

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
EXTENSIÓN CANTAURA
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



**ANÁLISIS DE MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO EMPLEANDO EL
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS SEGÚN LOS REQUISITOS DE
REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL
(CÓDIGO ACI 318-14)**

Realizado por:

Tovar García, Jesús Enrique

Trabajo de Grado presentado ante la Universidad de Oriente como Requisito
para optar al Título de:

INGENIERO CIVIL

Cantaura, octubre de 2016

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
EXTENSIÓN CANTAURA
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



**ANÁLISIS DE MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO EMPLEANDO EL
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS SEGÚN LOS REQUISITOS DE
REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL
(CÓDIGO ACI 318-14)**

Realizado por:

Tovar García, Jesús Enrique

Prof. Jhonatan Martínez
Tutor Académico

Cantaura, octubre de 2016

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
EXTENSIÓN CANTAURA
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL



**ANÁLISIS DE MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO EMPLEANDO EL
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS SEGÚN LOS REQUISITOS DE
REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL
(CÓDIGO ACI 318-14)**

El Jurado hace constar que asignó a esta Tesis la calificación de:

APROBADO

Prof. Raquel García
Jurado Principal

Prof. Carlos Cermeño
Jurado Principal

Prof. Jhonatan Martínez
Tutor Académico

Cantaura, octubre de 2016

RESOLUCIÓN

De acuerdo al artículo 41 del reglamento de Trabajos de Grado:

“Los Trabajos de Grado son de la exclusiva propiedad de la Universidad de Oriente, y sólo podrán ser utilizados para otros fines con el consentimiento del Consejo de Núcleo respectivo, quien deberá participarlo previamente al Consejo Universitario, para su autorización.”



DEDICATORIA

Al dador de todo conocimiento y sabiduría, Dios Nuestro Señor, el cual siempre me ha guiado, iluminado y protegido. A mi hermosa madre, quien amorosamente me ha inculcado el valor de la educación.

Dedicado a todos los profesionales de las ciencias y de la ingeniería, quienes a través de la investigación se esmeran día a día en obtener nuevos avances con el fin de fomentar el desarrollo en la sociedad.

AGRADECIMIENTOS

A toda mi familia, gracias. A mi madre, Rosana García, quien con su amor, comprensión, paciencia y regaños siempre ha estado a mi lado, enseñándome que no hace falta ser un académico para inculcar el valor de la educación. Agradezco a mi padre, Carlos Tovar, por haber contribuido en mi formación personal y profesional. A mis hermanos Carlos Manuel, María Alejandra, Roselín y Luis Carlos; y a mis sobrinos Jeremy y Oscar Alejandro. Todos ustedes me han acompañado siempre. Doy gracias infinitas a Dios por tenerlos como familia. Los amo.

Agradezco a todo el equipo que conforma la Casa Más Alta del Oriente del País, la Universidad de Oriente Extensión Cantaura, por ser forjadores de ímpetu y disciplina, y por fomentar en todo momento la preparación académica de excelencia. Doy gracias especialmente al profesor Jhonatan Martínez, quien de forma desinteresada colaboró en la preparación y desarrollo de esta investigación, aportando su amplia experiencia y conocimientos. Al jurado de este Trabajo de Grado, los profesores Raquel García y Carlos Cermeño, por su colaboración y aporte.

A todas las personas que de alguna manera contribuyeron en mi formación como profesional. Al señor Pedro Fermín, por siempre apoyarme desde el comienzo de mis estudios. De igual forma, agradezco al señor Raziel González por todos sus consejos y sugerencias.

Y por supuesto, a los Fieles Compañeros (Fc's). Mis compañeros, amigos y colegas Eliezer Segnini, Carlos Gómez, Orlando Jiménez, Franklin Medina, Edgar Rodríguez, y mis apreciadísimas María Carolina Pérez y Rayli González. A Dios doy gracias por su presencia en mi vida, Fc's. De verdad, los quiero muchísimo.

**UNIVERSIDAD DE ORIENTE
NÚCLEO DE ANZOÁTEGUI
EXTENSIÓN CANTAURA
ESCUELA DE INGENIERÍA Y CIENCIAS APLICADAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**ANÁLISIS DE MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO EMPLEANDO EL
MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS SEGÚN LOS REQUISITOS DE
REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL
(CÓDIGO ACI 318-14)**

**Autor: Jesús Tovar
Tutor académico: Prof. Jhonatan Martínez
Año: 2016**

RESUMEN

La investigación consistió en el análisis de miembros de concreto armado a través del Método de Elementos Finitos (MEF) empleando el software estructural SAP2000 versión 18, de acuerdo al Código ACI 318-14, publicado en el año 2014. Se describieron los requerimientos mínimos señalados por el Código ACI 318-14 respecto al uso del MEF para análisis de miembros estructurales de concreto armado. Se desarrolló una investigación de tipo documental y explicativa, basada en la revisión de fuentes de carácter técnico, orientada a profundizar los conocimientos relacionados con la temática planteada. El alcance de la investigación se limitó al análisis de dos modelos de vigas de concreto simplemente apoyadas bajo ciertas condiciones de secciones transversales y porcentajes de discretización. Se revisaron los errores inherentes al cálculo teórico y los datos arrojados por el programa. Por otra parte, se verificó la aplicabilidad del Principio de Superposición en el análisis de estructuras empleando el MEF en el programa SAP2000. Finalmente, se elaboró una guía metodológica introductoria donde se describen y detallan ciertas consideraciones que deben tomarse en cuenta en el proceso de análisis de miembros estructurales de concreto mediante el MEF con el uso del software SAP2000.

Palabras claves: Análisis, Método de Elementos Finitos, Código ACI, Concreto.

ÍNDICE DE CONTENIDO

RESOLUCIÓN	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTOS	vi
RESUMEN	vii
ÍNDICE DE CONTENIDO	viii
ÍNDICE DE TABLAS	xii
ÍNDICE DE FIGURAS	xiii
INTRODUCCIÓN	xvi
CAPÍTULO I	18
EL PROBLEMA	18
1.1. Planteamiento del Problema	18
1.2. Objetivos	21
1.2.1. Objetivo General	21
1.2.2. Objetivos Específicos	21
CAPÍTULO II	22
MARCO TEÓRICO REFERENCIAL	22
2.1. Antecedentes	22
2.2. Bases Teóricas Referenciales	25
2.2.1. Estructuras	25
2.2.1.1. Proceso de Análisis y Diseño de Estructuras	25
2.2.2. Clasificación de los Sistemas Estructurales	27
2.2.3. Análisis de Estructuras	27
2.2.3.1. Tipos de Análisis	28
2.2.4. Elementos Estructurales en Concreto Armado	29
2.2.5. Vigas	30
2.2.5.1. Consideraciones de Vigas de Concreto Armado	31
2.2.6. Análisis de Vigas de Concreto sometidas a Flexión	31
2.2.6.1. Análisis de Vigas. Etapa de Concreto Agrietado	32

2.2.6.2. Comportamiento de una Viga de Concreto Agrietada	34
2.2.6.3. Sección Transformada de una Viga de Concreto Armado	35
2.2.7. Método de Elementos Finitos (MEF).....	37
2.2.7.1. Fundamento del MEF	37
2.2.7.2. Conceptos Generales del MEF	38
2.2.7.3. Procedimiento Generalizado de Solución usando el MEF	39
2.2.7.4. Fuentes de Error	40
2.2.7.5. Ventajas y Desventajas del MEF.....	41
2.2.7.6. Consideraciones de utilización del MEF.....	42
2.2.8. Análisis de Estructuras empleando el MEF	43
2.2.8.1. Fundamentos de Creación de un Modelo de Elementos Finitos	43
2.2.8.2. Consideraciones de Discretización del Modelo	44
2.2.8.3. Etapas para el Análisis Estructural mediante el MEF por Computador.....	45
2.2.8.4. Software de Análisis. SAP2000.....	46
2.2.8.5. Método de Elementos Finitos en SAP2000	47
2.2.8.6. Elementos Finitos Tipo Área	47
2.2.9. Principio de Superposición	49
CAPÍTULO III	51
MARCO METODOLÓGICO	51
3.1. Tipo de Investigación.....	51
3.2. Nivel de Investigación.....	52
3.3. Técnicas y Herramientas.....	52
3.3.1. Técnicas	52
3.3.1.1. Revisión Documental.....	52
3.3.1.2. Análisis de Contenido.....	53
3.3.1.3. Análisis Comparativo de Resultados	53
3.3.2. Herramientas y Equipos.....	53
CAPÍTULO IV.....	54

