línea], Enero(223). Consultada el de Enero de 2012 en:<http://www.ucm.es/BUCM/compludoc/S/10101/>

Guzmán, O. (1993). *Enseñanza de las ciencias y la matemática*. España. Editorial Popular, S.A.

Sampieri, H. (2010). *Metodología de la investigación*. Chile: Editorial McGraw-Hill

Hurtado, P. (2003). *Metodología de la investigación holística*. Caracas: Fundación Sypal.

Kemmis, A. y otros (1992). *Como planificarla investigación acción*. España: Alertes.

Lewin, K. (1988). *Group decisionan social change*.

Martínez, R. y Bonachea, O. (2004). *Estrategias de enseñanza o Estrategias de aprendizaje*. [Página web en Línea]. Disponible en:

<http://biblioteca.idict.villaclara.Cu/UserFiles/File/revista%20valera/rv1305.pdf>.

Martínez, M.(2003). Concepciones sobre la enseñanza de la resta: Un estudio en el ámbito de la formación permanente del profesorado. Construcción y validación de instrumentos. Tesis Universidad Autónoma de Barcelona.

Martínez, N. (1998). *Planificación de estrategias para la Enseñanza de las matemáticas*. [ tesis en línea]. Universidad Santa María. Decanato de Post-Grado y Extensión. Caracas, Venezuela. Consultada el 14 de septiembre de 2012, en: <http://www.monografias.com/trabajos30/estrategias-matematicas.shtml>.

Ministerio del Poder Popular para la Educación Cultura y Deportes (2007). Sistema Educativo Bolivariano. Caracas\_Venezuela.

Moraga, G. (2001). Enfoques constructivista. [Página web en línea]. Consulta el 5 de diciembre de 2010. Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos75/enfoque-constructivista/enfoque-constructivista2.shtml>.

Pérez y Tovar (2012). Redimensión de la didáctica matemática desde una pedagogía por proyectos.

Ortiz, F. (2003). Matemática: Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje [libro en línea]. Consultado el 4 de noviembre de 2012 en: <http://books.google.co.ve/books?id=4B8MPEcSuwC&printse=frontcover&dq=ortiz+rodriguez&hl=es&cd=3#v=onepage&q&f=false>.

Robles, R. (2005). Orientación educativa y rendimiento académico. *Revista Mexicana de Orientación Educativa*. [Revista en línea], N° 4. Consultada el 17 de enero de 2011 en: <http://www.remo.ws/revista/n4/N4-robles.htm>.

Papalia, D y Olds, S. (1988). *Psicología Educativa*. México. Editorial McGraw-Hill.

Tamayo, M. (2005). *El proceso de la investigación científica*. México: LIMUSA

Tirado, A. (2010). *Efectividad en el diseño de estrategias para Facilitar la enseñanza en los temas de la asignatura: Matemáticas I área científico tecnológica, basado en el método geométrico - analítico*. Trabajo de grado de maestría, no publicado. Universidad de Oriente. Venezuela. Cumaná.

Tirado, P.(1984). Gráfica de curvas en el plano con regla y compas. Trabajo presentado para ascender a la categoría de Profesor agregado en la Universidad de Oriente. Venezuela. Cumaná.

\_\_\_\_\_. (1993). Método geométrico - analítico para el estudio de Matemática básica, tomos I, II. Trabajo presentado para ascender a la categoría de Profesor Asociado en la Universidad de Oriente. Venezuela. Cumaná.

\_\_\_\_\_. (2000). Gráfica de relaciones en el plano: explícitas. Implícitas. Polares. Aplicaciones. Métodos P.A.T. Cumaná. Estado Sucre, Venezuela.

Tirado, A. (2010). *Efectividad en el diseño de estrategias para Facilitar la enseñanza en los temas de la asignatura: Matemáticas Área científico tecnológica, basado en el método geométrico - Analítico*. Trabajo de grado de maestría, no publicado. Universidad de Oriente. Venezuela. Cumaná.

TORRE-PUENTE (1992). "Aprender a Pensar y Pensar para Aprender".

Uslar Pietri, A.(1978). El arte de enseñar a escribir. Diario El Nacional. Caracas.1978. El paréntesis es del autor del libro.

