UNIVESIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIRÍA CIVIL

“APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN MÓDULO DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE-NÚCLEO ANZOÁTEGUI.”

Realizado por:

Yennifer de la Coromoto Pulgar Chacòn.
Emilia Antonia Pérez Saume.

Monografía de Grado presentado ante La Universidad de Oriente como Requisito Parcial para optar al Título de:

INGENIERO CIVIL

Barcelona, Junio del 2008

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN MÓDULO DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE-NÚCLEO ANZOÁTEGUI."

Realizado por:

Yennifer de la C. Pulgar Chacòn. **Emilia A. Pérez Saume.**

Revisado y Aprobado por:

Ing. Miguel Molano
Asesor Academico

Barcelona, Junio de 2008.

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN MODULO DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE-NÚCLEO ANZOÁTEGUI."

JURADO CALIFICADOR:

Ing. Luisa Torres	**Ing. Edmundo Ruiz**
Jurado Principal	Jurado Principal

Ing. Miguel Molano
Jurado Principal.

Barcelona, Junio de 2008.

RESOLUCIÓN

De acuerdo al Artículo 57 del Reglamento de Trabajo de Grado:

“Para la aprobación definitiva de los cursos especiales de grado como modalidad de trabajo de grado, será requisito parcial la entrega a un jurado calificador, de una monografía en la cual se profundice en uno o mas temas relacionados con el área de concentración

DEDICATORIA

A Dios, por guiarme siempre y acompañarme cada día de mi vid, protegiéndome y bendiciéndome.

A mis Padres**,** por estar allí siempre y apoyarme en cada paso.

Yennifer Pulgar

DEDICATORIA

A DIOS TODO PODEROSO, por ser mi luz, mi guía y mi fortaleza ante mis virtudes y desaciertos.

A mis Padres Gricer Emilia y Jesús Pérez, a los que les debo mi existir, mis principios y mi educación.

A mi hermana Anyelid**,** por ser un ejemplo a la dedicación, a la constancia y el trabajo.

De todo corazón, GRACIAS.

Emilia Pérez

AGRADECIMIENTO

A mis Padres, por apoyarme siempre y el cariño incondicional.

A mis Familia y Amigos, por estar siempre pendiente, que de manera indirecta contribuyeron al cumplimiento de esta meta.

A Emilia, por su amistad, apoyo y cariño ofrecido.

A Stefano, por ese cariño tan especial. Por su apoyo y ayuda incondicional en todo. Por estar a mi lado en todo momento.

A mis amigos (Paul, Fabio, Pedro, Raúl, Luis, Josbel, Ramón, Meyti, Gabriel, Igmer, Migdelys), por hacer el camino mucho más divertido y sencillo. Por ese querer y amistad sincera.

A la Familia Medina España, por su apoyo y cariño incondicional.

Yennifer Pulgar

AGRADECIMIENTO

A dios todo poderoso, por iluminar y guiar cada uno de mis pasos.

A mi Tutor, Ing. Miguel Molano por la colaboración brindada en el desarrollo de este trabajo de grado.

A mis amigas y compañeras de estudio incasables Yennifer y Migdelis por brindarme su apoyo y ayuda en todo momento, por su compromiso, dedicación, paciencia y sobre todo por sus grandes valores humanos. MUCHAS GRACIAS AMIGAS…

A mis compañeros de estudio: Stefano, Luis Eduardo, Pedro, Paul, Josbel, Ramón Y Gabriel por su compañía y colaboración. A Todos ellos que creyeron en mí y que también me dieron su aliento, GRACIAS.

Emilia Pérez

ÍNDICE

RESUMEN

Las estructuras están sujetas a movimientos producidos por la acción de fuerzas externas, entre las cuales cabe destacar las ondas sísmicas. La base de los edificios tiende a seguir el movimiento de estas ondas mientras que por inercia, la masa del edificio se opone a ser desplazada dinámicamente.

Dado que los sistemas formados por las estructuras son muy complejos se hace necesario el uso de grandes simplificaciones para analizar el comportamiento estructural de las mismas. Una aproximación a la respuesta sísmica de una estructura, seria un sistema simple de un grado de libertad el cual esta constituido por una masa concentrada y un elemento con cierta rigidez lateral y amortiguamiento, sin embargo las estructuras reales son más complejas y su repuestas es más difícil de estimar.

Con la información obtenida de varios libros y páginas web se pudo obtener las ecuaciones de movimiento para este tipo de estructura además de un método que facilita el estudio de estructuras reales. Este método es el de Superposición Modal, el cual se aplica al análisis de estructuras lineales simplificándolo en gran parte, reduciendo los grados de libertad que posee la estructura compleja de varios niveles, la cual puede estar sometida a una fuerza inducida. Para la aplicación de este método se hace necesario el estudio de la matriz de rigidez, masa y amortiguamiento, del mismo modo combina métodos para una respuesta más aproximada. Algunos de los métodos que combina son los siguientes: CQC *Combinación Cuadrática Completa* (Wilson, Der Kiureghian, y Bayo 1981), SRSS *La Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados*, ABS *Suma Absoluta*.

Otra de las condiciones que debe cumplir este método de superposición es la ortogonalidad, la cual esta relacionada con los autovalores, autovectores, matriz de masa y rigidez de manera separada, resultando la matriz identidad.

INTRODUCCIÓN

Las estructuras generalmente son representadas como sistemas con muchos grados de libertad, llegando en la mayoría de los casos a poseer infinitos grados de libertad.

Para el estudio de estos sistemas estructurales existen métodos que facilitan el análisis de dichas estructuras.

Uno de los métodos que simplifica este análisis estructural es el método de superposición modal. Este método se basa en convertir un sistema de *n* grados de libertad en *n* sistemas de un grado de libertad y sumar la contribución de cada sistema mediante el método *La Raíz Cuadrada de la suma de los Cuadrados* de la contribución de cada modo.

Para la aplicación del método de superposición modal se hace necesaria la construcción de las matrices, como son la matriz de masa la cual queda de forma diagonal y la matriz de rigidez.

Este método será utilizado para el análisis de un modulo del edificio del departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Oriente Núcleo Anzoátegui el cual consta de cuatro pórticos en el sentido “*x*” y dos pórticos en el sentido “*y*” de tres niveles. A esta estructura se le calculara la respuesta máxima cuando es sometido a una fuerza aplicada en la base del edificio de 0,30g.

Al calcular la respuesta se verificara que el método cumpla con la condición de ortogonalidad la cual dice que la multiplicación de la traspuesta de la matriz de los autovalores con la matriz de masa y la matriz de autovalores debe dar como resultado la matriz identidad.

CAPITULO I

1.1 Planteamiento del Problema

El estudio del movimiento es muy importante realizarlo ya que son muchos los fenómenos que se relacionan con él, ya sean fenómenos producidos por el comportamiento de la naturaleza o fenómenos producidos por el hombre.

Los experimentos de Galileo Galilei condujeron a Isaac Newton a formular sus leyes fundamentales del movimiento, las cuales presento en su obra principal "*Principios Matemáticos del la Filosofía Natural*" en 1687. La segunda Ley de Newton establece que la fuerza neta aplicada sobre un cuerpo es proporcional a la aceleración que adquiere dicho cuerpo, esta ley fue aplicada para predecir el desplazamiento o velocidad de la masa en un tiempo dado, considerando el sistema como un oscilador simple. Para llevar este sistema a un estado de equilibrio se aprovecho el principio de D'Alembert enunciado por Jean D'Alembert en su obra maestra *"Tratado de Dinámica"* de 1973 que declara que un sistema puede ser puesto en estado de equilibrio dinámico añadiendo a las fuerzas externas una fuerza ficticia que comúnmente se conoce como fuerza de inercia.

Las estructuras simples son idealizados como concentrado de masa *m* soportada por un estructura de menor masa con rigidez *k* en la dirección lateral, considerando que poseen un grado de libertad; en las estructuras aporticadas un numero finito de grados de libertad.

Al momento de analizar las estructuras aporticadas sometidas a una fuerza inducida se requiere de un estudio complejo debido a que cada nivel que conforma las estructuras posee componentes de masa, rigidez y amortiguamiento. Por lo que se hace necesaria la aplicación de métodos, los cuales permiten trabajar cada nivel de la estructura como un sistema con un grado de libertad, es decir, convirtiendo un sistema de *n* grados de libertad en *n* sistemas de un grado de libertad.

El método que se presentara será el método de superposición modal el cual, según Mario Paz y William Leigh en su libro Strutural Dynamics Theory and Computation, se encarga de transformar las coordenadas geométricas a coordenadas modales o normales. Es el método más común y efectivo para el análisis sísmico de sistema de estructuras lineales, en el cual se evaluara un conjunto de vectores ortogonales y así reducir un gran conjunto de ecuaciones de movimiento a un pequeño numero de ecuaciones desacopladas de segundo orden, reduciendo de esta manera el tiempo de cómputos.

La superposición modal se combina con el Método SRSS " *La Raiz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados de las Contribuciones Modales*", para poder tener una estimación razonable de la máxima respuesta espectral de los valores obtenidos con el método de superposición modal.

El análisis de las estructuras mediante el método de superposición modal será aplicado en el estudio de un pórtico del Departamento de Ingeniería Civil ubicado en la Universidad de Oriente. Este pórtico consta de ocho columnas y tres niveles; esta ubicado en el Estado Anzoátegui, Municipio Simón Bolívar encontrándose en una zona sísmica 5, según Normas COVENIN 1756-98. La estructura será modelada como un sistema de masas concentradas en cada nivel teniendo cada uno de ellos un grado de libertad correspondiente al desplazamiento lateral de la dirección considerada.

Todas las estructuras están sometidas a fuerzas externas o fuerzas de excitación. En el análisis del método de superposición modal se considerara que la estructura esta sometida a una fuerza en la base del edificio. Esta fuerza tiene como origen un movimiento del terreno, es decir, un movimiento producido por un sismo o terremoto. La fuerza aplicada en la base de la estructura será igual al coeficiente de aceleración horizontal 0.30g tomada según Normas COVENIN 1756-98, para una zona con peligro sísmico elevado.

1.2 Objetivos

1.2.1 General:

Aplicar el Método de Superposición Modal al análisis estructural de un modulo del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Oriente, Núcleo Anzoátegui.

1.2.2 Específicos:

1. Describir el método de superposición modal.

2. Comentar método SRSS “Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados”

3. Calcular la respuesta de modulo del Departamento de Ingeniería Civil cuando es sometido a una fuerza externa en la base.