RESULTADOS.....	54
4.1. Etapas del Proyecto	54
4.2. Requerimientos del Código ACI 318-14 en relación a la Aplicación del MEF.....	55
4.2.1. Criterios de Aceptabilidad del Análisis Estructural empleando el MEF	57
4.2.1.1. Aceptabilidad del MEF.....	57
4.2.1.2. Modelo de Elementos Finitos	58
4.2.1.3. Análisis Inelástico por MEF	59
4.2.1.4. Consideraciones adicionales.....	60
4.3. Casos de Vigas	60
4.3.1. Viga 1.....	61
4.3.2. Viga 2.....	62
4.3.2.1. Deflexión Máxima Teórica. Viga 2.....	64
4.4. Modelado de Vigas en SAP2000 para el Análisis por MEF.....	64
4.4.1. Procedimiento de Modelado de Vigas	64
4.4.1.1. Inicio del Programa	65
4.4.1.2. Definición de Materiales y Sección Transversal	68
4.4.1.3. Trazado del Elemento Área y Restricciones.....	71
4.4.1.4. Asignación de Cargas	75
4.4.1.5. Discretización del Modelo.....	78
4.4.1.6. Análisis del Modelo	85
4.4.1.7. Otros casos de Discretización	88
4.5. Parámetros de Análisis por MEF en SAP2000.....	90
4.5.1. Factor de Inercia (F_i).....	90
4.5.1.1. Factor de Inercia. Viga 1	91
4.5.1.2. Factor de Inercia. Viga 2	91
4.5.2. Altura Transformada (H_t).....	93
4.5.2.1. Altura Transformada. Viga 1.....	94
4.5.2.2. Altura Transformada. Viga 2.....	94

4.5.3. Otros Casos de Análisis.....	95
4.5.4. Porcentaje de Discretización (P_d)	95
4.5.4.1. Porcentajes de Discretización. Viga 1	96
Fuente: Autor.....	96
4.5.4.2. Porcentajes de Discretización. Viga 2	96
4.6. Resultados del Análisis por MEF	97
4.6.1. Deflexiones Máximas. Viga 1	97
4.6.1.1. Porcentaje de Error Calculado. Viga 1	102
4.6.2. Deflexiones Máximas. Viga 2.....	104
4.6.2.1. Porcentaje de Error Calculado. Viga 2	108
4.7. Discretización Óptima.....	110
4.8. Aplicabilidad del Principio de Superposición en el Análisis por MEF	111
4.8.1. Caso de Análisis. Viga 3	112
4.8.2. Modelo Computacional	113
4.8.3. Consideración de Cargas	113
4.8.4. Análisis de los Casos.....	114
4.8.5. Resultados del Análisis.....	117
4.9. Guía Metodológica Introdutoria	118
CAPÍTULO V.....	120
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	120
5.1. Conclusiones.....	120
5.2. Recomendaciones.....	122
BIBLIOGRAFÍA	124
METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO	128

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Casos de Discretización para la Viga 1.....	79
Tabla 2. Casos de Discretización para la Viga 2.....	81
Tabla 3. Valores de P_d para Viga 1	96
Tabla 4. Valores de P_d para Viga 2.....	96
Tabla 5. Deflexiones máximas para la Viga 1	97
Tabla 6. Porcentaje de error calculado para el análisis de la Viga 1.....	103
Tabla 7. Deflexiones máximas para la Viga 2.....	104
Tabla 8. Porcentaje de error calculado para el análisis de la Viga 2.....	109
Tabla 9. Momento máximo para cada caso de análisis	115
Tabla 10. Deflexiones máximas para casos de análisis.....	117

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Viga de concreto en etapa de agrietamiento (a) y etapa de resistencia última (b)	32
Figura 2. Grietas en zona de tensión del concreto.....	33
Figura 3. Deformaciones y esfuerzos en etapa del agrietamiento del concreto.	33
Figura 4. Sección transversal típica de una viga simplemente reforzada.	36
Figura 5. Componentes a considerar en el análisis por MEF.	39
Figura 6. Uso del Método de Elementos Finitos.	41
Figura 7. Esquema del proceso de análisis estructural por MEF empleando computador.	46
Figura 8. Modelo Tipo <i>Shell</i>	47
Figura 9. Modelo Tipo Membrana	48
Figura 10. Implicaciones del Principio de Superposición.	50
Figura 11. Dimensiones de Viga 1.....	61
Figura 12. Características y dimensiones de la sección transversal de la Viga 1.....	62
Figura 13. Dimensiones de Viga 2.....	63
Figura 14. Características y dimensiones de la sección transversal de la Viga 2.....	63
Figura 15. Modelo Beam de la Viga 2 en SAP2000.....	64
Figura 16. Inicio del programa SAP2000 y selección del modelo.	65
Figura 17. Edición de líneas de referencia del modelo en SAP2000. Fuente: Autor.	66
Figura 18. Opción de modificación de datos de líneas de referencia.....	66
Figura 19. Ventana de definición del sistema de referencia del modelo.	67
Figura 20. Definición de líneas de referencia en función a las dimensiones del miembro estructural.	68

Figura 21. Selección del submenú para ingresar propiedades del material..	69
Figura 22. Ingreso de propiedades del concreto en el programa.....	69
Figura 23. Selección de opción para definir sección transversal.	70
Figura 24. Creación de una nueva sección transversal.	70
Figura 25. Ingreso de características de sección transversal	71
Figura 26. Punto inicial del trazado del área.....	72
Figura 27. Punto final del trazado del área.	72
Figura 28. Puntos extremos del elemento área.	73
Figura 29. Selección del submenú de restricciones.	74
Figura 30. Selección del tipo de apoyo o restricción.....	74
Figura 31. Miembro estructural definido con elemento tipo <i>Shell</i>	75
Figura 32. Selección de submenú para asignación de cargas distribuidas...	77
Figura 33. Asignación del valor de la carga distribuida.....	77
Figura 34. Selección del submenú para discretización de áreas..	78
Figura 35. Ingreso de datos de discretización de elemento área.....	79
Figura 36. Viga 1 discretizada de la forma A1.	80
Figura 37. Asignación de apoyo o restricción en nodo extremo	81
Figura 38. Viga 2 discretizada de la forma A2.	82
Figura 39. Discretización parcial de Viga 2.....	83
Figura 40. Aplicación de carga puntual en nodos del elemento discretizado..	83
Figura 41. Viga 2 discretizada de la forma G2.....	85
Figura 42. Definición de patrones de cargas.	86
Figura 43. Modificación del facto correspondiente al patrón de carga.....	86
Figura 44. Ventana previa a la ejecución del análisis del elemento área.....	87
Figura 45. Resultado del análisis. Deformada del elemento.....	88
Figura 46. Selección de la opción <i>Merge Areas</i>	89
Figura 47. Miembro estructural modelado sin discretizar.....	89
Figura 48. Casilla de modificación de altura de la viga.	92

Figura 49. Ingreso de factores de modificación de inercia de la sección..	93
Figura 50. Vista en planta del elemento área discretizado..	95
Figura 51. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso $F_i = 0,9003$	99
Figura 52. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso $H_t = 42,92$ cm.....	99
Figura 53. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso $d = 44,45$ cm.....	100
Figura 54. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso $H = 50,80$ cm.	101
Figura 55. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para casos de análisis de la Viga 1.....	102
Figura 56. P_d vs %e para la Viga 1. Caso $H_t = 42,92$ cm.....	103
Figura 57. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso $F_i = 0,7568$	105
Figura 58. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso $H_t = 74,07$ cm.....	106
Figura 59. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso $d = 81,28$ cm.....	107
Figura 60. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso $H = 91,44$ cm..	107
Figura 61. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para casos de análisis de la Viga 2.....	108
Figura 62. P_d vs %e para la Viga 2. Caso $H_t = 74,07$ cm.....	109
Figura 63. Viga 1 discretizada de la forma I1.....	110
Figura 64. Viga 2 discretizada de la forma E5..	111
Figura 65. Dimensiones y características de la Viga 3..	112
Figura 66. Modelo tipo <i>Shell</i> de Viga 3 en SAP2000 (vista 3D).....	113
Figura 67. Modelo tipo <i>Shell</i> de Viga 3 en SAP2000 (vista en planta).....	113
Figura 68. Viga 3: Caso 1 de análisis.	113
Figura 69. Viga 3: Caso 2 de análisis.	114
Figura 70. Viga 3: Caso 3 de análisis.	114
Figura 71. Selección del Tipo de Análisis..	115
Figura 72. Modificar Tipo de Análisis.....	116
Figura 73. Selección de Análisis No Lineal.....	117

INTRODUCCIÓN

En la Ingeniería Estructural existen diversos métodos de análisis para estimar los efectos generados por las cargas en los miembros que conforman una determinada edificación. En las últimas décadas se han desarrollado métodos de análisis computacional de estructuras con los cuales se puede determinar con mayor exactitud cómo actúan las solicitaciones en su conformación; tal es el caso del Método de Elementos Finitos (MEF).

El MEF se ha constituido con el transcurrir de los años en una herramienta numérica casi indispensable. Además de la Ingeniería Estructural, este método es ampliamente utilizado en otras áreas de relevancia como la Ingeniería Aeronáutica, Ingeniería Naval, Ingeniería Mecánica, entre otras. Es aplicado no solo en estas disciplinas, sino también en muchas otras áreas de las ciencias en general. Los programas de computación basados en esta técnica numérica son usados en la investigación y en la solución de innumerables problemas relacionados con elementos continuos.

A fin de determinar los efectos generados por acción de cargas o solicitaciones de diversos tipos, el MEF divide un modelo de estructura en un número finito de elementos para así proceder con su análisis bajo ciertas consideraciones. Estas consideraciones son establecidas previamente por el analista de acuerdo a la estructura en sí, y a su vez en función a los parámetros que definen el modelo.

La investigación presentada tiene por objeto analizar miembros de concreto armado empleando el MEF según los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (Código ACI 318-14). El trabajo está estructurado en cinco capítulos. En el Capítulo I se establece el planteamiento del problema, que incluye a su vez el alcance y la justificación de la

investigación; se señalan también el objetivo general y los objetivos específicos del estudio. El Capítulo II corresponde al marco teórico referencial, el cual se encuentra conformado por los antecedentes y las bases teóricas que sustentan el desarrollo de la investigación.