**ANEXOS**

## **Anexo I**

### **Empleo del Método Geométrico- Analítico**

El método Geométrico – Analítico fue parcialmente aplicado en el año 1993 por el profesor Pedro Tirado, en los estudiantes del primer semestre de matemáticas I, Área Científico- Tecnológica, de la Universidad de Oriente, Núcleo de Sucre. Durante ese semestre el total de cursos de la asignatura fue de 9 secciones con 387 estudiantes inscritos, de los cuales 338 estudiantes (nuevos y repitientes) cursaron la materia por el método tradicional y los 49 restantes (todos nuevos) cursaron la asignatura con el método Geométrico – Analítico, durante esta experiencia se obtuvo los siguientes resultados:

- De los estudiantes inscritos en las 8 secciones que cursaron la materia por el método tradicional, aprobaron 92, para un porcentaje de aprobados del 27.22%, con un promedio general de calificación de 5.87 puntos.
- De los 49 estudiantes inscritos en la sección en la cual se aplicó parcialmente el método Geométrico- Analítico, aprobaron 16, para un porcentaje de aprobados de 32.65%, con promedio general de calificación de 7.02 puntos.

**ANEXO II**  
**ENCUESTA CORTA**

**Nombre del profesor (a):** \_\_\_\_\_

**Nombre de la Institución donde labora:** \_\_\_\_\_

-¿ sabía usted que el tema de Límite fue incluido dentro del Currículo Nacional Bolivariano (CNB) a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional?

Sí \_\_\_\_\_ No \_\_\_\_\_

-¿ Está usted de acuerdo con la inclusión de este tema a nivel de Educación, Media, Diversificada y Profesional?

Sí \_\_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

---

No \_\_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

---

-¿ Conoce o aplica un método específico para desarrollar los contenidos de Límite? De ser positiva explique en que consiste.

---

---

---

---

**ANEXO III**  
**MATERIAL ENTREGADO PARA LA VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO**

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE SUCRE  
ESCUELA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

**PROPUESTA DEL MÉTODO GEOMÉTRICO – ANALÍTICO COMO  
ESTRATEGIA METODOLÓGICA VALIDA PARA LA ENSEÑANZA DE  
LÍMITE A NIVEL DE 5<sup>TO</sup> AÑO EDUCACIÓN MEDIA, DIVERSIFICADA Y  
PROFESIONAL**

Asesor:  
Msc. Pedro Tirado

Realizado por:  
Díaz Veliz, Eglee  
C.I.: 18.212.983

Cumaná, marzo de 2012

**1.2 OBJETIVO GENERAL**

- Proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza del tema de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.

### **OBJETIVOS ESPECIFICOS**

- Identificar las estrategias metodológicas tradicionales utilizadas por los (las) docentes de matemática a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional para desarrollar los contenidos de Límite.
- Mostrar a través de la implementación de un taller a los (las) docentes del área de matemáticas de los liceos públicos y privados de Cumaná la aplicabilidad y practicidad del método G – A, como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.
- Analizar las opiniones y recomendaciones de los (las) docentes que asistan al taller en relación a la aplicabilidad y practicidad del método G – A como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los contenidos de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.
- Plantear el método G-A como estrategia metodológica válida para la enseñanza de los temas de Límite, sustentado en las opiniones y recomendaciones de los (as) docentes que asistan al taller.

## OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Al respecto Arias (2006), señala la palabra operacionalización: “para designar al proceso mediante el cual se transforma la variable de conceptos abstractos a términos concretos, observables y medibles, es decir, dimensiones e indicadores”. (p. 36).

La operacionalización de la variable de este trabajo, se representa en el siguiente cuadro:

- **OBJETIVO GENERAL:** Proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza del tema de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional.

Variable	Dimensiones	Indicadores
<b>Estrategias Metodológicas</b>	<b>Planificación</b>	<input type="checkbox"/> Indaga <input type="checkbox"/> Selecciona contenidos <input type="checkbox"/> Actualización de conocimientos <input type="checkbox"/> Implementa <input type="checkbox"/> Interés
	<b>Métodos</b>	<input type="checkbox"/> Experimentador <input type="checkbox"/> Formación académica <input type="checkbox"/> Media <input type="checkbox"/> Facilita <input type="checkbox"/> Promueve

Variable	Dimensiones	Indicadores
<b>Estrategias de Aprendizaje:</b>	<b>Recursos</b>	<input type="checkbox"/> Evalúa los aprendizajes. <input type="checkbox"/> Refuerza conocimientos.
	Enseñanza	<input type="checkbox"/> Interés en el estudio <input type="checkbox"/> Dificultades en el aprendizaje <input type="checkbox"/> Disposición al logro
	Motivación	<input type="checkbox"/> Dificultades en el aprendizaje <input type="checkbox"/> Disposición al logro <input type="checkbox"/> Interés en el estudio

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE SUCRE  
ESCUELA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

**CUESTIONARIO**

Estimado docente:

El presente cuestionario está referido al trabajo de investigación titulado: **Propuesta del método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza del tema de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional**, cuyo propósito es proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza del tema de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional. En tal sentido solicito todo el apoyo que pueda brindar para realizar dicha investigación. Se le recuerda, que toda información que pueda ofrecer será confidencial, por lo tanto no tiene por qué identificarse.