CAPITULO II

2.1 Matriz De Rigidez

2.1.1 Definición.

Esta matriz relaciona los desplazamientos de los nodos de la estructura con la fuerza exterior que es necesario aplicar para lograr estos desplazamientos.

2.1.2 Construcción de la Matriz de Rigidez

La matriz de rigidez dependerá de sus condiciones de enlace (articulación, nodo rígido), la forma de la barra (recta, curvada,…), las constantes elásticas del material de la barra (módulo de elasticidad longitudinal y modulo de elasticidad transversal), número de grado de libertad por nodo que depende si se trata de problemas bidimensionales (planos) o tridimensionales.

La matriz de rigidez relaciona las fuerzas nodales equivalentes y desplazamientos sobre los nudos de la estructura, mediante la siguiente ecuación:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \cdots & k_{nn} \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

2.2 Matriz De Masa

2.2.1 Matriz de Masa Diagonal

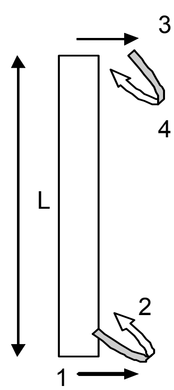
Se ensambla cuando hay una única masa asignada a cada grado de libertad.

La masa a introducir en la matriz M es de tipo inercial por lo que se introduce la masa en kgf dividida por la aceleración de la gravedad en cm/seg^2, expresándose de la siguiente manera:

$$[M]=\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \qquad (2.2)$$

2.2.2 Matriz de Masa Consistente.

Para este caso se conforma la matriz de masa global del sistema, a partir de la definición de la masa de una viga de tres grados de libertad por nodo (Fiq 2.1)



$$m = \frac{\rho A L}{420}\begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ & 4L^2 & 13L & -3\ L^2 \\ & & 156 & 4L^2 \end{bmatrix}$$

Fig. 2.1 Elemento de Viga y su Matriz de masa

En caso de una estructura de n pisos la matriz global del sistema es ensamblada a partir de la contribución de cada piso.

2.3 Autovectores Y Autovalores

2.3.1 Definición

Sea M una matriz de nxn. Se dice que un número (w) es un valor propio de M si existe un vector solución (a), no cero, del sistema lineal.

$$Ma = wa \tag{2.3}$$

El vector solución (a) es un vector propio que corresponde al valor propio (w).

El término híbrido *eigenvalor* se usa como traducción de la palabra alemana *keigenwert* que significa valor propio. A los valores propios y vectores propios se les llama también valores característicos y vectores característicos respectivamente.

2.3.2 Análisis.

Este tipo de análisis genera una información muy útil acerca de una estructura, incluso aunque no sea descrita la respuesta a cualquier excitación. Las matrices de masa y rigidez utilizadas en el análisis han de ser matrices reales y simétricas. Se asume que todas las partes del sistema vibran sinusoidalmente con la misma frecuencia y en la misma fase.

El análisis de vectores propios determina las formas y las frecuencias de vibración libre no amortiguada del sistema, resolviendo el sistema de análisis de sistema de valores propios:

$$\left[[k] - w^2[m]\{a\}\right] = \{0 \qquad (2.4)$$

Donde:

K = Matriz de Rigidez.

M = Matriz de Masa Diagonal.

w^2 = Matriz de Valores Propios Diagonal.

a = Matriz de vectores Propios.

Esta ecuación tiene una solución trivial {a} = 0, las soluciones que interesan son las no triviales, estas soluciones existirán solo en el caso que la matriz $[[k]-w^2[m]]$ sea singular. Esto puede ocurrir solamente en un conjunto de autovalores o un conjunto de frecuencias discretas.

Cada par valor propio-vector propio es llamado un modo natural de vibración de la estructura. Son nombrados desde 1 hasta n según la cantidad requerida por el usuario.

El valor propio es el cuadrado de la frecuencia angular de dicho modo.

$$f = w / 2\pi \qquad (2.5)$$

Donde:

f = Frecuencia Cíclica.

w = Frecuencia Angular.

2.4 Ortogonalidad

La ortogonalidad constituye la base de uno de los métodos más atractivos para solucionar problemas dinámicos de sistemas de múltiples grados de libertad. Se comenzara por reformular la ecuación de autovalores y autovectores:

$$[k]\{a\} = w^2[m]\{a\} \tag{2.6}$$

Para sistema de dos grados de libertad se obtiene:

$$\begin{aligned} (k_1 + k_2)a_1 - k_2 * a_2 &= m_1 * w_1^2 * \\ -k_2 * a_1 + k_2 * a_2 &= m_2 * w_2^2 * a_2 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Las formas modales pueden ser consideradas como las deflexiones estáticas resultantes de las fuerzas en el lado derecho de la ecuación 2.7 para cualquiera de los dos modos. Esta interpretación, como un problema estático, nos permite el uso de los resultados de la teoría estática general de estructuras lineales. En particular, se puede usar el teorema de Betti, el cual dice: "Para una estructura actuando bajo un sistema de carga y sus correspondientes desplazamientos, el trabajo realizado por el primer sistema de carga moviéndose a través de los desplazamientos del segundo sistema es igual al trabajo realizado por el segundo sistema de cargas sufriendo los desplazamientos producidos por el primer sistema de cargas".

Los dos sistemas de carga y su desplazamiento correspondiente se consideran a continuación:

Sistema I: Fuerzas: $w_1^2 * a_{11} * m_1$, $w_1^2 * a_{21} * m_2$,

Desplazamientos: a_{11}, a_{21}

Sistema II: Fuerzas: $w_2^2 * a_{12} * m_1$, $w_2^2 * a_{22} * m_2$

Desplazamientos: a_{12}, a_{22}

La aplicación del teorema de Betti para estos dos sistemas es:

$$(w_1^2 - w_2^2) * (m_1 * a_{11} * a_{12} + m_2 * a_{21} * a_{22}) = 0 \qquad (2.8)$$

Si las frecuencias naturales son diferentes ($w_1 \neq w_2$), de la ecuación 2.8 se obtiene:

$$(m_1 * a_{11} * a_{12} + m_2 * a_{21} * a_{22}) = 0 \qquad (2.9)$$

A la cual se le llama relación de ortogonalidad entre formas modales de sistemas de dos grados de libertad. Para un sistema de "n" grados de libertad en el cual la matriz de masa es diagonal la condición de ortogonalidad entre cualquiera de los modos i y j se puede expresar como:

$$\sum m_k * a_{ki} * a_{kj} = 0 \qquad \text{para } i \neq j \qquad (2.10)$$

En general para cualquier sistema de "n" grados de libertad:

$$\{\phi\}^T [M] \{\phi\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{para } i \neq j \qquad (2.11)$$

Donde:

{$Ø_i$} y {$Ø_j$} son matrices de vectores modales.

[M] es la matriz de masa del sistema.

2.5 Factores De Participación

Se utilizan como criterio para analizar la importancia relativa de los modos de vibración en la superposición final.

El factor de participación, para sistemas de varios grados de libertad esta definida en forma matricial por:

$$[P] = \frac{[\Phi]^T \cdot [M] \cdot \{1\}}{[\Phi]^T \cdot [M] \cdot [\Phi]} \tag{2.12}$$

Donde

[*P*]= vector de coeficientes de participación para todos los modos considerados.

{1}= vector unitario.

El cálculo de los factores de participación sin considerar la forma matricial viene dado por la siguiente expresión:

$$\Gamma n = -\frac{m1\,a_{1n} + m2\,a_{2n} + m3\,a_{3n}}{m1\,a_{1n}^2 + m2\,a_{2n}^2 + m3\,a_{3n}^2} \tag{2.13}$$

Para un sistema en específico, los factores de participación tienen las propiedades de:

$$\Sigma P_n \cdot \phi_{1n} = 1 \tag{2.14}$$

Para facilitar el procedimiento del análisis modal se puede utilizar métodos numéricos. Para un modo de vibración dado el factor de participación está definido por:

$$P = \frac{\Sigma M_i \cdot \phi_i}{M} \tag{2.15}$$

Donde

M_i = masa correspondiente al nivel *i*.

ϕ_i = componente de la forma modal para el nudo *i* para un modo dado.

M = masa modal = $\Sigma M_i \cdot \phi_i^2$

Cuya sumatoria se extiende sobre todos los nudos de la estructura.

2.6 Ecuación De Movimiento

Una estructura de varios niveles mostrada en la Figura 2.2, se puede idealizar como un pórtico de varios niveles con diafragma de cuerpo rígido asumiendo que la masa está concentrada en cada nivel, las columnas se suponen axialmente inextensibles pero lateralmente flexibles. La respuesta dinámica del sistema está representada por el desplazamiento lateral de las masas con el número de grados de libertad dinámica o *n* modos de vibración que son iguales al número de masas. La vibración resultante del sistema esta dada por la superposición de las vibraciones de cada masa. Cada modo individual de vibración tiene su propio periodo y puede ser representado por un sistema simple del mismo periodo.

La Figura 2.2 muestra tres modos de un sistema aporticado de tres niveles. El modo de vibración con periodo mayor (frecuencia baja) es llamado modo fundamental de vibración; modos con periodos cortos son llamados modos armónicos (frecuencias altas).

Para ilustrar el análisis correspondiente a varios grados de libertad considerar un edificio de tres pisos. Cada masa de piso representa un grado de libertad con una ecuación de equilibrio dinámico para cada una:

$$\begin{aligned} f_{Ia} + \quad f_{Da} + \quad f_{Sa} &= p_{a(t)} \\ f_{Ib} + \quad f_{Db} + \quad f_{Sb} &= p_{b(t)} \\ f_{Ic} + \quad f_{Dc} + \quad f_{Sc} &= p_{c(t)} \end{aligned} \tag{2.16}$$

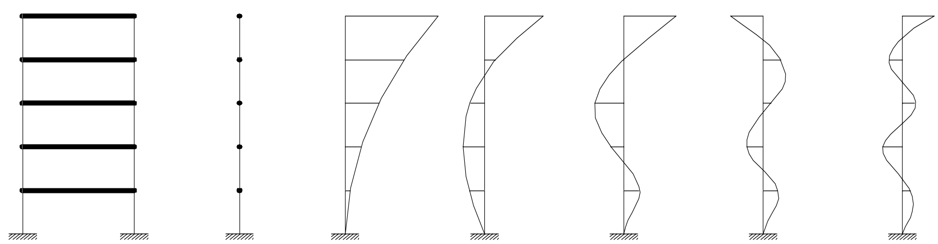


Fig. 2.2 Estructura de Varios Niveles [8]

Las fuerzas de inercia en la ecuación 2.16 son simplemente:

$$\begin{aligned} f_{Ia} &= m_a * \ddot{u}_a \\ f_{Ib} &= m_b * \ddot{u}_b \\ f_{Ic} &= m_c * \ddot{u}_c \end{aligned} \tag{2.17}$$

En forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} f_{Ia} \\ f_{Ib} \\ f_{Ic} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m_a & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 \\ 0 & 0 & m_c \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \ddot{u}_a \\ \ddot{u}_b \\ \ddot{u}_c \end{Bmatrix} \tag{2.18}$$

O más generalmente:

$$\{F_I\} = [M] * \{\ddot{U}\} \tag{2.19}$$

Donde $\{F_I\}$ es el vector de fuerzas de inercia, $[M]$ es la matriz de masa y $\{\ddot{U}\}$ es el vector de aceleraciones. Debe notarse que la matriz de masa es diagonal para un sistema de sumas agrupadas, sin considerar acoplamiento entre las masas. En sistemas de coordenadas de forma más generalizada, usualmente hay acoplamiento entre las coordenadas lo que complica la solución. Esta es una razón primordial para usar el método de masas concentradas.