Por otra parte, en el Capítulo III se describe la metodología adoptada en la ejecución de la investigación. El Capítulo IV incluye los resultados obtenidos y, finalmente, en el Capítulo V se plantean las conclusiones y recomendaciones inherentes al estudio realizado.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1. Planteamiento del Problema

El análisis de una estructura, de acuerdo a Ramírez *et al.* (2015), comprende un proceso sistemático que concluye con el conocimiento de las características de su comportamiento bajo la acción de fuerzas o cargas. Generalmente se realiza tanto el estudio del análisis de los estados tensional y deformacional alcanzados por los elementos y componentes físicos de la estructura, como la obtención de conclusiones sus condiciones de seguridad.

A mediados del siglo XX, los procedimientos de análisis necesarios para determinar el comportamiento de una estructura se caracterizaban por ser de gran complejidad numérica. En las últimas décadas, aunado a los avances de los sistemas computacionales de cálculo matemático, se popularizó el denominado Método de los Elementos Finitos (MEF), tanto para el análisis de fuerzas internas como de esfuerzos en estructuras. Según Redín (2010), El MEF “es un procedimiento general de discretización o división de los problemas continuos planteados por expresiones definidas matemáticamente”. La resolución de estas expresiones permite obtener los desplazamientos globales del modelo a partir de las acciones o cargas actuantes.

A pesar de la importancia que ha adquirido el MEF durante los últimos años, hasta hoy en día no existían patrones que normalizaran de cierta manera la aplicación del método en el análisis de estructuras; por esta razón su implementación se realizaba en función de la bibliografía técnica, el

criterio y la experiencia de los profesionales especialistas en el campo de la Ingeniería Estructural.

En el año (2014), el Instituto Americano del Concreto (ACI), incluyó por primera vez en la nueva versión del código “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-14) y Comentario” una sección en la cual se describen ciertos requerimientos que determinan la aceptabilidad del MEF para el análisis de los efectos generados por las cargas en miembros de concreto armado. Sin embargo, al establecerse los primeros patrones inherentes al uso del MEF, surgen en el área del Cálculo Estructural ciertas disyuntivas respecto a los requisitos planteados en el código, que involucran, entre otras consideraciones, la discretización o división de modelos estructurales y la validez de las reglas de superposición lineal de efectos de carga.

En función a lo establecido anteriormente, la investigación se basó en el análisis de miembros de concreto armado empleando el MEF, tomando en cuenta los requerimientos señalados en el reciente Código ACI 318-14. Se conoció, mediante la comparación de los resultados del análisis estructural, las variaciones que se presentaron entre los casos analizados, específicamente en lo concerniente a las deflexiones resultantes, de acuerdo a las condiciones de discretización y secciones transversales (inercias).

El estudio estuvo enfocado específicamente en el análisis de un modelo de elemento de concreto armado sometido a flexión. Las características del elemento estructural se definieron en base a ejemplos presentados por McCormac y Brown (2011). Posteriormente, se modeló el elemento mediante el uso del software SAP2000 Versión 18. Se establecieron ciertas condiciones o parámetros de análisis, como los señalados con anterioridad; los mismos conformaron varios casos de análisis del modelo matemático.

La inclusión de requerimientos inherentes a la aplicación del MEF en el Código ACI 318-14 para el análisis de estructuras es, sin duda alguna, una novedad dentro del campo de la Ingeniería Estructural. Por esta razón, a pesar de existir investigaciones donde se aplique el MEF para el análisis de estructuras de forma empírica, tales como las desarrolladas por López (2008) y Bendito *et al.* (2008), no se han presentado estudios directamente relacionados con el empleo del método de acuerdo a las nuevas consideraciones del código oficial ya mencionado.

Los resultados que se obtuvieron a partir del desarrollo de la investigación permitieron establecer criterios y conclusiones referentes al análisis de miembros de concreto armado mediante el uso del MEF. En base a esto, se elaboró una guía metodológica introductoria donde se describieron y detallaron las diversas consideraciones que deben tomarse en cuenta en los análisis de miembros de concreto armado mediante el MEF con el uso del software SAP2000. La recopilación de tal información es una referencia y base de consulta, tanto a profesionales como estudiantes, en procedimientos de análisis computacional de estructuras que empleen el MEF; en pro de minimizar los errores propios del cálculo matemático y facilitar la interpretación de los resultados de los análisis.

Del mismo modo, se promovió el desarrollo de una nueva línea de investigación que comprende el modelado de miembros estructurales de concreto armado con distintas características, a fin de conocer mediante comparaciones las variaciones entre los resultados generados por los análisis de cargas, permitiendo de esta manera servir como guía para futuras investigaciones en la referida área de estudio.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Analizar miembros de concreto armado empleando el Método de Elementos Finitos según los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (Código ACI 318-14).

1.2.2. Objetivos Específicos

- Describir los requerimientos mínimos establecidos en el Código ACI 318-14 respecto al análisis de miembros de concreto armado mediante el MEF.
- Realizar un modelo físico continuo de un miembro de concreto armado según las especificaciones del Código ACI 318-14.
- Aplicar el análisis por MEF al modelo físico continuo de concreto armado empleando el software estructural SAP2000 versión 18.
- Revisar los resultados y errores correspondientes al análisis del modelo físico en base a los requisitos mínimos del Código ACI 318-14.
- Confeccionar una guía metodológica introductoria referente al uso del MEF para el análisis de miembros de concreto armado empleando el software SAP2000.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO REFERENCIAL

2.1. Antecedentes

Se llevó a cabo una revisión bibliográfica que comprendió la selección de investigaciones previamente realizadas relacionadas con la temática planteada, las cuales sirvieron como material referencial de apoyo para el desarrollo del presente estudio en base a su metodología y contenido.

En la Revista Suramericana de Ingeniería Estructural, (*op. cit*, p.20), publicaron un estudio que se fundamentó en el análisis no lineal por elementos finitos de un elemento viga-columna de concreto armado. En la investigación se plantearon dos modelos de un miembro viga-columna, uno experimental o físico, y un modelo numérico a través de elementos finitos. El estudio se realizó a fin de determinar el nivel de precisión del MEF en relación al análisis del modelo físico, considerando la variación de ciertos parámetros. Para cada uno de estos modelos se definieron las variables intervinientes, así como también las propiedades de los materiales.

Posteriormente, para el análisis por MEF se escogieron elementos finitos planos isoparamétricos cuadráticos integrados por integración de Gauss con cuatro (4) puntos de integración. Una vez obtenidos los resultados, se compararon las curvas de carga-desplazamiento para ambos modelos con el fin de observar el comportamiento general de la estructura. Se obtuvo como conclusión general que el error medio entre el modelo experimental y numérico fue de 2,03%, lo que indicó que el modelo tiende a sobreestimar ligeramente el valor experimental. Se realizaron también líneas de tendencias de los cinco parámetros variados en los ensayos, es decir,

resistencia del concreto, esbeltez, nivel de axial, cuantía longitudinal y confinamiento. Se observó que el error es casi el mismo para todas estas variables y que no depende en gran medida de ninguna otra variable en particular.

Por otra parte, López (2008), presentó una investigación que consistió en el análisis de la aplicación del MEF al modelado de miembros de hormigón armado. El estudio se centró en el análisis de las diferentes estrategias de modelado del hormigón armado mediante el uso del MEF, a fin de conocer la exactitud de las mismas. Para ello se emplearon los programas Abaqus (2007) y Ansys (2006). Cabe destacar que ambos programas tienen elementos y materiales especialmente diseñados para el modelado del hormigón armado y del hormigón pretensado. La metodología planteada por el investigador se basó en realizar una comparación entre los resultados arrojados por el modelado de elementos de concreto armado en los programas anteriormente mencionados y un ensayo físico.

En relación a los resultados de la investigación anterior, se estableció que el modelo de Abaqus simula correctamente la rama elástica, pero no simula de manera óptima el momento de inicio de la fisuración, presenta una difícil convergencia y la carga última alcanzada es relativamente baja. Sin embargo, se obtuvo una considerable precisión en lo concerniente a la tendencia y forma de la curva. Por otra parte, el modelo de Ansys simula correctamente tanto la rama elástica como la primera fisuración. La carga última es relativamente alta y la pendiente de la parte final es superior a la de la curva del ensayo experimental. Se sugirió como conclusión que el método desarrollado en la investigación solo es aplicable, en la actualidad, a piezas o zonas concretas de las estructuras debido a la gran cantidad de recursos que son necesarios para realizar el cálculo.

Además de lo anterior, Franca y Campos (2007), realizaron un estudio que tuvo como objetivo el desarrollo e implementación numérica de un eficiente modelo constitutivo para la determinación del comportamiento del hormigón armado solicitado por situaciones multiaxiales de tensiones. El modelo propuesto para el hormigón fue un modelo ortotrópico que sigue la metodología del modelo presentado por Kwon (2000), teniendo la capacidad de capturar la respuesta del hormigón cuando está solicitado por estados multiaxiales de tensiones. En relación a la simulación del comportamiento de las barras de armadura se implementó el modelo incorporado propuesto por Elwi y Hrudehy (1989), modificado para el caso tridimensional.