Agradezco su valiosa colaboración,

Asesor:  
Mcs. Pedro Tirado

Bachiller:  
Díaz Veliz Eglee

C.I.:18.212.

983

Cumaná, junio de 2012

UNIVERSIDAD DE ORIENTE  
NÚCLEO DE SUCRE  
ESCUELA DE HUMANIDADES Y EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA E INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

**INSTRUMENTO PARA PROPONER EL MÉTODO GEOMÉTRICO –  
ANALÍTICO COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA VÁLIDA PARA  
LA ENSEÑANZA DEL TEMA DE LÍMITE A NIVEL DE 5<sup>TO</sup> AÑO DE  
EDUCACIÓN MEDIA, DIVERSIFICADA Y PROFESIONAL.**

**Objetivo:**

Con la ayuda de este instrumento el investigador observará y analizará las estrategias de enseñanza y aprendizaje empleadas por los docentes de matemáticas al momento de exponer los contenidos de límite a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y Profesional en el aula de clase y su disposición para conocer y aplicar nuevos métodos de enseñanza (en particular el método Geométrico- Analítico).

Encuesta a validar como instrumento de medición, durante los talleres a realizar a los (as) docentes de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y profesional preguntas a realizar:

Distinguido Profesor(a), el siguiente cuestionario contiene preguntas relacionadas con el método Geométrico – Analítico, para la enseñanza de los

temas de Límite de la asignatura matemática, a nivel de 5<sup>to</sup> año de Educación Media, Diversificada y profesional. En este sentido agradezco su cooperación al suministrar la información en sus respuestas a modo de su experiencia para con la asignatura indicada.

En este orden de ideas, se proporcionan las siguientes orientaciones sobre el cuestionario:

1- Lea la pregunta de entrada al taller, cualquier duda que pueda seguir pregunte inmediatamente.

2- Estas pregunta son cerradas, cuya respuesta afirmativa en algunos casos origina preguntas cerradas y abiertas, relacionadas sobre su experiencia como docente en el área de matemática, las estrategias metodológicas que aplica para desarrollar los contenidos y el método geométrico - Analítico.

3- Lea las preguntas al término del taller, cualquier duda que pueda surgir pregunte inmediatamente.

4- Las preguntas al final del taller están relacionadas con: a) el aprendizaje sobre el método Geométrico – Analítico que usted obtiene y/o mejora, b) su posible aplicación en los temas de Límite en la asignatura matemática, a nivel de Educación Media, Diversificada y Profesional.

5- Todas las respuestas se asumen como hallazgos de esta investigación y su carácter es de utilidad académica.

6- Es importante responder a todas las preguntas formuladas, y las que sean generadas dentro del cuestionario, de tal forma de que el acopio, análisis e interpretación de los dato sea posible y que no exista vacío de información.

Sin más que referenciar y muy agradecida en su participación:

Atentamente

Br. Eglee Díaz

## ANTES DE INICIAL EL TALLER

\_ ¿INDAGA USTED SOBRE ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS ACTUALES QUE FACILITEN EL PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS CONCEPTOS MATEMÁTICOS A DICTAR?

SI \_\_\_\_\_.  
NO \_\_\_\_\_

\_ ¿EMPLEA DIFERENTES ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA ABORDAR LOS CONTENIDOS MATEMÁTICOS?

SI \_\_\_\_\_.  
NO \_\_\_\_\_

-¿AL PLANIFICAR LAS CLASES DE MATEMÁTICAS, SE INTERESA POR TOMAR EN CUENTA LAS ESTRATEGIAS METODOLOGICAS QUE PROMUEVAN EL PENSAMIENTO CRÍTICO DIFERENTE Y FACILITEN Y PROCESO DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE?

SI \_\_\_\_\_.  
NO \_\_\_\_\_

-¿CONOCE EL MÉTODO GEOMÉTRICO ANALÍTICO, PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA?

NO \_\_\_\_\_  
SI \_\_\_\_\_ (PASE A LA PREGUNTA "B").