Las fuerzas de la ecuación 2.16 dependen de los desplazamientos y usando coeficientes de influencia de rigidez pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} f_{Sa} &= k_{aa} \cdot u_a + k_{ab} \cdot u_b + k_{ac} \cdot u_c \\ f_{Sb} &= k_{ba} \cdot u_a + k_{bb} \cdot u_b + k_{bc} \cdot u_c \\ f_{Sc} &= k_{ca} \cdot u_a + k_{cb} \cdot u_b + k_{cc} \cdot u_c \end{aligned} \tag{2.20}$$

En forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} f_{Sa} \\ f_{Sb} \\ f_{Sc} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{aa} & k_{ab} & k_{ac} \\ k_{ba} & k_{bb} & k_{bc} \\ k_{ca} & k_{cb} & k_{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{Bmatrix} \tag{2.21}$$

O más generalmente:

$$\{F_s\} = [K] * \{U\} \tag{2.22}$$

Donde:

$\{F_s\}$ es el vector de fuerzas elásticas.

$[K]$ es la matriz de rigidez.

$\{U\}$ es el vector de desplazamientos.

Por analogía, las fuerzas de amortiguamiento en la ecuación 2.16 pueden expresarse como:

$$\{F_D\} = [C] * \{\dot{U}\} \tag{2.23}$$

Donde $\{F_D\}$ es el vector de fuerzas de amortiguamiento, $[C]$ es la matriz de amortiguamiento y $\{\dot{U}\}$ es el vector de velocidades. En general no es práctico determinar c y el amortiguamiento es expresado en términos del coeficiente de amortiguamiento (ξ).

Aplicando las ecuaciones 2.19, 2.22 y 2.23 las ecuaciones de equilibrio dinámico (2.14) pueden escribirse generalmente como:

$$\{F_I\}+\{F_D\}+\{F_S\}=\{p_{(t)}\} \tag{2.24}$$

Lo cual es equivalente a:

$$\{M\}\{\ddot{U}\} + \{C\}\{\dot{U}\} + \{K\}\{U\} = \{p_{(t)}\} \tag{2.25}$$

2.7 Método De Superposición Modal

Cuando se efectúa un análisis dinámico, las acciones sobre la estructura son función del tiempo, lo que hace movilizar unas fuerzas de inercia unidas a las masas y a la aceleración, interviniendo también los fenómenos de amortiguamiento unidos a la velocidad de las masas involucradas en el movimiento.

Un método aplicado al análisis de la estructura es el de superposición modal. En este método hay que calcular los modos de vibración lo que equivale a resolver el problema característico o eigenproblema.

Se calculan los autovalores w^2 que define las frecuencias y periodos naturales de la estructura y forma modal correspondiente a cada autovalor, representada por el autovector {a} de las amplitudes de la deformada de cada modo de vibración (figura 2.2). Hay tantos modos de vibración como grados de libertad de la estructura considera y para cada uno de los autovalores hay un autovector En general no es necesario calcular todo los modos de vibración, es suficiente con suponer solo modos de frecuencia más baja. Las amplitudes de vibración se normalizan.

Para estimar la respuesta total en función de los valores modales máximos utiliza la formulación conocida como SRSS *“Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados”*.

2.8 Repuesta de un Edificio con Movimiento en La Base Aplicando el Método de Superposición Modal.

La respuesta cuando a la estructura se le aplica una fuerza en la base es obtenida en términos de desplazamiento. Para el caso de un edificio de dos pisos mostrado en la figura 2.4 que es modelada como se muestra en la figura 2.5 las ecuaciones obtenidas cuando se igualan a cero las fuerzas en el diagrama de cuerpo libre de la figura 2.6 son las siguientes:

$$m_1 * \ddot{U}_1 + k_1 * (u_1 - u_s) - k_2 * (u_2 - u_1) = 0$$

(2.26)

$$m_2 * \ddot{u}_2 + k_2 * (u_2 - u_1) = 0$$

Donde $u_s = u_s(t)$ es el desplazamiento impuesto en la fundación de la estructura. Expresando el desplazamiento del piso relativo al movimiento de la base tenemos:

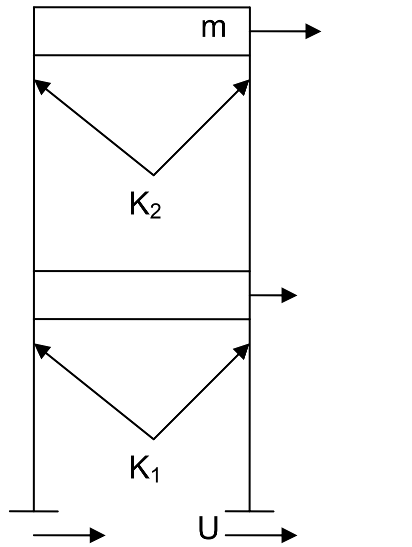


Fig. 2.3. Sistema Estructural de dos niveles [3]

$$u_{r1} = u_1 - u_s$$

(2.27)

$$u_{r2} = u_2 - u$$

De donde:

$$\ddot{U}_1 = \ddot{U}_{r1} - \ddot{U}_s$$

(2.28)

$$\ddot{U}_2 = \ddot{U}_{r2} - \ddot{U}_s$$

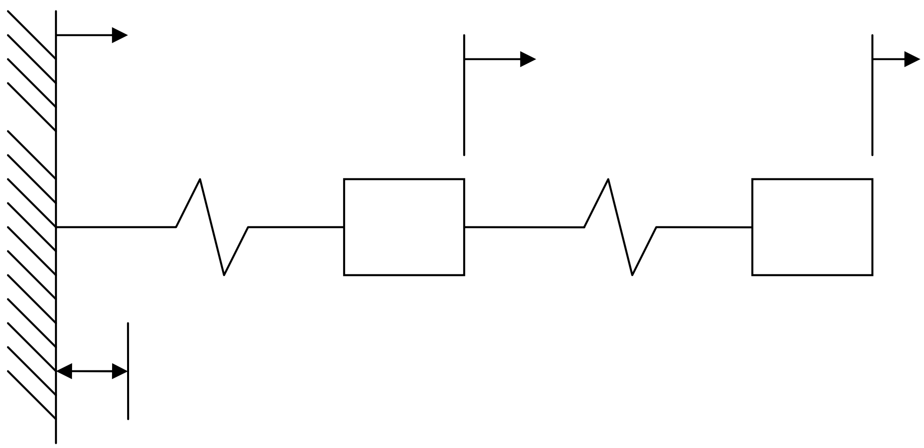


Fig. 2.4 Modelo Matemático [3]

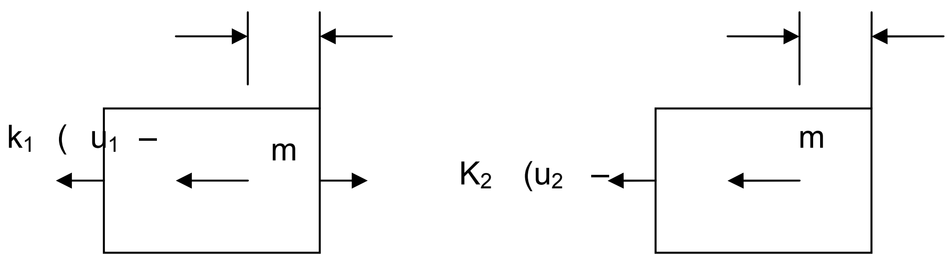


Fig. 2.5 Diagrama de Cuerpo Libre [3]

Sustituyendo las ecuaciones 2.27 y 2.28 en la ecuación 2.26 resulta lo siguiente:

$$m_1 * \ddot{U}_{r1} + (k_1 - k_s) * u_{r1} - k_2 * u_{r2} = -m_1 * \qquad (2.29)$$

$$m_2 * \ddot{U}_{r2} + k_2 * u_{r1} + k_2 * u_{r2} = -m_2 * \ddot{U}_s$$

Notamos que el lado derecho de la ecuación es proporcional a la misma función del tiempo $\ddot{U}_s(t)$. Este hecho conduce a una solución más simple comparada con la solución de la ecuación, que puede contener funciones diferentes de tiempo en cada ecuación

$$\ddot{z}_1 + w_1^2 * z_1 = p_{1(t)}$$

$$\ddot{z}_2 + w_2^2 * z_2 - p_{2(t)} \tag{2.30}$$

Para el movimiento en la base de un edificio la ecuación viene dada por:

$$\ddot{z}_1 + w_1^2 * z_1 = \frac{-m_1 a_{11} + m_2 a_{21} * \ddot{U}_{S(t)}}{m_1 a_{11}^2 + m_2 a_{21}^2}$$

$$\ddot{z}_2 + w_2^2 * z_2 = \frac{-m_1 a_{12} + m_2 a_{22} * \ddot{U}_{S(t)}}{m_1 a_{12}^2 + m_2 a_{21}^2} \tag{2.31}$$

O

$$\ddot{z}_1 + w_1^2 * z_1 = \Gamma_1 * \ddot{U}_{S(t)}$$

$$\ddot{z}_2 + w_2^2 * z_2 = \Gamma_2 * \ddot{U}_{S(t)} \tag{2.32}$$

Donde Γ_1 y Γ_2 son los llamados de factores de participación y viene dada por:

$$\Gamma_1 = \frac{- m_1 a_{11} + m_2 a_{21}}{m_1 a^2_{11} + m_2 a^2_{21}}$$

$$\Gamma_2 = \frac{- m_1 a_{12} + m_2 a_{22}}{m_1 a^2_{12} + m_2 a^2_{22}} \qquad (2.33)$$