Para la investigación previamente mencionada, el modelo se realizó implementando un programa en elementos finitos desarrollado por Hinton (1988). Las comparaciones entre los resultados obtenidos por el modelo numérico propuesto con los ensayos analíticos y experimentales mostraron una óptima concordancia del modelo numérico con los resultados que se obtuvieron en el estudio.

Por otro lado, Moreno (2001) presentó un estudio que consistió en el análisis de esfuerzos en concreto reforzado empleando el MEF. El mismo tuvo como finalidad conocer el comportamiento mecánico del concreto reforzado bajo la acción de cargas a través de ese método. A su vez, se emplearon una serie de técnicas numéricas de análisis de esfuerzos; específicamente los casos de estudio se realizaron con el paquete computacional de elementos finitos Ansys Superior (2000). Las propiedades de los materiales considerados, así como las condiciones de carga y de frontera se tomaron de la literatura especializada. Se determinó que la fractura en el concreto dependía de la configuración de la grieta y de las diferentes condiciones de aplicación de la carga.

2.2. Bases Teóricas Referenciales

2.2.1. Estructuras

Según De la Colina y Ramírez (2000), una estructura puede ser considerada como “la parte resistente de una construcción, desempeña el mismo papel que los sistemas óseo y muscular de los vertebrados: provee resistencia y rigidez para que, junto con otros sistemas, se alcance un fin común”. Por lo planteado anteriormente, la estructura es vital para que una construcción sea útil.

La estructura soporta las cargas exteriores (acciones y reacciones), las cuales reparten su efecto por los diferentes elementos estructurales que resultan sometidos a diferentes esfuerzos; estos inducen un estado tensional, que es absorbido por el material que la constituye.

2.2.1.1. Proceso de Análisis y Diseño de Estructuras

Antes de su construcción, toda estructura requiere un proceso de análisis y diseño. Hasta hace unos años, este proceso se limitaba al cálculo de los elementos que conforman la estructura a fin de que la construcción resultara estable y funcional. Sin embargo, en la actualidad el proceso de diseño ha evolucionado para convertirse en un trabajo de equipo, con un enfoque de sistemas que beneficia a todo el proyecto en su conjunto.

El diseño estructural, visto como un proceso, involucra todas aquellas actividades encaminadas a la definición de las propiedades del sistema (estructural) que proporcionan de manera económica resistencia y rigidez a la construcción (*ibídem*).

En base a lo establecido por estos autores y con el fin de mostrar un panorama más claro de la esencia del diseño, se describen brevemente las principales etapas implícitas en el proceso de análisis y diseño:

- Estructuración

Esta etapa define el sistema o sistemas estructurales que, de manera global, darán a la construcción resistencia y rigidez para que responda satisfactoriamente ante las acciones (cargas) a las que previsiblemente pueda someterse. La definición de estos sistemas se lleva a cabo junto con la selección de los materiales que mejor se adapten al sistema elegido. La estructuración es la parte esencial del proceso de diseño ya que impactará en el resto del proyecto estructural.

- Análisis

Esta etapa requiere de menos experiencia por parte del ingeniero que la empleada en la estructuración, ya que aquí se realizan actividades similares a casi todos los proyectos; sin embargo, sí se requieren muchos conocimientos y habilidades. Básicamente, esta etapa agrupa las tareas necesarias para evaluar la respuesta de la estructura ante las acciones que puedan considerarse. Para esto, deben estimarse las magnitudes y distribuciones de las acciones y aplicarlas a un modelo (generalmente analítico) a fin de determinar su respuesta (deformación) y la distribución de fuerzas entre los distintos elementos que conforman la estructura.

- Dimensionamiento

Aquí se seleccionan las dimensiones y características de todos los elementos de la estructura a fin de que ésta responda con seguridad (y funcionalidad) a las acciones predeterminadas. Las etapas anteriores, aun presentadas de manera separada, generalmente requieren de un proceso iterativo para completar un diseño.

2.2.2. Clasificación de los Sistemas Estructurales

De acuerdo a lo planteado por Celigüeta (2008), “al efectuar una clasificación de las estructuras, suelen dividirse en discretas o reticulares y continuas.”

Las estructuras discretas son aquéllas que están formadas por un ensamblaje de elementos claramente diferenciados unos de otros y unidos en una serie de puntos concretos, de tal manera que el sistema total tiene forma de malla o retícula. La característica fundamental de las estructuras discretas es que su deformación puede definirse de manera exacta mediante un número finito de parámetros, como por ejemplo las deformaciones de los puntos de unión de unos elementos y otros. De esta manera el equilibrio de toda la estructura puede representarse mediante las ecuaciones de equilibrio en las direcciones de dichas deformaciones.

Como contrapartida a lo anteriormente mencionado que “en los sistemas continuos no es posible separar, a priori, el sistema en un número finito de elementos discretos”. Por tanto, si se toma una parte cualquiera del sistema, el número de puntos de unión entre dicha parte y el resto de la estructura es infinito, y es por lo tanto imposible utilizar el mismo método que en los sistemas discretos, pues los puntos de unión entre los distintos elementos, que allí aparecían de manera natural, no existen aquí (*ibídem*).

2.2.3. Análisis de Estructuras

Según Ortiz, *et al.* (2014), se entiende por análisis de una estructura “el proceso sistemático que concluye con el conocimiento de las características de su comportamiento bajo un cierto estado de cargas”. En el análisis de una estructura se incluye habitualmente, bajo la denominación genérica de estudio del comportamiento tanto el estudio del análisis de los estados tensional y deformacional alcanzados por los elementos y componentes

físicos de la estructura como la obtención de conclusiones sobre la influencia recíproca con el medio ambiente o sobre sus condiciones de seguridad.

El objetivo del análisis de una estructura es la predicción de su comportamiento bajo las diferentes acciones para las que se postule o establezca que debe tener capacidad de respuesta.

2.2.3.1. Tipos de Análisis

Hay diferentes tipos de análisis: el análisis estático, análisis térmico, análisis dinámico y análisis no lineal. (*op. cit*, p. 27). A continuación se describen cada uno de estos:

- Análisis estático: se caracteriza a este tipo de análisis el hecho de que las cargas actuantes sobre la estructura son independientes del tiempo.
- Análisis térmico: hace referencia a los estudios del efecto tensional y deformacional que los fenómenos de transferencia de calor y radiación ejercen en las estructuras.
- Análisis dinámico: se caracteriza a este tipo de análisis el hecho de que las cargas actuantes son variables con el tiempo debiendo requerirse la participación de las fuerzas de inercia en la estimación de la respuesta de la estructura.
- Análisis no lineal: este tipo de análisis está relacionado con el comportamiento inelástico del material de la estructura, la aparición de grandes deformaciones o la no linealidad geométrica de la estructura (topes, rozamientos, etc.).

2.2.4. Elementos Estructurales en Concreto Armado

Los elementos estructurales de una edificación, según Moreno (2015), “son aquellos elementos que soportan esfuerzos y deformaciones que tiene una determinada estructura”. Estos elementos se diseñan teniendo en cuenta las deformaciones permisibles y los esfuerzos admisibles.

Un elemento estructural diseñado en concreto armado está conformado por dos componentes: concreto y acero de refuerzo; la inclusión de este último material otorga al concreto la denominación de “armado” o “reforzado”. Se conoce que el concreto en masa es un material moldeable y con buenas propiedades mecánicas y de durabilidad, y aunque resiste tensiones y esfuerzos de compresión apreciables tiene una resistencia a la tracción muy reducida. Para resistir adecuadamente esfuerzos de torsión es necesario combinar este material con un esqueleto de acero. Este esqueleto tiene la misión de resistir las tensiones de tracción que aparecen en la estructura, mientras que el concreto resistirá la compresión (siendo más económico que el acero y ofreciendo propiedades de durabilidad adecuadas).

Hoy en día se emplean elementos estructurales de concreto armado en gran cantidad de edificaciones. Entre los elementos que conforman el sistema estructural de una edificación diseñada y construida en concreto armado (e incluso cualquier otro material) se tienen: losas, columnas, muros, fundaciones y vigas. Cada uno de estos posee características propias y cumplen determinadas funciones en pro de una óptima transmisión de cargas en el sistema estructural.

Como se indicó en el capítulo anterior, la investigación se centró en el análisis de vigas de concreto armado. A continuación se detalla el

fundamento teórico referente al estudio analítico de estos elementos estructurales.

2.2.5. Vigas

Park y Paulay (1988) definen a las vigas como “elementos estructurales que transmiten cargas externas transversales que provocan momentos flexionantes y fuerzas cortantes en su longitud”. En términos generales, las vigas de entrepiso son los elementos estructurales que transmiten las cargas del piso a los elementos verticales resistentes.

Respecto a las vigas de entrepiso, Alvarado, *et al.* (2004) señalan lo siguiente:

Las vigas de entrepiso se dividen en principales y secundarias. Las vigas principales forman parte del sistema resistente a cargas laterales, reciben la carga tributaria de las losas y de vigas secundarias y las transmiten directamente a las columnas, a las cuales se conectan a través de las “uniones”. Las vigas secundarias reciben las cargas tributarias de las losas y la transmiten a vigas primarias (p.75).

Las cargas que actúan sobre las vigas son transversales al eje longitudinal de las mismas, generándose principalmente esfuerzos de flexión y cortante. Generalmente no se generan esfuerzos axiales de tensión o compresión que sean significativos, por lo que comúnmente son despreciados en el diseño. Los efectos de torsión toman importancia en las vigas de borde de los tableros de entrepisos, o en vigas interiores cuando las cargas de los tableros adyacentes son bastante diferentes por lo que no están balanceadas.