B- ¿SÓLO LO CONOCE O DOMINA SU TÉCNICA?

SOLO LA CONOZCO \_\_\_\_\_

DOMINO SU TÉCNICA \_\_\_\_\_ (PASE A LA PREGUNTA "C")

C- ¿LO HA APLICADO EN ALGUNA OPORTUNIDAD?

NO \_\_\_\_\_

SI \_\_\_\_\_; EXPLIQUE CUAL FUE SU EXPERIENCIA, EN CUANTO A LA EFICIENCIA Y EFICACIA DE LA CLASE, ¿TIENE RESULTADOS QUE REFERENCIAR?

---

---

---

**1- AL TÉRMINO DEL TALLER:**

-DE SU OPINIÓN, SOBRE EL MÉTODO GEOMÉTRICO ANALÍTICO QUE APRENDIÓ EN ESTE TALLER, Y SU POSIBLE APLICACIÓN COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA VÁLIDA PARA LA ENSEÑANZA DE LOS TEMAS DE LÍMITE A NIVEL DE 5<sup>TO</sup> AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA Y DIVERSIFICADA.

---

---

---

---

---

---

- EN COMPARACIÓN CON SU MÉTODO DE ENSEÑANZA TRADICIONAL, ¿PUEDE MEJORARSE LA EFICIENCIA Y LA EFICACIA, USANDO EL MÉTODO GEOMÉTRICO-ANALÍTICO?

SI, ¿POR QUÉ?:

---

---

---

---

NO, ¿POR QUÉ?:

---

---

---

-¿ESTARÍA USTED DE ACUERDO A CAMBIAR SU MÉTODO TRADICIONAL DE ENSEÑANZA APLICADA PARA LA ENSEÑANZA DE LÍMITE A NIVEL DE EDUCACIÓN MEDIA DIVERSIFICADA Y PROFESIONAL POR UNA NUEVA ESTRATEGIA METODOLÓGICA?

NO \_\_\_\_\_

SI \_\_\_\_\_ ¿POR QUÉ?

---

---

---

---

¿CREE USTED CONVENIENTE MODIFICAR LAS ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LIMITES A NIVEL DE 5<sup>TO</sup> AÑO DE EDUCACIÓN MEDIA, DIVERSIFICADA Y PROFESIONAL, EN FUNCIÓN DEL USO DEL MÉTODO GEOMÉTRICO-ANALÍTICO COMO HERRAMIENTA METODOLÓGICA DE ENSEÑANZA?

NO \_\_\_\_\_

SI \_\_\_\_\_ A) ¿POR QUÉ?

---

---

---

---

a) ¿LO APLICARÍA USTED?

---

---

---

**ANEXO VI**  
**CARTA DE VALIDACIÓN DE INSTRUMENTO**

**ANEXO V**  
**CARTA DE INVITACIÓN A LOS COLEGIOS**

Ciudadano Director (a)  
Su despacho

Ante todo reciba un cordial saludo.

La presente es para hacerle una invitación a los distintos docentes que laboran en el área de matemática dentro de la institución que usted dignamente representa para asistir a un taller, el cual tiene como finalidad proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año Educación Media, Diversificada y Profesional. Cuya participación servirá de sustento en la investigación titulada: **PROPONER EL MÉTODO GEOMÉTRICO – ANALÍTICO COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA VALIDA PARA LA ENSEÑANZA DE LÍMITE A NIVEL DE 5<sup>TO</sup> AÑO EDUCACIÓN MEDIA, DIVERSIFICADA Y PROFESIONAL**: La cual será presentada como trabajo de grado para optar al título de Licenciatura en Educación Mención Matemáticas.

Agradeciendo, de antemano, la colaboración que pueda prestar, me despido de usted.

Br. Eglee Díaz Veliz

Lugar: E. U. Fe y Alegría “San Luis”  
Hora: 8:00 am. – 12:00pm y 2:00-5:00pm  
Día: jueves 12/07/2012

**ANEXO VI**

**Sistema Educativo Bolivariano  
Subsistema de Educación Secundaria Bolivariana:  
Liceos Bolivarianos:  
Currículo  
Caracas, septiembre de 2007**

**ANEXO VII**

**DISTINTIVOS USADOS DURANTE EL TALLER PARA LOS  
PARTICIPANTES**



## **ANEXO VIII**

### **Listado de Asistencia al Taller**

## HOJAS DE METADATOS

### Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 1/6

<b>Título</b>	<b>Propuesta del Método Geométrico - Analítico. como Estrategia Metodológica Válida para la Enseñanza de Límite a Nivel De 5<sup>to</sup> Año Educación Media, Diversificada y Profesional.</b>
<b>Subtítulo</b>	