La relación entre los desplazamientos modales y los desplazamientos relativos viene dada por la ecuación:

$$U_{r1} = a_{11} z_1 + a_{12} z_2$$

$$U_{r2} = a_{21} z_1 + a_{22} z_2 \qquad (2.34)$$

En la practica, es conveniente introducir un cambio de variable en l ecuación 2.32, de modo que los segundos miembros de esta ecuación se igualan a $\ddot{U}_s(t)$.El cambio de variable es requerido para lograr la simplificación:

$$z_1 = \Gamma_1 g_1$$

$$z_2 = \Gamma_2 g_2 \qquad (2.35)$$

Que cuando introduciendo a la ecuación 2.32 resulta:

$$\ddot{g}_1 + w_1^2 * g_1 = \ddot{U}_{s(t)}$$

(2.36)

$$\ddot{g}_2 + w_2^2 * g_2 = \ddot{U}_{s(t)}$$

Finalmente solucionando $g_1(t)$ y $g_2(t)$ en la ecuación 2.36 y sustituyendo la solución en la ecuación 2.34 la repuesta viene dada por:

$$U_{r1}(t) = \Gamma_1 a_{11} g_1(t) + \Gamma_2 a_{12} g_2(t)$$

(2.37)

$$U_{r2}(t) = \Gamma_2 a_{21} g_2(t) + \Gamma_2 a_{22} g_2(t)$$

Como la respuesta máxima modal g_{1max} y g_{2max} son obtenidos por las trazas de espectros, podemos estimar que el máximo valor u_{r1max} y u_{r2max} por la combinación de método SRSS como:

$$u_{r1max} = \sqrt{(\Gamma_1 * a_{11} * g_{1max})^2 + (\Gamma_2 * a_{12} * g_{2max})^2}$$

(2.38)

$$u_{r2max} = \sqrt{(\Gamma_2 * a_{21} * g_{2max})^2 + (\Gamma_2 * a_{22} * g_{2max})^2}$$

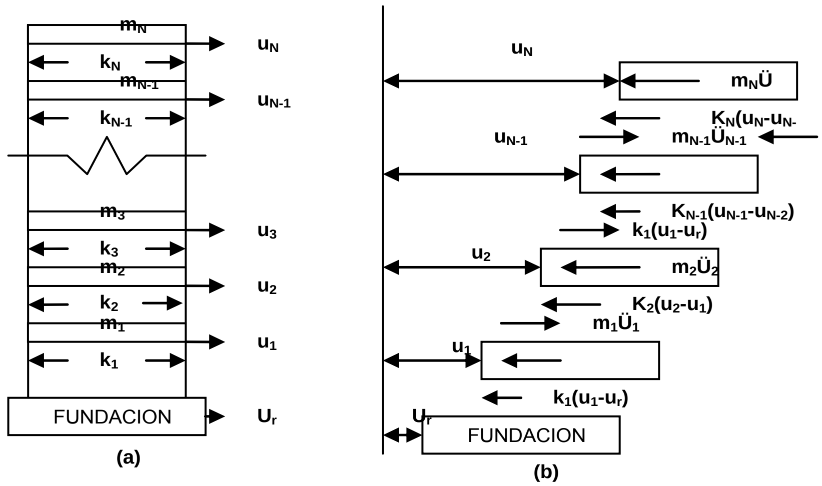


Fig 2.6 Edificio aporticado excitado en la fundación.
(a) Modelo estructural.
(b) Diagrama de cuerpo libre [3]

Las ecuaciones de movimiento para un edificio de N-pisos (Figura 2.6) sujeto a movimiento en la base son obtenidos comparando a cero las sumas de las fuerzas mostrado en el diagrama de cuerpo libre figura 2.6(b), a saber:

$$m_1 * \ddot{U}_1 + k_1 * (u_1 - u_s) - k_2 * (u_2 - u_1) = 0$$

$$m_2 * \ddot{U}_2 + k_2 * (u_2 - u_1) - k_3 * (u_3 - u_2) = 0$$

$$\ldots\ldots.. \qquad (2.39)$$

$$m_{N-1} * \ddot{U}_{N-1} + k_{N-1} * (u_{N-1} - u_{N-2}) - k_N * (u_N - u_{N-1}) = 0$$

$$m_N * \ddot{U}_N + k_N * (u_N - u_{N-1}) = 0$$

Introduciendo en la ecuación 2.39

$$u_{r1} = u_i - u_s \qquad (2.40)$$

Resultando:

$$m_1*\ddot{U}_{r1} + k_1u_{ri} - k_2*(u_{r2} - u_{r1}) = -m_1*\ddot{U}_s$$

$$m_2*\ddot{U}_{r2} + k_2u_{r2} - k_3*(u_{r3} - u_{r2}) = -m_2*\ddot{U}_s$$

$$\ldots\ldots \qquad (2.41)$$

$$m_{N-1}*\ddot{U}_{rN-1} + k_{N-1}*(u_{rN-1} - u_{rN-2}) - k_N*(u_{rN} - u_{rN-1}) = -m_{N-1}*\ddot{U}_s$$

$$m_N*\ddot{U}_{rN}+ k_N*(u_{rN} - u_{rN-1}) = -m_N*\ddot{U}_s$$

Cuando $\ddot{U}_s = \ddot{U}_s$ (t) es la función aceleración que excita la base de las estructura.

La ecuación 2.41 puede ser escrita convenientemente como notación matricial:

$$[M]\{\ddot{U}_r\}+[K]\{u_r\}=-[M]\{1\}\ \ddot{U}_s\ (t) \qquad (2.42)$$

En donde:

[M] = Matriz de Masa simétrica.

{1} = Vector con todos sus elementos iguales a uno

$\ddot{U}_s = \ddot{U}_s$ (t) Aceleración aplicada en la base del edificio.

$\{u_r\}$ y $\{\ddot{U}_r\}$ = Respectivamente vectores de desplazamiento y aceleración al movimiento de la fundación.

Como se ha demostrado, el sistema de ecuación diferencial 2.41 puede ser inacoplado por la transformación dad por la ecuación:

$$\{u_r\}=[\text{ø}]\{z\} \qquad (2.43)$$

Donde:

[ø] = Matriz modal correspondiente al eigenproblem [K]-w^2[M]{ø}={0}

La sustitución de la ecuación 2.43 en la ecuación 2.42 seguido de la pre-multiplicación por la transpuesta del ith eigenvector resulta:

$$\{\Phi\}_1^T[M][\Phi]\{\ddot{z}\} + \{\Phi\}_1^T[M][\Phi]\{z\} = -\{\Phi\}_1^T[M]\{1\}\ddot{U}_{s(} \qquad (2.44)$$

Que sobre la introducción de la propiedad de ortogonalidad en los eigenvectores normalizados resulta en la ecuación modal

:
$$\ddot{z}_1 + w_1^2 z_1 = \Gamma U_{s(t)} \text{ (i=1,2,...N)} \qquad (2.45)$$

Donde el factor de participación modal Γ_1 viene dado en general por:

$$\Gamma_i = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i \Phi_{ij}}{\sum_{i=1}^{N} m_i \Phi_{ij}^2} \qquad (2.46)$$

Y para eigenvector normalizado por:

$$\Gamma_i = \sum_{i=1}^{N} m_j \Phi_{ij} \qquad \text{(i=1,2..,N)} \qquad (2.47)$$

La máxima respuesta en términos de valores máximos de desplazamiento (u_{rimax}) o aceleración ($\ddot{U}_{rimax}$) en las coordenadas modales calculadas por el método SRSS, da respectivamente:

$$u_{r1max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\Gamma_j \Phi_{ij} S_{Dj}\right)^2} \quad (2.48)$$

$$u_{r2max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left(\Gamma_j \Phi_{ij} S_{Aj}\right)^2} \quad (2.49)$$

Donde:

s_{Dj} y s_{Aj} : Desplazamiento y aceleración espectral para el modo *j*th.

Los factores de participación Γ_j indicado en las ecuaciones 2.46 y 2.47 son los coeficientes de la función de la excitación $\ddot{U}_s$ (t) en la ecuación 2.45. Las trazas del espectro de respuesta son preparadas como la solución de la ecuación 2.45 donde $\Gamma_j = 1$. Por lo tanto, los valores espectrales de las trazas s_{Dj} y s_{Aj} debería ser multiplicado como indica las ecuaciones 2.48 y 2.49 por el factor de participación Γ_j que fue omitido en el calculo de los valores espectrales.

2.9 Método SRSS "Raiz Cuadrada De La Suma De Los Cuadrados"

Es una aproximación más racional (y no necesariamente conservativa), donde las respuestas modales se suman utilizando la raíz cuadrada de la suma de sus cuadrados de la contribución de cada modo:

$$u_{r1\max} = \sqrt{\left(\Gamma_1 * a_{11} * g_{1\max}\right)^2 + \left(\Gamma_2 * a_{12} * g_{2\max}\right)^2 + \left(\Gamma_3 * a_{13} * g_{3\max}\right)^2} \quad (2.50)$$

CAPITULO III

3.1 Caso De Aplicación

3.1.1 Calculo de la Respuesta de un Módulo del Edificio del Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Oriente Núcleo Anzoátegui.

Para la aplicación del método de superposición modal se tomará un módulo del edificio del departamento de ingeniería civil de la Universidad de Oriente Núcleo Anzoátegui.

Este modulo lo conforman cuatro pórticos en el sentido "*y*" y dos pórticos en el sentido *"x"*, tres niveles de tres metros de altura cada uno, ocho columnas.

La aceleración del movimiento del suelo será la indicada en las Normas COVENIN 1756-98, la cual establece que el Estado Anzoátegui municipio Simón Bolívar se encuentra en una zona sísmica 6 arrojando un valor de la aceleración de 0.30g.

Dimensiones de Las Columnas.

Pisos	Primer Nivel	Segundo Nivel	Tercer Nivel
Dimensiones	50x50 cm	40x50 cm	40x50 cm

Dimensiones de las Vigas

Pisos	Primer Nivel	Segundo Nivel	Tercer Nivel	Volado
Dimensiones	50x50 y 60x50	40x50 y 60x50	40x50 y 60x50	40x30

Pesos de Vigas:

Nivel 2 – 3

0.50 m x 0.60 m x 25000 kg/m^3 x 21.6 m x 2 = **32400 kg**

0.40 m x 0.50 m x 2500 kg/m^3 x 7.40 m x 4 = **14800 kg**.