2.2.5.1. Consideraciones de Vigas de Concreto Armado

Sánchez y Muñoz (2008) establecen que “en una viga de concreto reforzado el acero cumple la función de resistir a la tensión mientras que el concreto resiste solo a la compresión. El conjunto de los dos materiales garantiza una alta resistencia de la viga”.

Debido a las diferencias del comportamiento entre los dos materiales (acero y concreto), las vigas se diseñan de tal forma que la falla sea por fluencia del acero y no por aplastamiento del concreto, esto conlleva a que la gran mayoría de casos, se realicen los denominados diseños de vigas subreforzadas.

Además de lo anterior, cabe destacar que en vigas rectangulares debido a consideraciones de cargas u otras restricciones, puede suceder que el concreto no sea capaz de resistir a compresión, para esto es necesario colocar refuerzo en el lado sometido a compresión, dando como resultado una viga sobre-reforzada o doblemente reforzada.

2.2.6. Análisis de Vigas de Concreto sometidas a Flexión

De acuerdo a lo señalado por McCormac y Brown (2011), cuando una viga de concreto se somete a una carga dada y la misma se incrementa gradualmente hasta el punto de falla, tal miembro estructural pasa por tres diferentes etapas: la etapa del concreto no agrietado, la etapa con esfuerzos elásticos y concreto agrietado y la etapa de resistencia última. De acuerdo a esto, se considera una viga relativamente larga, de manera que los efectos cortantes no tienen un gran efecto en su comportamiento.

Una viga se encuentra en la etapa de concreto no agrietado cuando los esfuerzos de tensión son menores al módulo de ruptura, es decir, al esfuerzo de tensión por flexión bajo el cual el concreto empieza a agrietarse. En esta etapa toda la sección transversal de la viga resiste la flexión.

Por otra parte, una viga de concreto alcanza el estado de agrietamiento del concreto cuando la carga aplicada supera su módulo de ruptura, por lo cual empiezan a desarrollarse grietas en la parte inferior de la viga (Figura 1a).

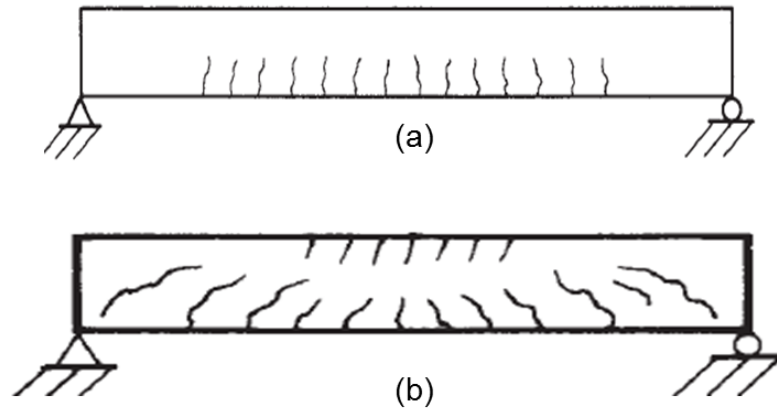


Figura 1. Viga de concreto en etapa de agrietamiento (a) y etapa de resistencia última (b).

Fuente: McCormac y Brown, 2011.

Finalmente, en la etapa de resistencia última las grietas se desplazan aún más a través de la sección transversal, alcanzándose un estado de no linealidad de los esfuerzos del concreto y una cedencia de las varillas de acero (Figura 1b).

Se consideró para el análisis de las vigas correspondientes a la investigación la etapa del concreto agrietado.

2.2.6.1. Análisis de Vigas. Etapa de Concreto Agrietado

Considérese una viga de sección rectangular. Al incrementarse la carga después de que el módulo de ruptura del concreto se ha excedido, comienzan a desarrollarse grietas en la parte inferior de la viga (*Ibídem*). El momento cuando comienzan a formarse las grietas, es decir, cuando los esfuerzos de tensión en la parte inferior de la viga son iguales al módulo de ruptura, se denomina momento de agrietamiento (M_{cr}). Al aumentar la carga,

estas grietas se extienden rápidamente hacia la vecindad del eje neutro, el cual comienza a desplazarse hacia arriba. Las grietas se presentan en aquellos lugares a lo largo de la viga, donde el momento real es mayor que el momento de agrietamiento (Figura 2).

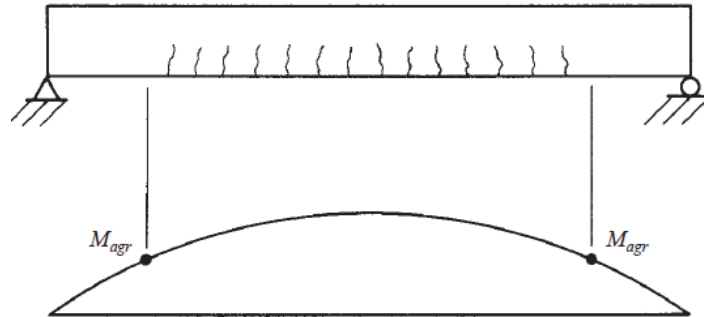


Figura 2. Grietas en zona de tensión del concreto. Fuente: McCormac y Brown, 2011.

Una vez que el lado inferior de la viga se ha agrietado, empieza una nueva etapa, porque obviamente el concreto en la zona agrietada no puede resistir esfuerzos de tensión; el acero debe resistirlos. Esta etapa continuará mientras los esfuerzos de compresión en las fibras superiores sean menores a aproximadamente la mitad de la resistencia a compresión (f'_c) del concreto y mientras el esfuerzo en el acero sea menor que su límite elástico. En la Figura 3 se representan los esfuerzos y deformaciones unitarias de esta fluctuación. En esta etapa los esfuerzos de compresión varían linealmente con la distancia del eje neutro o bien como una línea recta (*op. cit*, p. 31).

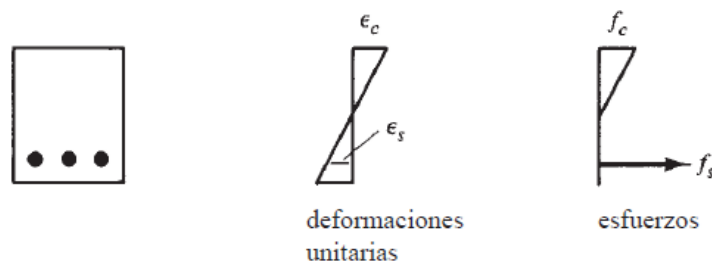


Figura 3. Deformaciones y esfuerzos en etapa del agrietamiento del concreto. Fuente: McCormac y Brown, 2011.

2.2.6.2. Comportamiento de una Viga de Concreto Agrietada

Cuando el momento flexionante es lo suficientemente grande que los esfuerzos de tensión en las fibras extremas resulten mayores que el módulo de ruptura, se supone que todo el concreto en el lado de tensión de la viga está agrietado y se puede desechar en los cálculos de flexión.

El momento de agrietamiento de una viga es normalmente muy pequeño comparado con el momento de carga de servicio. Así, cuando se aplican las cargas de servicio, el lecho inferior de la viga se agrieta. El agrietamiento de la viga no implica necesariamente que la viga vaya a fallar. Las varillas de refuerzo en el lado de tensión comienzan a absorber la tensión causada por el momento aplicado. (*op. cit*, p. 31).

Se supone que en el lado de tensión de la viga se da una adherencia perfecta entre las varillas de refuerzo y el concreto. Así, las deformaciones unitarias en el concreto y en el acero serán iguales a distancias iguales del eje neutro. Pero si las deformaciones unitarias en los dos materiales en un punto particular son las mismas, los esfuerzos correspondientes no serán iguales, ya que los módulos de elasticidad son diferentes. Así, los esfuerzos en los dos materiales serán proporcionales a la razón de sus módulos de elasticidad. La razón del módulo del acero al módulo del concreto se denomina razón modular (n), y se define matemáticamente mediante la Ecuación 1.

$$n = \frac{E_S}{E_C} \quad (Ec. 1)$$

Donde:

E_S : módulo de elasticidad del acero (aproximadamente 2.100.000 Kg/cm²)

E_C : módulo de elasticidad del concreto

El valor teórico de E_C puede obtenerse mediante la Ecuación 2, considerando unidades de Kg/cm².

$$E_C = 15100 \sqrt{f'_c} \quad (Ec.2)$$

Si la razón modular para una viga particular es 10, el esfuerzo en el acero será 10 veces el esfuerzo en el concreto a la misma distancia del eje neutro.

2.2.6.3. Sección Transformada de una Viga de Concreto Armado

Como se mencionó anteriormente, una vez que el concreto ubicado en la zona de tensión se agrieta, las varillas de acero empiezan a absorber la tensión causada por el momento aplicado. De esta forma, el área de acero (A_s) se reemplaza por un área equivalente de concreto ficticio, que supuestamente puede resistir dicha tensión. A esta área se le llama área transformada (nA_s) (Figura 4).

La sección transversal revisada resultante o sección transformada se trata igual que en las vigas hechas de un material homogéneo elástico. Mediante la sección transformada se pueden determinar los esfuerzos y momentos resistentes en vigas de concreto reforzado. El primer paso es localizar el eje neutro agrietado, que se supone situado a una distancia c de la superficie comprimida de la viga.