#### Autor(es)

<b>Apellidos y Nombres</b>	<b>Código CVLAC / e-mail</b>	
<b>Díaz Veliz, Eglee del Carmen</b>	<b>CVLAC</b>	<b>18.212.983</b>
	<b>e-mail</b>	<b>eglee1@hotmail.es</b>
	<b>e-mail</b>	
	<b>CVLAC</b>	
	<b>e-mail</b>	
	<b>e-mail</b>	

#### Palabras o frases claves:

Estrategias, Enseñanza, Aprendizaje, Método G-A.

## Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 2/6

Líneas y sublíneas de investigación:

Área	Subárea
Educación y Humanidades	matemática

Resumen (abstract):

### RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo general proponer el método Geométrico – Analítico como estrategia metodológica válida para la enseñanza de Límite a nivel de 5<sup>to</sup> año Educación Media, Diversificada y Profesional. El nivel de investigación fue descriptivo y su diseño de campo. Para ello se propuso la realización de un taller, el cual conto con la asistencia de 20 docentes de diferentes instituciones (públicas y privadas) de la ciudad de Cumaná especialistas en el área, los cuales representaron la muestra de la presente investigación. El instrumento utilizado para la recolección de datos fue el de la encuesta, ésta se empleó durante la realización del taller, mediante su aplicación se recopiló las opiniones y sugerencias de los(as) docentes en relación al método, las estrategias planteadas y su aplicación, así como otros aspectos necesarios. La validación del instrumento se hizo mediante juicio de expertos. El taller se realizó con la intención de indagar las estrategias metodológicas que utilizaban comúnmente los (as) docentes para desarrollar los contenidos de Límite, así como también, mostrar las bondades del método Geométrico-Analítico, en que consistía y como se puede aplicar para desarrollar los contenidos antes mencionados. El análisis de los resultados se realizó con procedimientos manuales y se analizaron en términos de valores absolutos y porcentuales, los cuales permitieron concluir que la propuesta del método para la enseñanza de los temas de límite es válida ya que contribuye a que el docente edifique el concepto a estudiar y adquiera de una manera más eficiente y eficaz un aprendizaje significativo; el método es apto para aplicar en los contenidos de Límite, asimismo se puso de manifiesto la necesidad de dar a conocer ya sea a través de talleres o material bibliográfico sobre dicho método, las cuales, podrían ser aplicadas no sólo para desarrollar los contenidos de Límite, sino también para contenidos tales como: Funciones, Continuidad, Derivadas, entre otros. Finalmente los resultados obtenidos durante la experiencia del taller permitieron complementar demostrar que el método Geométrico – Analítico es una estrategia metodológica válida para la enseñanza de los temas de Límite.

## Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 3/6

Contribuidores:

Apellidos y Nombres	ROL / Código CVLAC / e-mail										
<b>Tirado, Pedro</b>	ROL	C		A	x	T		J			
		A		S		U		U			
	CVLAC	1.848.349									
	e-mail	ptiradopat@gmail.com									
	e-mail										
<b>Gómez, Marisol</b>	ROL	C		A		T		J	x		
		A		S		U		U			
	CVLAC	8.638.788									
	e-mail	marisolgomezd@gmail.com									
	e-mail										
<b>Alecha, Juan</b>	ROL	C		A		T		J	x		
		A		S		U		U			
	CVLAC	1.848.349									
	e-mail	jcalecha@gmail.com									
	e-mail										

Fecha de discusión y aprobación:

**Año    Mes    Día**

Colocar fecha de discusión y aprobación:

<b>2013</b>	<b>05</b>	<b>03</b>
-------------	-----------	-----------

Lenguaje: **SPA**

## Hoja de Metadatos para Tesis y Trabajos de Ascenso – 4/6

Archivo(s):

<b>Nombre de archivo</b>	<b>Tipo MIME</b>
<b>Tesis-DíazE.doc</b>	<b>Aplication/word</b>

Alcance:

Espacial: \_\_\_\_\_ local \_\_\_\_\_ (Opcional)

**Temporal: \_\_\_\_\_ temporal**

**Título o Grado asociado con el trabajo:**

Licenciado(a) en Educación Mención Matemática

Nivel Asociado con el Trabajo:

Licenciado(a)

**Área de Estudio:**

En Educación Mención Matemática

**Institución(es) que garantiza(n) el Título o grado:**

Universidad de Oriente