0.40 m x 0.30 m x 2500 kg/m^3 x 1.65 m x 4 = **1980 kg.**

Pesos de Columnas:

Nivel 2 – 3

0.50 m x 0.40 m x 2500 kg/m^3 x 3 m x 8 = **12000 kg.**

Peso de Losa:

Nivel 2 – 3

510 kg/m^2 x 195.48 m^2 = **99694.8 Kg**.

Carga Viva:

Nivel 1 – 2

(300 kg/m^2 * 159.84 m^2) + (500 kg/m^2 * 35.64 m^2) = **<u>65772 kg.</u>**

Pesos Totales:

Nivel 1

C.M + 25 % C.V. + VIGA + COLUMNAS.
129016 kg + (0.25 * 65772 kg) + 56580 + 12000 = **<u>214039.8 kg</u>**

	Vigas (kg)	Columnas(kg)	Losas(kg)	Carga Viva(kg)	Totales (kg)
Nivel 1	56580	15000	129016,8	65775	214039,8
Nivel 2	49180	12000	129016,8	65775	195839,8
Nivel 3	49180	12000	99694,8	-	148874.8

<u>Calculo de las Masa por Nivel:</u>

$m_1 = p_1/g$ = 214039,8 kg / 980 cm/seg^2 = **<u>218,40 kg seg^2 / cm</u>**
$m_2 = p_2/g$ = 195839,8 kg / 980 cm/seg^2 = **<u>199,83 kg seg^2 / cm</u>**

$m_3 = p_3/g$ = 148874,8 kg / 980 cm/seg^2 = **151,91 kg seg^2 / cm**

Construcción de la Matriz de Masa

$$[M]=\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

$$[M]=\begin{bmatrix} 218{,}40 & 0 & 0 \\ 0 & 199{,}83 & 0 \\ 0 & 0 & 151{,}91 \end{bmatrix}$$

Construcción de la matriz de rigidez en el sentido x (pórticos a y b)

$$k_1=\frac{12EI}{h^3}$$

$$I=\frac{bh^3}{12}$$

Nivel 1

$$I = \frac{50 \text{ cm} \times (50 \text{ cm})^3}{12} = \mathbf{520833cm^4}$$

$$K_1 = \frac{12 \times 2{,}1E5 \text{ kg/cm}^3 \times 520833.3333 \text{ cm}^4 \times 8}{300^3} = \mathbf{388888kg/cm.}$$

Nivel 2 = Nivel 3

$$I = \frac{40\ cm \times (50\ cm)^3}{12} = \underline{\mathbf{416666cm^4}}$$

$$K_{2\text{-}3} = \frac{12 \times 2{,}1E5\ kg/cm^3 \times 416666{,}6667\ cm^4 \times 8}{300^3} = \underline{\mathbf{311111kg/cm.}}$$

$K_{11} = k_1 + K_2 = 388888kg/cm + 311111kg/cm =$ **<u>700000 kg/cm</u>**

$K_{21} = - k_2 =$ **<u>- 311111kg/cm</u>**

$K_{31} =$ **<u>0 kg/CM</u>**

$K_{12} = - K_2 =$ **<u>-311111kg/cm</u>**

$K_{22} = k_2 + k_3 = 311111kg/cm + 311111kg/cm =$ **<u>622222 kg/cm</u>**

$K_{32} = - k_3 =$ **<u>-311111kg/cm</u>**

K_{13} = **<u>0 kg/cm</u>**

K_{23} = - k_3 = **<u>-311111 kg/cm</u>**

K_{33} = k_3 = **<u>311111kg/cm</u>**

$$[k]=\begin{bmatrix} 700000 & -311111 & 0 \\ -311111 & 622222 & -311111 \\ 0 & -311111 & 311111 \end{bmatrix}$$

<u>Calculo de los Autovalores y Autovectores:</u>

$$[k]-w^2[m]=0$$

$$[K]=\begin{bmatrix} 700000-218{,}40\,w^2 & -311111 & 0 \\ -311111 & 622222-199{,}85\,w^2 & -311111 \\ 0 & -311111 & 311111-151{,}91\,w^2 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$3{,}76406035627E16 – 1{,}16122496341E14w^2 + 55473745999{,}3w^4 - 6630352{,}13874w^6 = 0$

W_1= **<u>19,88 rad/seg</u>**

W_2=**<u>52,45 rad/seg</u>**

W_3=**<u>72,24 rad/seg</u>**

$$w_1^2 = 395{,}24 rad/seg$$

$$w_2^2 = 2751{,}72 rad/seg$$

$$w_3^2 = 5219{,}65 rad/seg$$

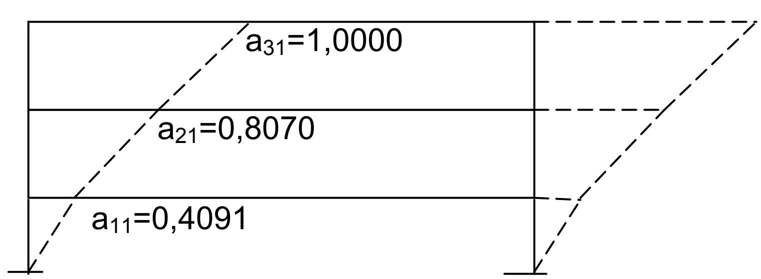
Primer Modo $w_1^2 = 395{,}24 rad/seg$

$$\begin{bmatrix} 613674 & -311111 & 0 \\ -311111 & 5432936 & -311111 \\ 0 & -311111 & 251067 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{Bmatrix} = o$$

Normalizando el tercer nodo:

$$\begin{array}{llll} 613674\,a_{11} & -311111\,a_{21} & 0 & = 0 \\ -311111\,a_{11} & 543293\,a_{22} & -311111\,a_{31} & = 0 \\ 0 & -311111\,a_{22} & 251067\,a_{31} & = 0 \end{array}$$

$$a_{11} = 0{,}4091$$
$$a_{21} = 0{,}8070$$
$$a_{31} = 1{,}0000$$



Segundo Modo $w_2^2 = 2751{,}72 rad/seg$

$$\begin{bmatrix} 699781 & -311111 & 0 \\ -311111 & 72326 & -311111 \\ 0 & -311111 & -106912 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{Bmatrix} = o$$

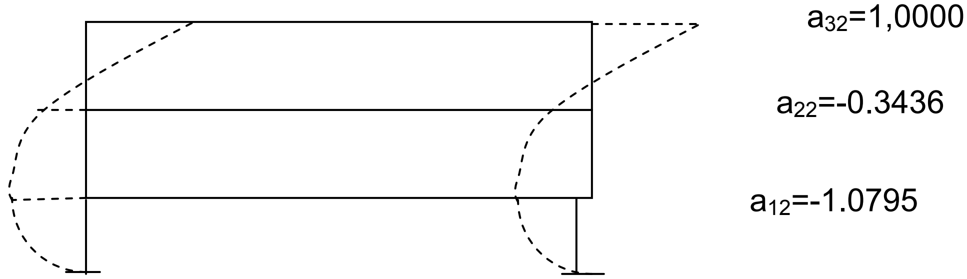
Normalizando el Tercer modo

$$\begin{array}{llll} 699781 a_{12} & -311111 a_{22} & 0 & = 0 \\ -311111 a_{12} & 72326 a_{22} & -311111 a_{32} & = 0 \\ 0 & -311111 a_{22} & -1069125 a_{32} & = 0 \end{array}$$

$a_{12} = -1{,}0795$

$a_{22} = -0{,}3436$

$a_{32} = 1{,}0000$



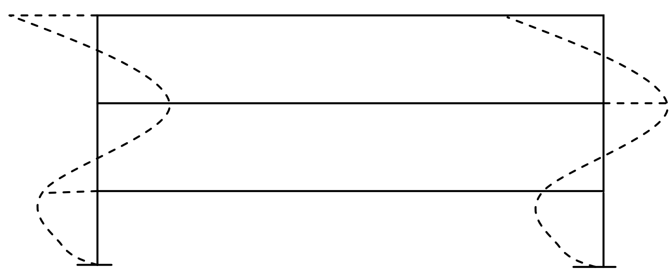
Tercer Modo $w_3^2 = 5219{,}65 rad/seg$

$$\begin{bmatrix} -440009 & -311111 & 0 \\ -311111 & -420855 & -311111 \\ 0 & -311111 & -481823 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{Bmatrix} = o$$

Normalizando el Segundo Modo

$$
\begin{array}{llll}
-440009\,a_{13} & -311111\,a_{23} & 0 & =0 \\
-311111\,a_{13} & -420855\,a_{23} & -311111\,a_{33} & =0 \\
0 & -311111\,a_{23} & -481823\,a_{33} & =0
\end{array}
$$

$$a_{13}=-0{,}7071$$
$$a_{23}=\ 1{,}000$$
$$a_{33}=-0{,}6457$$



a_{33}=-0,6457

a_{23}= 1,0000

a_{13}=-0,7071

$$\sqrt{m_1 a_{11}^2 + m_2 a_{21}^2 + m_3 a_{31}^2}$$

$$\sqrt{218{,}4070 * 0{,}4091^2 + 199{,}8365 * 0{,}8070^2 + 151{,}9131 * 1^2} = \sqrt{318.6096}$$

$$\sqrt{m_1 a_{12}^2 + m_2 a_{22}^2 + m_3 a_{32}^2}$$

$$\sqrt{218{,}4070 * -1{,}0750^2 + 199{,}8365 * -0{,}3436^2 + 151{,}9131 * 1^2} = \sqrt{430{,}0200}$$

$$\sqrt{m_1 a_{13}^2 + m_2 a_{23}^2 + m_3 a_{33}^2}$$

$$\sqrt{218{,}4070 * -0{,}7071^2 + 199{,}8365 * 1^2 + 151{,}9131 * -0{,}6457^2} = \sqrt{372{,}3748}$$

$$\phi_{11} = \frac{a_{11}}{\sqrt{318,6096}} = \frac{0,4091}{\sqrt{318,6096}} = 0,0229$$

$$\phi_{21} = \frac{a_{21}}{\sqrt{318,6096}} = \frac{0,8070}{\sqrt{318,6096}} = 0,0452$$

$$\phi_{31} = \frac{a_{31}}{\sqrt{318,6096}} = \frac{1,0000}{\sqrt{318,6096}} = 0,0560$$

$$\phi_{12} = \frac{a_{12}}{\sqrt{430,0200}} = \frac{-1,0795}{\sqrt{430,0200}} = -0,0521$$

$$\phi_{22} = \frac{a_{22}}{\sqrt{430,0200}} = \frac{-0,3436}{\sqrt{430,0200}} = -0,0166$$

$$\phi_{32} = \frac{a_{32}}{\sqrt{430,0200}} = \frac{1,0000}{\sqrt{430,0200}} = 0,0402$$

$$\phi_{13} = \frac{a_{13}}{\sqrt{372,3748}} = \frac{-0,7071}{\sqrt{372,3748}} = -0,0366$$

$$\phi_{23} = \frac{a_{23}}{\sqrt{372,3748}} = \frac{1,0000}{\sqrt{372,3748}} = 0,0518$$

$$\phi_{33} = \frac{a_{33}}{\sqrt{372,3748}} = \frac{-0,6457}{\sqrt{372,3748}} = -0,0335$$

$$\{\phi\} = \begin{bmatrix} 0,0229 & -0,0521 & -0,0366 \\ 0,0425 & -0,0166 & 0,0518 \\ 0,0560 & 0,482 & -0,0335 \end{bmatrix}$$