De acuerdo a lo establecido por, el valor de c viene dado por la Ecuación 3.

$$c = d \left[-n\rho + \sqrt{n\rho^2 + 2n\rho} \right] \quad (Ec.3)$$

Donde:

n : relación modular

ρ : porcentaje de acero de la sección

d: peralte efectivo de la sección, es decir, la altura (H) menos el recubrimiento de cálculo (r).

El porcentaje de acero de la sección se determina según mediante la Ecuación 4, donde “b” es la dimensión de la base de la viga.

$$\rho = \frac{As}{(b)(d)} \quad (Ec. 4)$$

Después de localizar el eje neutro, se calcula el momento de inercia de la sección transformada (I_{agri}), y los esfuerzos en el concreto y en el acero se calculan con la fórmula de la flexión.

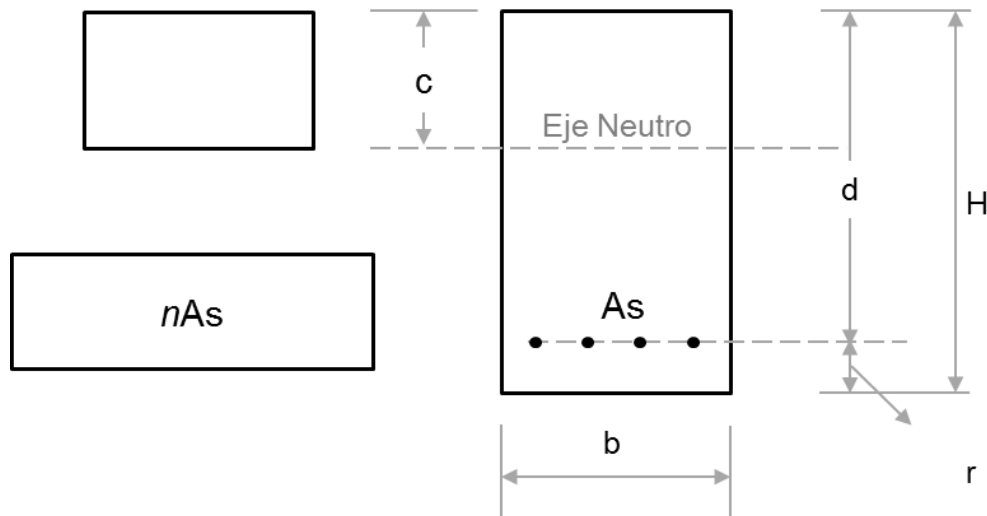


Figura 4. Sección transversal típica de una viga simplemente reforzada. Fuente: Autor

La Ecuación 5 define la inercia agrietada de la sección.

$$I_{AGRI} = \frac{bc^3}{3} + n As d - c^2 \quad (Ec. 5)$$

La inercia gruesa para una sección rectangular viene dada por la Ecuación 6.

$$I = \frac{b H^3}{12} \quad Ec. 6$$

2.2.7. Método de Elementos Finitos (MEF)

Según Beltrán (1999), en su libro Teoría General del Método de Elementos Finitos se define a este método desde el punto de vista matemático como “un procedimiento para resolver numéricamente problemas planteados mediante ecuaciones diferenciales”.

2.2.7.1. Fundamento del MEF

De acuerdo a lo planteado por Mejía (2004); “en todos los modelos de elementos finitos el dominio o continuo (el sólido en problemas de mecánica de sólidos) se divide en un número finito de formas simples denominadas elementos”.

En base a lo anterior, es importante destacar que las propiedades y las relaciones gobernantes del fenómeno estudiado se asumen sobre estos elementos, y a su vez se expresan de forma matemática en términos de valores desconocidos en puntos específicos de los elementos llamados nodos. Estos nodos sirven de conexión entre los elementos. En los modelos sólidos, los desplazamientos en cada elemento están directamente relacionados con los desplazamientos nodales, y los desplazamientos nodales se relacionan además con las deformaciones y esfuerzos en los elementos.

El MEF trata de seleccionar los desplazamientos nodales de forma que los esfuerzos estén en equilibrio (de forma aproximada) con las cargas aplicadas (*ibídem*). Cabe destacar que los desplazamientos nodales deben ser consistentes con cualquier restricción de movimiento de la estructura analizada.

El MEF convierte las condiciones de equilibrio en un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales o no lineales en función de los desplazamientos nodales. Después de obtener la solución de las ecuaciones

se pueden hallar las deformaciones y los esfuerzos en los elementos. A medida que se utiliza un mayor número de elementos para representar la estructura, los esfuerzos se acercan más al estado de equilibrio con las cargas aplicadas. Por tanto, un concepto importante en el uso del MEF es que un modelo de elementos finitos se aproxima a la solución real del problema a medida que se incrementa la densidad de elementos, lo cual conduce a la realización de un análisis de convergencia de la solución.

2.2.7.2. Conceptos Generales del MEF

Carnicero (2003), concibe la idea general del MEF de la siguiente manera:

Es la división de un continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo regirán también el del elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con un número de grados de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones, lineales o no (p.5).

En cualquier sistema a analizar se puede distinguir entre:

- Dominio: espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de contorno: variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema: cargas, desplazamientos, temperaturas, voltaje, focos de calor, etc.
- Incógnitas: variables del sistema que se desean conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema: desplazamientos, tensiones, temperaturas, etc.

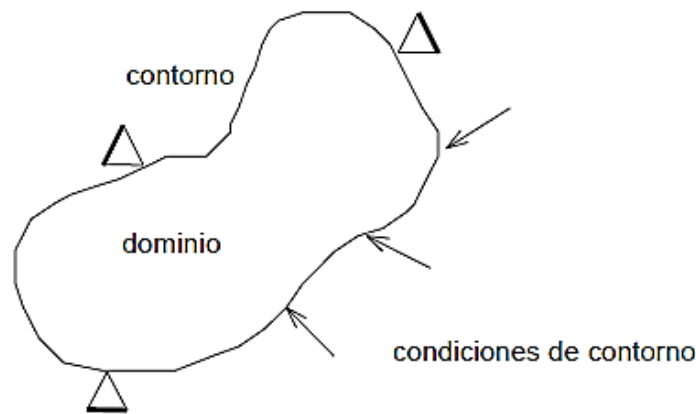


Figura 5. Componentes a considerar en el análisis por MEF. Fuente: Carnicero, 2003.

2.2.7.3. Procedimiento Generalizado de Solución usando el MEF

De esta manera, se plantea que la solución de cualquier problema utilizando el MEF se resume en ocho pasos (*op. cit*, p. 38), los cuales se muestran a continuación:

- Especificar la geometría. Esto puede hacerse dibujando la geometría directamente en el paquete de software o importando el modelo desde un modelador sólido.
- Definir el tipo de elemento y las propiedades del material.
- Enmallar el objeto, es decir, dividir el objeto o dominio en pequeños elementos.
- Aplicar las condiciones de frontera (restricciones) y las cargas externas.
- Generar una solución.
- Postprocesamiento. Los datos obtenidos como resultado pueden observarse a través de gráficas o dibujos.

- Refinar la malla. El MEF es un método aproximado, y como se mencionó con anterioridad la precisión de la solución se incrementa con el número de elementos usado. El número de elementos requeridos para obtener una respuesta confiable depende del problema específico; sin embargo, es recomendable siempre incrementar el número de elementos en el objeto y observar la variación entre los resultados.
- Interpretación de los resultados. Este paso es el más importante de todo el análisis, pues requiere de los conocimientos y la habilidad del sujeto que realiza el análisis para entender e interpretar los resultados arrojados por el programa. Este paso es crítico para lograr la aplicación de los resultados en la solución de los problemas reales, o para identificar los posibles errores cometidos durante la etapa de modelamiento.

2.2.7.4. Fuentes de Error

En la Figura 6 se muestran los pasos seguidos en la ejecución de un análisis empleando el MEF. Se observa que a través de un proceso de discretización se pasa de un sistema físico a un modelo discreto, que al ser solucionado permite obtener una solución discreta. La validez de la solución discreta puede verificarse en el modelo discreto, de donde se obtiene un error numérico en la solución de las ecuaciones. El resultado total del modelo se debe verificar contrastando los resultados con soluciones obtenidas por métodos experimentales o teóricos, lo cual constituye el proceso de validación del modelo (*ibídem*).

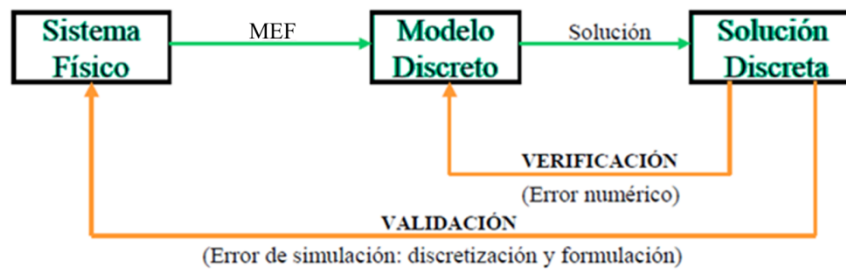


Figura 6. Uso del Método de Elementos Finitos. Fuente: Mejía, 2004.

Las tres principales fuentes de error en una solución típica de Elementos Finitos son entonces los errores de discretización, de formulación y los errores numéricos. Los errores de discretización resultan de transformar el sistema físico (continuo) en un modelo de Elementos Finitos, y pueden estar relacionados con el modelamiento de la forma externa del elemento, las condiciones de frontera, etc. Se deben básicamente a una pobre representación geométrica del elemento deseado, o a una simplificación excesiva del elemento representado. (*op. cit*, p. 37).

Los errores de formulación surgen del uso de elementos que no describen de forma precisa el comportamiento del problema físico. Los elementos usados para modelar problemas físicos para los que no son apropiados son llamados matemáticamente inapropiados o mal condicionados (*ill-conditioned*).

Los errores numéricos ocurren como resultado de los procedimientos numéricos de cálculo, e incluyen errores de truncamiento y de redondeo. Este error, por tanto, concierne más a los desarrolladores de software que a los usuarios.

2.2.7.5. Ventajas y Desventajas del MEF

El MEF es muy versátil y poderoso, y permite a los ingenieros obtener información del comportamiento de objetos de forma complicada bajo casi

cualquier carga imaginable (cargas puntuales, de presión, térmicas, fuerzas inerciales, cargas dependientes del tiempo). El MEF permite resolver problemas en estado estable o dependientes del tiempo, lineales o no lineales. Se pueden manejar materiales especiales: no homogéneos, ortotrópicos, anisotrópicos. Se pueden además considerar efectos especiales sobre los materiales: plasticidad, propiedades dependientes de la temperatura, etc.

Las ramas de aplicación del MEF son muy variadas, se pueden mencionar la Mecánica de Sólidos, Electromagnetismo, Mecánica de Fluidos, Transferencia de calor, Acústica, Biomecánica, entre otras. A nivel empresarial, las ventajas del MEF son notorias; la etapa de desarrollo de un producto se acorta, se pueden identificar problemas de diseño antes de fabricar un prototipo, se reducen las etapas de pruebas y error en el diseño de un nuevo producto, etc.

La principal limitación del MEF, radica en que la precisión de los resultados depende de la densidad de elementos utilizada. En análisis estructurales, cualquier región con alta concentración de esfuerzos debe ser cuidadosamente analizada mediante un enmallado suficientemente fino para obtener resultados confiables (*op. cit*, p. 37).

2.2.7.6. Consideraciones de utilización del MEF

Ya que los paquetes actuales de Elementos Finitos parecen resolver una amplia gama de problemáticas en muchas áreas, existe una tendencia a resolver problemas mecánicamente sin tomarse el trabajo de comprender la física y matemática relacionadas con tal problema. Los paquetes de Elementos Finitos se han vuelto casi indispensables en el diseño y análisis mecánico; sin embargo, han incrementado la posibilidad de error por parte de los usuarios. La versatilidad del método no salva la necesidad de realizar un

análisis detallado de los resultados que se obtengan previos a su aplicación en la solución de la problemática real. Los resultados pueden obtenerse tan bien presentados que fomentan gran confianza en el análisis, lo cual puede llevar a cometer errores incluso cuando se tiene plena confianza.

Por otra parte, se pueden producir grandes errores en el modelamiento debido al uso de opciones inadecuadas del programa, o debido al uso adecuado del programa pero con datos errados. Los resultados de un análisis empleando MEF no son confiables si el usuario no entiende cómo funciona el programa o si no tiene las nociones técnicas suficientes para entender los resultados arrojados por el mismo. Tales resultados deben ser comparados con las expectativas; se pueden obtener resultados alternos de modelos simplificados calculados a mano, o de gran experimentación en estructuras o elementos similares.

2.2.8. Análisis de Estructuras empleando el MEF

Hoy en día, mediante programas estructurales de elemento finitos se pueden calcular todo tipo de estructuras. Los programas de elementos finitos ofrecen resultados exactos frente a resultados obtenidos mediante cálculos manuales.

Según Lara (2011), para la resolución de estructuras por el método de cálculo mediante elementos finitos “se precisa el planteamiento de las matrices de rigidez de todos los elementos discretos y ensamblarlos adecuadamente con el fin de formar la matriz de rigidez [K] de la totalidad de la estructura”.

2.2.8.1. Fundamentos de Creación de un Modelo de Elementos Finitos

En relación a la creación de los modelos de elementos finitos en computador, se establece lo siguiente (*ibídem*):

A cada elemento finito estudiado aisladamente se le aplica la teoría clásica de cálculo, lo que es posible dada la forma sencilla elegida estableciéndose las condiciones de contorno y equilibrio a través de los nodos. Esta discretización de la estructura permite su resolución planteando un sistema de ecuaciones lineales y se aplica fácilmente a cualquier estructura por complicadas que sean sus características geométricas y condiciones de carga. Para llevar a cabo esto, se necesitan un gran número de operaciones matemáticas, que debido a naturaleza repetitiva se adaptan con total normalidad a la programación numérica y a su resolución con ordenador (p.3).

Fundamentalmente, la aplicación del MEF consiste en plantear para cada elemento finito la matriz de rigidez que relaciona las fuerzas con las deformaciones. A continuación se procede al ensamblaje de la matriz de rigidez total para toda la estructura.

Los elementos finitos se enlazan entre ellos solamente mediante los nodos, lo que significa que las condiciones de contorno de la estructura no se satisfacen a lo largo de los lados (*op. cit*, p. 43). No obstante, a veces, la elección adecuada de un modelo de deformación para los elementos finitos puede satisfacer esta condición en algunos elementos o en todos.

En general, dado que el método de cálculo mediante elementos finitos es un procedimiento aproximado, la precisión requerida aumenta directamente con el número de elementos empleados. Evidentemente, un mayor número de elementos necesita mayor tiempo de cálculo.

2.2.8.2. Consideraciones de Discretización del Modelo

La elección de la subdivisión más conveniente ha de realizarse de acuerdo con la experiencia, basándose, si es posible, en resultados obtenidos mediante ensayos. En cualquier caso, se deben poner en práctica

soluciones que hagan intervenir mallas de diferentes dimensiones con el fin de asegurar la convergencia de los resultados.

Resulta ventajoso en algunos casos utilizar una discretización gradual a fin de conseguir un estudio más detallado en aquellas zonas donde se tiene previsto que puedan concentrarse tensiones. Esta discretización resulta eficaz y rebaja el tiempo de cálculo sin perder precisión. No es posible concretar el número de elementos que se requieren para obtener en cada caso la solución más satisfactoria, ya que va a depender de la estructura objeto de estudio.

Al discretizar una estructura, las cargas externas aplicadas a la misma se sustituyen por sistemas de fuerzas equivalentes concentradas en los nodos. De existir cargas puntuales ha de distribuirse la malla de manera que los nodos coincidan con sus puntos de aplicación.

2.2.8.3. Etapas para el Análisis Estructural mediante el MEF por Computador

Se distinguen tres bloques bien diferenciados que componen el proceso de análisis de estructuras mediante el empleo del MEF (*op. cit*, p. 43). Se describen a continuación:

- Pre-procesamiento: el objetivo principal del preprocesador es conseguir la estructura mallada mediante nodos y elementos. Estos, son los puntos de control de la estructura mallada a través de los cuales se introducen datos y se obtienen resultados.
- Procesamiento: parte interna del proceso. Resolución de sistemas de ecuaciones a partir de los datos introducidos.
- Post-procesamiento: análisis de resultados.

En la Figura 7 se resumen las etapas principales en base a la programación con computador cuando se emplea el método de análisis de estructuras mediante elementos finitos.

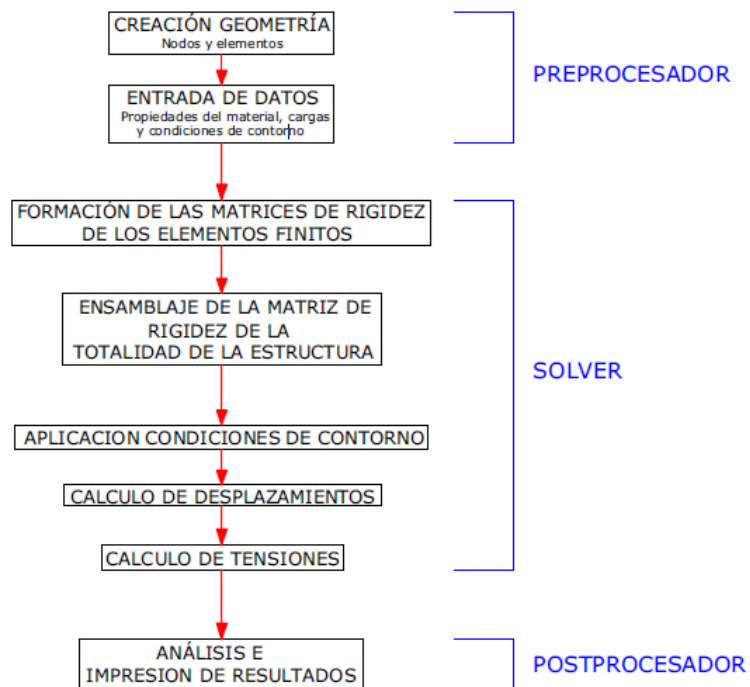


Figura 7. Esquema del proceso de análisis estructural por MEF empleando computador.

Fuente: Lara, 2011.