<u>Condición de Ortogonalidad</u>

$$\{\phi\}^T[M]\{\phi\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 0,0229 & 0,0452 & 0,0560 \\ -0,0521 & -0,0166 & 0,0482 \\ -0,0366 & 0,0518 & 0,0335 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 218,40 & 0 & 0 \\ 0 & 199,83 & 0 \\ 0 & 0 & 151,91 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0,0229 & -0,0521 & -0,0366 \\ 0,0452 & -0,0166 & 0,0518 \\ 0,0560 & 0,0482 & -0,0335 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>La aceleración actuante en la base de la estructura es:</u>

$$u = 0,30g = 0,30 * 980 \frac{cm}{seg^2} = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

<u>Calculo de los Factores de Participación</u>

$$\Gamma_1 = -\frac{m_1 a_{11} + m_2 a_{21} + m_3 a_{31}}{m_1 a_{12}^2 + m_2 a_{22}^2 + m_3 a_{32}^2}$$

$$\Gamma_1 = -\frac{218,40 * 0,4091 + 199,83 * 0,8070 + 151,91 * 1}{218,40 * 0,4091^2 + 199,83 * 0,8070^2 + 151,91 * 1^2} = -1,2634$$

$$\Gamma_2 = -\frac{m_1 a_{12} + m_2 a_{22} + m_3 a_{32}}{m_1 a_{12}^2 + m_2 a_{22}^2 + m_3 a_{32}^2}$$

$$\Gamma_2 = -\frac{218,40 * -1,07595 + 199,83 * -0,3436 + 151,91 * 1}{218,40 * -1,07595^2 + 199,83 * -0,3436^2 + 151,91 * 1^2} = 0,3543$$

$$\Gamma_3 = -\frac{m_1 a_{13} + m_2 a_{23} + m_3 a_{33}}{m_1 a_{13}^2 + m_2 a_{23}^2 + m_3 a_{33}^2}$$

$$\Gamma_3 = -\frac{218{,}40 * -0{,}7071 + 199{,}83 * 1 + 151{,}91 * -0{,}6457}{218{,}40 * -0{,}7071^2 + 199{,}83 * 1^2 + 151{,}91 * -0{,}6457^2} = 0{,}1415$$

Calculo de la Respuesta (Desplazamiento) del Sistema:

$$\ddot{g} + w_1^2 g_1 = \ddot{u}_{s(t)}$$

$$\ddot{g}_1 + 395{,}25\, g_1 = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

$$\ddot{g} + w_2^2 g_2 = \ddot{u}_{s(t)}$$

$$\ddot{g}_2 + 2751{,}72\, g_2 = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

$$\ddot{g} + w_3^2 g_3 = \ddot{u}_{s(t)}$$

$$\ddot{g}_3 + 5219{,}65\, g_3 = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

Resolviendo:

$$g_{1(t)} = \frac{\ddot{u}\, s(t)}{w_1^2}(1 - \cos w_1 t)$$

$$g_{1(t)} = \frac{294}{395{,}25}(1 - \cos 19{,}88t)$$

$$g_{2(t)} = \frac{\ddot{u}\, s(t)}{w_2^2}(1 - \cos w_2 t)$$

$$g_{2(t)} = \frac{294}{2751{,}72}(1 - \cos 52{,}45t)$$

$$g_{3(t)} = \frac{\ddot{u}s(t)}{w_3^2}(1 - \cos w_3 t)$$

$$g_{3(t)} = \frac{294}{5219,65}(1 - \cos 72,24t)$$

Respuesta en términos de movimiento relativo:

$$u_{1r(t)} = -0,3844(1 - \cos 19,88t) + 0,0407(1 - \cos 52,45t) + 0,0064(1 - \cos 72,24t)$$

$$u_{2r(t)} = -0,2833(1 - \cos 19,88t) + 0,0407(1 - \cos 52,45t) - 0,0079(1 - \cos 72,24t)$$

$$u_{3r(t)} = 0,0744(1 - \cos 19,88t) - 0,0379(1 - \cos 52,45t) + 0,0051(1 - \cos 72,24t)$$

La máxima respuesta modal es obtenida para el presente análisis cuando el coseno de la función $g_{n(t)}$ es igual a -1. En este caso la máxima respuesta modal viene dada por el siguiente valor:

$$g_{1\max} = 0,3419$$

$$g_{2\max} = 0,0491$$

$$g_{3\max} = 0,0259$$

Aplicando el método de la suma de los cuadrados ecuación (2.47) obtenemos u_{rnmax}:

$$u_{r1\max} = \sqrt{(-1,2634 * 0,4091 * 0,3419)^2 + (0,3543 * -1,0795 * 0,0491)^2 + (0,1415 * -0,7071 * 0,0259)^2}$$
$$u_{r1\max} = 0,1777cm$$

$$u_{r2\max} = \sqrt{(-1,2634 * 0,8070 * 0,3419)^2 + (0,3543 * -0,3436 * 0,0491)^2 + (0,1415 * 1 * 0,0259)^2}$$

$$u_{r2\max} = 0{,}3488cm$$

$$u_{r3\max} = \sqrt{(-1{,}2634*1*0{,}3419)^2 + (0{,}3543*1*0{,}0491)^2 + (0{,}1415*-0{,}3457*0{,}0259)^2}$$

$$u_{r3\max} = 0{,}4323cm$$

Construcción de la matriz de rigidez en el sentido y (pórticos 1,2,3,4)

$$k_1 = \frac{12EI}{h^3}$$

$$I = \frac{bh^3}{12}$$

Nivel 1

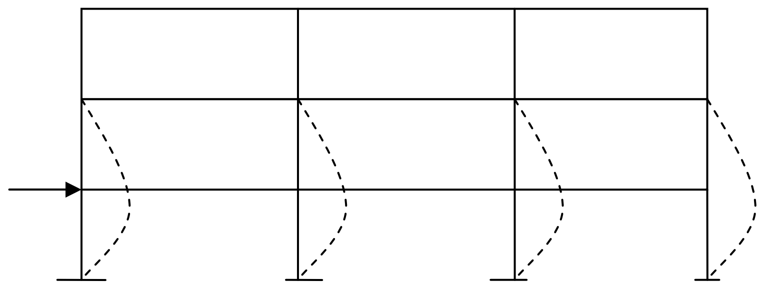
$$I = \frac{50\ cm \times (50\ cm)^3}{12} = \mathbf{520833cm^4}$$

$$K_1 = \frac{12 \times 2{,}1E5\ kg/cm^3 \times 520833cm^4 \times 8}{300^3} = \mathbf{388888kg/cm.}$$

Nivel 2 = Nivel 3

$$I = \frac{50\ cm \times (40\ cm)^3}{12} = \mathbf{266666cm^4}$$

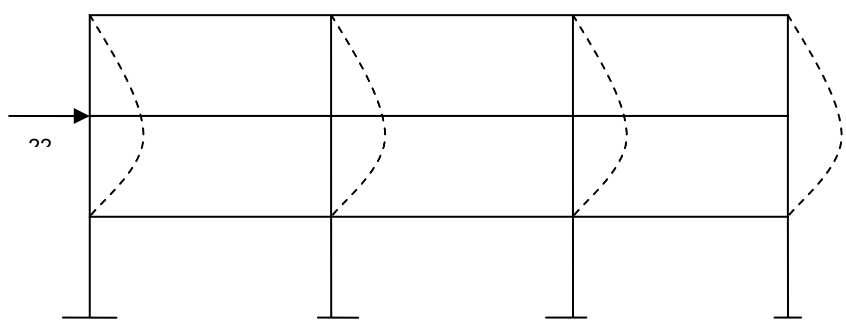
$$K_{2\text{-}3} = \frac{12 \times 2{,}1E5\ kg/cm^3 \times 266666cm^4 \times 8}{300^3} = \mathbf{199111kg/cm.}$$



$K_{11} = k_1 + K_2$ = 388888kg/cm + 199111kg/cm = **588000 kg/cm**

$K_{21} = - k_2$ = **- 199111kg/cm**

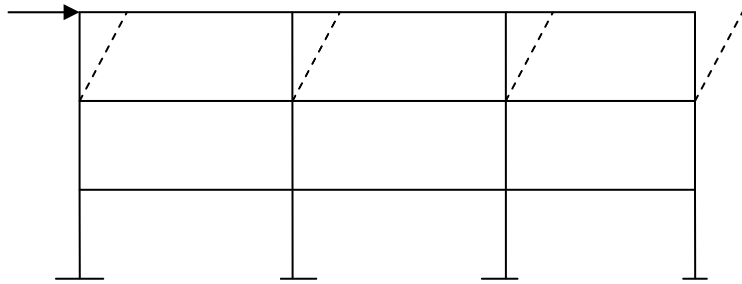
K_{31} = **0 kg/cm**



$K_{12} = - K_2$ = **-199111kg/cm**

$K_{22} = k_2 + k_3$ = 199111kg/cm + 199111kg/cm = **398222kg/cm**

$K_{32} = - k_3$ = **-311111kg/cm**



K_{13} = **0 kg/cm**

K_{23} = - k_3 = **-199111kg/cm**

K_{33} = k_3 = **199111kg/cm**

$$[k]=\begin{bmatrix} 588000 & -199111 & 0 \\ -199111 & 398222 & -199111 \\ 0 & -199111 & 199111 \end{bmatrix}$$

Calculo de los Autovalores y Autovectores

$$[k]-w^2[m]=0$$

$$[K]=\begin{bmatrix} 588000-218{,}40\,w^2 & -199111 & 0 \\ -199111 & 398222-199{,}85\,w^2 & -199111 \\ 0 & -199111 & 19111-151{,}91\,w^2 \end{bmatrix}$$

Resolviendo:

$1,54175912001E16–6,1603687735E13w^2+39753377200,2w^4-6630379,46076w^6=0$

W_1= 17,56 rad/seg

W_2= 45,85 rad/seg

W_3= 59,87 rad/seg

$$w_1^2 = 308,54 rad/seg$$

$$w_2^2 = 2102,36 rad/seg$$

$$w_3^2 = 3584,73 rad/seg$$

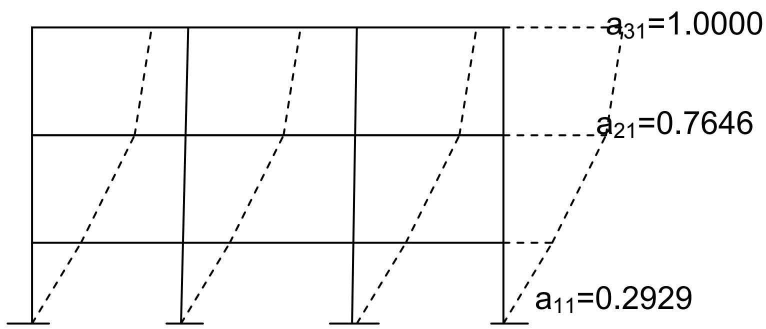
Primer Modo $w_1^2 = 308,54 rad/seg$

$$\begin{bmatrix} 520612 & -199111 & 0 \\ -199111 & 336564 & -199111 \\ 0 & -199111 & 152239 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{Bmatrix} = o$$

Normalizando el tercer nodo:

$$\begin{matrix} 520612 a_{11} & -19111,1111 a_{21} & +0=0 \\ -199111 a_{11} & +336564 a_{22} & -199111 a_{31}=0 \\ 0 & -199111 a_{22} & 152239, a_{31}=0 \end{matrix}$$

$$a_{11} = 0,2929$$
$$a_{21} = 0,7646$$
$$a_{31} = 1,0000$$



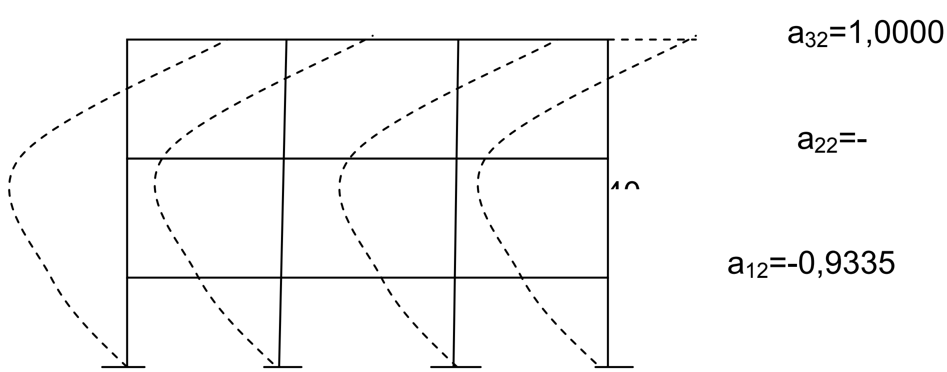
Segundo Modo $w_2^2 = 2102{,}36 \, rad/seg$

$$\begin{bmatrix} 128826 & -199111 & 0 \\ -199111 & -21906 & -199111 \\ 0 & -199111 & -120265 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ a_{32} \end{Bmatrix} = o$$

Normalizando el Tercer modo:

$$\begin{array}{cccc} 128826\,a_{12} & -199111\,a_{22} & 0 & = 0 \\ -199111\,a_{12} & 21906\,a_{22} & -199111\,a_{32} & = 0 \\ 0 & 199111\,a_{22} & -106912\,a_{32} & = 0 \end{array}$$

$$a_{12} = -0{,}9335$$
$$a_{22} = -0{,}6040$$
$$a_{32} = 1{,}000$$



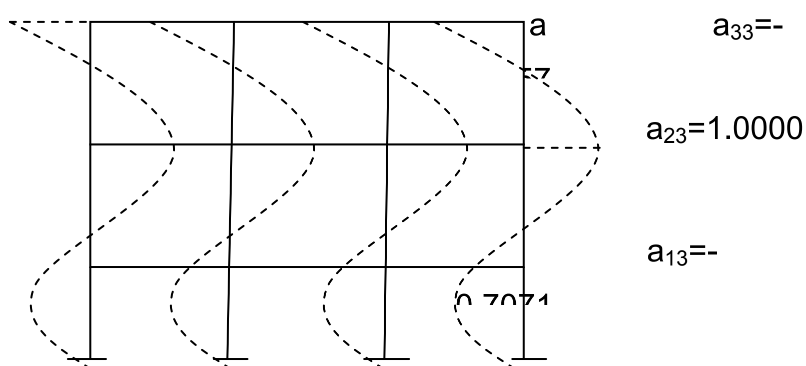
Tercer Modo $w_3^2 = 3584{,}73 rad / seg$

$$\begin{bmatrix} -194934 & -199111 & 0 \\ -199111 & -318138 & -199111 \\ 0 & -199111 & -345457 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{13} \\ a_{23} \\ a_{33} \end{Bmatrix} = o$$

Normalizando el Segundo Modo

$$\begin{matrix} -194934\, a_{13} & -199111\, a_{23} & 0 & = 0 \\ -199111\, a_{13} & -318138\, a_{23} & -311111\, a_{33} & = 0 \\ 0 & -199111\, a_{23} & -345457\, a_{33} & = 0 \end{matrix}$$

$a_{13} = -0{,}7071$
$a_{23} = 1{,}0000$
$a_{33} = -0{,}6457$



$$\sqrt{m_1 a_{11}^2 + m_2 a_{21}^2 + m_3 a_{31}^2}$$

$$\sqrt{218{,}40*0{,}2924^2+199{,}83*0{,}7646^2+151{,}91*1^2}=\sqrt{287{,}4135}$$

$$\sqrt{m_1 a_{12}^2+m_2 a_{22}^2+m_3 a_{32}^2}$$

$$\sqrt{218{,}40*-0{,}9335^2+199{,}83*-0{,}6040^2+151{,}91*1^2}=\sqrt{415{,}1422}$$

$$\sqrt{m_1 a_{13}^2+m_2 a_{23}^2+m_3 a_{33}^2}$$

$$\sqrt{218{,}40*-1{,}0214^2+199{,}83*1^2+151{,}91*-0{,}6457^2}=\sqrt{377{,}2211}$$

$$\phi_{11}=\frac{a_{11}}{\sqrt{287{,}4135}}=\frac{0{,}2924}{\sqrt{287{,}4135}}=0{,}01725$$

$$\phi_{21}=\frac{a_{21}}{\sqrt{287{,}4135}}=\frac{0{,}7646}{\sqrt{287{,}4135}}=0{,}0451$$

$$\phi_{31}=\frac{a_{31}}{\sqrt{287{,}4135}}=\frac{1{,}0000}{\sqrt{287{,}4135}}=0{,}0589$$

$$\phi_{12}=\frac{a_{12}}{\sqrt{415{,}1422}}=\frac{-0{,}9335}{\sqrt{415{,}1422}}=-0{,}0458$$

$$\phi_{22}=\frac{a_{22}}{\sqrt{415{,}1422}}=\frac{-0{,}6040}{\sqrt{415{,}1422}}=-0{,}0296$$

$$\phi_{32}=\frac{a_{32}}{\sqrt{415{,}1422}}=\frac{1{,}0000}{\sqrt{415{,}1422}}=0{,}0491$$

$$\phi_{13}=\frac{a_{13}}{\sqrt{377{,}2211}}=\frac{-1{,}0214}{\sqrt{377{,}2211}}=-0{,}0524$$

$$\phi_{23}=\frac{a_{23}}{\sqrt{377{,}2211}}=\frac{1{,}0000}{\sqrt{377{,}2211}}=0{,}0475$$

$$\phi_{33} = \frac{a_{33}}{\sqrt{377{,}2211}} = \frac{-0{,}5764}{\sqrt{377{,}2211}} = -0{,}0297$$

$$\{\phi\} = \begin{bmatrix} 0{,}01725 & -0{,}0458 & -0{,}0526 \\ 0{,}0451 & -0{,}0296 & 0{,}0475 \\ 0{,}0589 & 0{,}0491 & -0{,}0297 \end{bmatrix}$$

<u>Condición de Ortogonalidad</u>

$$\{\phi\}^T [M] \{\phi\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} 0{,}01725 & 0{,}0451 & 0{,}0589 \\ -0{,}0458 & -0{,}0296 & 0{,}0491 \\ -0{,}0526 & 0{,}0475 & -0{,}0297 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 218{,}40 & 0 & 0 \\ 0 & 199{,}83 & 0 \\ 0 & 0 & 151{,}91 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0{,}01725 & -0{,}0458 & -0{,}0526 \\ 0{,}0451 & -0{,}0296 & 0{,}0475 \\ 0{,}0589 & 0{,}0491 & -0{,}0297 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>Calculo de los Factores de Participación</u>

$$\Gamma_1 = -\frac{m1\,a_{11} + m2\,a_{21} + m3\,a_{31}}{m1\,a_{11}^2 + m2\,a_{21}^2 + m3\,a_{31}^2}$$

$$\Gamma_1 = -\frac{218{,}40 * 0{,}2929 + 199{,}83 * 0{,}7646 + 151{,}91 * 1}{218{,}40 * 0{,}2929^2 + 199{,}83 * 0{,}7646^2 + 151{,}91 * 1^2} = -1{,}2825$$

$$\Gamma_2 = -\frac{m1\,a_{12} + m2\,a_{22} + m3\,a_{32}}{m1\,a_{12}^2 + m2\,a_{22}^2 + m3\,a_{32}^2}$$

$$\Gamma_2 = -\frac{218{,}40 * -0{,}9335 + 199{,}83 * -0{,}6040 + 151{,}91 * 1}{218{,}40 * -0{,}9335^2 + 199{,}83 * -0{,}6040^2 + 151{,}91 * 1^2} = 0{,}4159$$

$$\Gamma 3 = -\frac{m1 a_{13} + m2 a_{23} + m3 a_{33}}{m1 a_{13}^2 + m2 a_{23}^2 + m3 a_{33}^2}$$

$$\Gamma 3 = -\frac{218{,}40 * -1{,}0214 + 199{,}83 * 1 + 151{,}91 * -0{,}5754}{218{,}40 * -1{,}0214^2 + 199{,}83 * 1^2 + 151{,}91 * -0{,}5457^2} = 0{,}2339$$

Calculo de la Respuesta (Desplazamiento) del Sistema:

$$\ddot{g} + w_1^2 g_1 = \ddot{u}_{s(t)}$$

$$\ddot{g}_1 + 395{,}25\, g_1 = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

$$\ddot{g} + w_2^2 g_2 = \ddot{u}_{s(t)}$$

$$\ddot{g}_2 + 2751{,}72\, g_2 = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

$$\ddot{g} + w_3^2 g_3 = \ddot{u}_{s(t)}$$

$$\ddot{g}_3 + 5219{,}65\, g_3 = 294 \frac{cm}{seg^2}$$

Resolviendo:

$$g_{1(t)} = \frac{\ddot{u}\, s(t)}{w_1^2}(1 - \cos w_1 t)$$

$$g_{1(t)} = \frac{294}{395{,}25}(1 - \cos 19{,}88 t)$$

$$g_{2(t)} = \frac{\ddot{u}\, s(t)}{w_2^2}(1 - \cos w_2 t)$$

$$g_{2(t)} = \frac{294}{2751,72}(1 - \cos 52,45t)$$

$$g_{3(t)} = \frac{\ddot{u}s(t)}{w_3^2}(1 - \cos w_3 t)$$

$$g_{3(t)} = \frac{294}{5219,65}(1 - \cos 72,24t)$$

Respuesta en términos de movimiento relativo:

$$u_{1r(t)} = 0,2794(1 - \cos 19,88t) + 0,0415(1 - \cos 52,45t) + 0,0135(1 - \cos 72,24t)$$

$$u_{2r(t)} = 0,7294(1 - \cos 19,88t) + 0,0268(1 - \cos 52,45t) - 0,0132(1 - \cos 72,24t)$$

$$u_{3r(t)} = 0,9539(1 - \cos 19,88t) - 0,0444(1 - \cos 52,45t) + 0,0076(1 - \cos 72,24t)$$

La máxima respuesta modal es obtenida para el presente análisis cuando el coseno de la función $g_{n(t)}$ es igual a -1. En este caso la máxima respuesta modal viene dada por el siguiente valor:

$$g_{1\max} = 0,3419$$

$$g_{2\max} = 0,0491$$

$$g_{3\max} = 0,0259$$

Aplicando el método de la suma de los cuadrados ecuación (2.47) obtenemos u_{rnmax}:

$$u_{r1\max} = \sqrt{(1,2825 * 0,2929 * 0,3419)^2 + (-0,4159 * -0,9335 * 0,0491)^2 + (-0,2339 * -1,0214 * 0,0259)^2}$$

$$u_{r1\max} = 0,1299cm$$

$$u_{r2\max} = \sqrt{(1{,}2825*0{,}7646*0{,}3419)^2 + (-0{,}4159*-0{,}6040*0{,}0491)^2 + (-0{,}2339*1*0{,}0259)^2}$$

$$u_{r2\max} = 0{,}3355cm$$

$$u_{r2\max} = \sqrt{(1{,}2825*1*0{,}3419)^2 + (-0{,}4159*1*0{,}0491)^2 + (-0{,}2339*-0{,}5754*0{,}0259)^2}$$

$$u_{r3\max} = 0{,}4389cm$$

CAPITULO IV

CONCLUSIONES

1. El análisis mediante superposición modal de una estructura es uno de los métodos mas prácticos ya que considera menos grados de libertad por nivel, pudiéndose de esta manera hacer su estudio mas simplificado.

2. Un sistema posee tantas frecuencias naturales como grados de libertad; cada frecuencia corresponde a un modo determinado de vibración. Por lo tanto; se puede deducir, que la forma más sencilla de vibración esta dada por los sistemas de un grado de libertad.

3. El método de superposición modal combina varios métodos como son: la matriz de masa, la matriz de rigidez y el método de la raíz cuadrada de la suma delos cuadrados.

4. Una de las condiciones que debe cumplir este método es la condición de ortogonalidad la cual dice que la multiplicación de la traspuesta de la matriz del los autovalores multiplicada por la matriz de masa y a su vez multiplicada por la matriz de los autovalores debe dar como resultado la matriz identidad.

5. El método de superposición modal expresa un movimiento forzado de un sistema en términos de los modos normales de vibración

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1]COVENIN-MINDUR 1756-1:2001, "*Edificaciones Sismorresistentes*", Caracas, 2001.

[2]Cursos Especiales de Grado. Compendio, Tomo IV, Dinámica de Estructuras, Cesar Eduardo medero Galvis, Puerto La Cruz, Septiembre 1989

[3] Structural Dynamics Theory and Computation, Quinta Ediciòn,Mario Paz y William Leigh, Boston London.

[4] http://www.construccion.uniovi.es/escal3d/bases/solve/hoja6.htm

[5]http://www.scielo.org.ve/scielo.php?script=sci_ar∏ext&pid=50376-723x2005000100003$ing=es$nrm=150

[6] http://fing.edu.uy/iet/areas/estructura/metodos-comp/teorico/analisis-estatico-y-dinamico.pdf

[7]http://www.profesores.fcr.utn.edu.ar/civil/dinamica-estructural/pdf/200-u3.pdf

[8]http://www.umss.edu.bo/epubs/etexts/downloads/191cap-x.htm

[9]http://www.ocwcs.us.es/mecanica-de-los-medios-continuos-y-teoria-de-estructuras/calculo-de-estructuras-1/apartados/apartado3-3.html#1

[10]http://www.arquitectura-tecnica.com/artcerch607.htm

[11]http://www.es.wikipedia.org/wiki/mÃ©todo-matricial-de-la-rigidez#matrices-rigidez-elementales

[12]http://www.estructuras.eia.edu.co/estructurasII/metodo%20de%201larigidez

[13]http://www.demencanica.com/teoriaest/matyest.htm

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

TÍTULO	**"APLICACIÓN DEL MÉTODO DE SUPERPOSICIÓN MODAL AL ANÁLISIS ESTRUCTURAL DE UN MODULO DEL DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE-NÚCLEO ANZOÁTEGUI."**
SUBTÍTULO	

AUTOR (ES):

APELLIDOS Y NOMBRES	CÓDIGO CULAC / E MAIL
PULGAR CH. YENNIFER DE LA C.	**CVLAC:** 17.222.844 **EMAIL:**yenniferchacon@hotmail.com
PERÉZ S. EMILIA A.	**CVLAC:** 17.372.166 **EMAIL:** emilita33@hotmail.com
	CVLAC: **E MAIL:**
	CVLAC: **E MAIL:**

PALÁBRAS O FRASES CLAVES:

- Superposición Modal
- Ortogonalidad
- Modos de Vibración
- Desplazamiento Máximo

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

ÀREA	SUBÀREA
INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS	INGENIERÍA CIVIL

RESUMEN (ABSTRACT):

Las estructuras están sujetas a movimientos producidos por la acción de fuerzas externas, entre las cuales cabe destacar las ondas sísmicas. La base de los edificios tiende a seguir el movimiento de estas ondas mientras que por inercia, la masa del edificio se opone a ser desplazada dinámicamente.

Dado que los sistemas formados por las estructuras son muy complejos se hace necesario el uso de grandes simplificaciones para analizar el comportamiento estructural de las mismas. Una aproximación a la respuesta sísmica de una estructura, seria un sistema simple de un grado de libertad el cual esta constituido por una masa concentrada y un elemento con cierta rigidez lateral y amortiguamiento, sin embargo las estructuras reales son más complejas y su repuestas es más difícil de estimar.

Con la información obtenida de varios libros y páginas web se pudo obtener las ecuaciones de movimiento para este tipo de estructura además de un método que facilita el estudio de estructuras reales. Este método es el de Superposición Modal, el cual se aplica al análisis de estructuras lineales simplificándolo en gran parte, reduciendo los grados de libertad que posee la estructura compleja de varios niveles, la cual puede estar sometida a una fuerza inducida. Para la aplicación de este método se hace necesario el estudio de la matriz de rigidez, masa y amortiguamiento, del mismo modo combina métodos para una respuesta más aproximada. Algunos de los métodos que combina son los siguientes: CQC *Combinación Cuadrática Completa* (Wilson, Der Kiureghian, y Bayo 1981), SRSS *La Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados*, ABS *Suma Absoluta*.

Otra de las condiciones que debe cumplir este método de superposición es la ortogonalidad, la cual esta relacionada con los autovalores, autovectores, matriz de masa y rigidez de manera separada, resultando la matriz identidad.

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

CONTRIBUIDORES:

APELLIDOS Y NOMBRES	ROL / CÓDIGO CVLAC / EMAIL				
Ing. Miguel M. Molano A.	ROL	C A	AS (X)	U	J U
	CVL AC:	4.025.186			
	E_M AIL				
	E_M AIL				
Ing. Luisa C. Torres M.	ROL	C A	A S	T U	J U (X)
	CVL AC:	8.217.436			
	E_M AIL				
	E_M AIL				
Ing. Edmundo D. Ruiz C.	ROL	C A	A S	T U	J U (X)
	CVL AC:	4.026.960			
	E_M AIL				
	E_M AIL				

	ROL	CA	AS	TU	JU
	CVLAC:				
	E_MAIL				
	E_MAIL				

FECHA DE DISCUSIÓN Y APROBACIÓN:

2.008 **AÑO**	**06** **MES**	**03** **DÍA**

LENGUAJE. SPA

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

ARCHIVO (S):

NOMBRE DE ARCHIVO	TIPO MIME
TESIS.SUPERPOSICIONMODAL.DOC	APPLICATION/MSWORD

CARACTERES EN LOS NOMBRES DE LOS ARCHIVOS: A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z. a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z. 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

ALCANCE

ESPACIAL: SUPERPOSICIÓN MODAL. UNIVERSIDAD DE ORIENTE. **(OPCIONAL)**

TEMPORAL: **Siete Meses** **(OPCIONAL)**

TÍTULO O GRADO ASOCIADO CON EL TRABAJO:
INGENIERO CIVIL
NIVEL ASOCIADO CON EL TRABAJO:
PREGRADO
ÁREA DE ESTUDIO:
DEPARTAMENTO DE INGENÍERIA CIVIL
INSTITUCIÓN:
UNIVERSIDAD DE ORIENTE/ NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

DERECHOS

De acuerdo al Artículo 44 del Reglamento de Trabajo de Grado:

____

____

____

AUTORES

YENNIFER PULGAR **EMILIA PEREZ**

TUTOR **JURADO** **JURADO**

MIGUEL MOLANO **LUISA TORRES** **EDMUNDO RUIZ**

POR LA SUBCOMISION DE TES

YASSER SAAB