2.2.8.4. Software de Análisis. SAP2000

SAP2000 es un programa comercial de cálculo de estructuras. El origen de su nombre viene de sus siglas en inglés de *Structural Analysis Program* (Programa de Análisis Estructural). El SAP2000 es un programa de elementos finitos, con interfaz gráfico 3D orientado a objetos, preparado para realizar, de forma totalmente integrada, la modelación, análisis y dimensionamiento del más amplio conjunto de problemas de ingeniería de estructuras. Este programa computacional permite el análisis y diseño de estructuras en concreto armado, acero y otros materiales; conformadas por elementos estructurales como columnas, vigas, muros, entre otros.

2.2.8.5. Método de Elementos Finitos en SAP2000

Como se mencionó anteriormente, la aplicación del MEF en el análisis de estructuras permite conocer con mayor detalle y precisión la influencia que ejercen las solicitaciones en éstas desde el punto de vista de las deformaciones y tensiones, a fin de optimizar el diseño de los miembros estructurales. Para ello se emplean elementos de diversos tipos.

2.2.8.6. Elementos Finitos Tipo Área

En SAP2000, según Hernández (2008), los elementos de áreas son analizados a través del MEF. El programa establece tres tipos de elementos o modelos matemáticos de características diferentes, aplicables a determinados casos prácticos. Estos modelos difieren básicamente en su matriz de rigidez, la cual condiciona sus grados de libertad y su posible deformación dentro del sistema estructural.

- Tipo *Shell*: es un elemento que se deforma en su plano y fuera del plano. Permite modelar y obtener la deformada espacial de vigas, losas, muros o placas macizas resistentes a momentos, corte y fuerza axial. Además de esto, se vincula de manera rígida (monolítica) a las vigas de apoyos, es decir, induce fuerzas de corte, axial y momentos a sus apoyos.

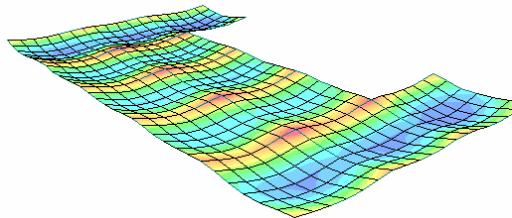


Figura 8. Modelo Tipo *Shell*. Fuente: Hernández, 2008.

- Tipo Membrana: es un elemento que solo se deforma en su plano. Se caracteriza por no permitir deformaciones fuera de su plano. Por otra

parte, permite modelar techos simplemente apoyados, debido a que transmite su carga a las vigas y/o correas por ancho tributario, de manera rígida. Se aplica para soffito metálico, losa de tableros, machihembrado, en general techos simplemente apoyados.

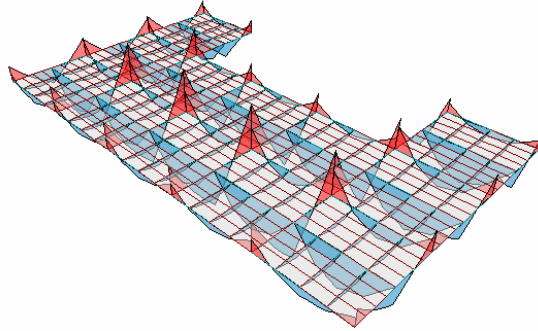


Figura 9. Modelo Tipo Membrana. Fuente: Hernández, 2008.

- Tipo *Plate*: Este tipo de elemento no se deforma en su plano. Tiene la particularidad de solo permitir deformaciones fuera de su plano. Cualquier carga en su plano genera su inestabilidad. Es equivalente al *Shell*, pero no permite cargas en su plano. Es aplicable a losas cuya flexión se produzca básicamente en una sola dirección.

Es importante destacar diversos aspectos, conociendo lo descrito anteriormente, para realizar el análisis de miembros estructurales, se hace necesario discretizar en múltiples diferenciales de áreas que permitan obtener deformadas más aproximadas y con ello un equilibrio de esfuerzos y fuerzas coherente, las cuales deberán ser interpretadas con criterio a fines de diseño. Así pues, en cada nodo generado producto de la discretización, podrá evaluarse su desplazamiento final para cualquier régimen de cargas.

En estos modelos, las vigas y columnas y en general cualquier elemento lineal, debidamente conectado, establecen las condiciones de contorno o frontera, las cuales condicionan directamente los niveles de

deformación y transmisión de fuerzas entre los elementos de áreas discretizados.

La transmisión de las cargas de las áreas a los elementos lineales (vigas, columnas) se realiza a través de los nodos. Esto quiere decir que si al discretizar un área determinada, sus nodos no coinciden con la directriz del elemento lineal de apoyo, este elemento queda totalmente desvinculado y sencillamente la losa o muro que se esté analizando obtiene un borde libre.

En el caso de los elementos de área tipo membrana, como ya se dijo antes, su deformación sólo ocurre en su plano. Esto trae como consecuencia que su estabilidad fuera del plano deba venir condicionada por la utilización de elementos de apoyos (vigas, correas, etc.). Bajo cargas perpendiculares al plano de la membrana, los elementos de apoyos son los que se encargan de resistir y definir la deformada del sistema. Las cargas transmitidas de las membranas a estos elementos se realizan por ancho tributario de nodos.

El software SAP2000 permite la creación de modelos de elementos finitos empleando elementos tipo área, considerando a su vez ciertos parámetros bajo los cuales estos son definidos. La investigación se centró en el análisis por MEF de vigas de concreto simplemente reforzado modeladas a través de elementos rectangulares tipo área, específicamente *Shell*.

2.2.9. Principio de Superposición

Cervera y Blanco (2001), en su libro *Mecánica de Estructuras*, afirman que el Principio de Superposición establece que los efectos que un sistema de fuerzas origina sobre una estructura son iguales a la suma de los efectos que originan cada una de las fuerzas del sistema actuando por separado.

De acuerdo a lo señalado anteriormente, se deduce que el estado final, es decir tensional y deformacional de una estructura sometida a un sistema de fuerzas no depende del orden de aplicación de dichas fuerzas. De tal

manera, se puede analizar el caso de una sollicitación compleja descomponiéndola en casos más simples de estudiar.

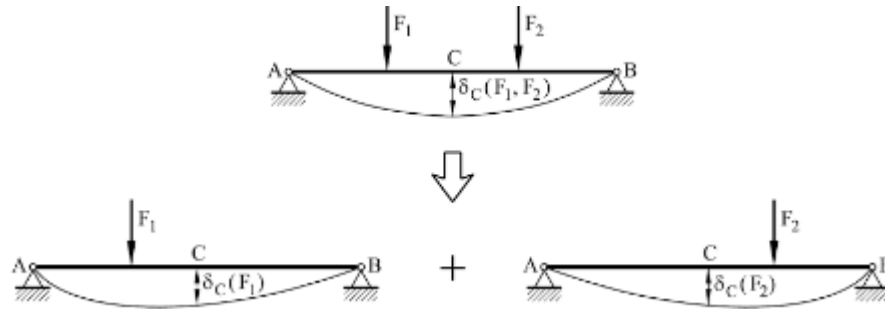


Figura 10. Implicaciones del Principio de Superposición. Fuente: Cervera y Blanco, 2001

En la Figura 10 se muestra una viga biapoyada sobre la que actúa un sistema de carga consistente en dos fuerzas puntuales; este sistema puede descomponerse en los dos sistemas más simples de la parte inferior de la figura. El Principio de Superposición implica que las reacciones, deflexiones, tensiones y deformaciones que provoca sobre la estructura el estado de cargas original son iguales a la suma de las reacciones, deflexiones, tensiones y deformaciones que provocan los estados en los que éste se descompone (*op. cit*, p. 49). Es importante señalar que el Principio de Superposición únicamente se aplica cuando el comportamiento de la estructura en cuestión se considera lineal ante la acción de cargas.

CAPÍTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1. Tipo de Investigación

La investigación realizada fue de tipo documental puesto que la misma estuvo fundamentada en la obtención de datos provenientes de materiales impresos, bibliografía especializada, fuentes electrónicas, entre otras. Para la ejecución del análisis correspondiente a los objetivos del estudio, se definió el modelo físico continuo en base a la bibliografía técnica de concreto estructural. Barrios (2006), define la Investigación Documental de la siguiente manera:

Se entiende por Investigación Documental, el estudio de problemas con el propósito de ampliar y profundizar el conocimiento de su naturaleza, con apoyo, principalmente, en trabajos previos, información y datos divulgados por medios impresos, audiovisuales o electrónicos. La originalidad del estudio se refleja en el enfoque, criterios, conceptualizaciones, reflexiones, conclusiones, recomendaciones y, en general, en el pensamiento del autor (p.12).

En este caso, y considerando lo planteado anteriormente, el estudio pretendió profundizar o ampliar el conocimiento sobre el análisis de miembros estructurales de concreto empleando el MEF. Todo esto, se realizó mediante el uso del software SAP2000, en base a las fuentes referenciales de carácter técnico y los requisitos mínimos del Código ACI 318-14 en relación a la utilización de este método.

3.2. Nivel de Investigación

Según Arias (1999), “la Investigación Explicativa busca el por qué de los hechos mediante el establecimiento de relaciones causa-efecto”. Por tanto los estudios explicativos son aquellos cuyos objetivos están concentrados en la explicación de relaciones causales entre variables, y van mucho más allá de la búsqueda de una cierta relación o asociación entre factores o circunstancias.

A través del análisis de los efectos de cargas en miembros de concreto empleando el MEF, se conoció de qué manera influyen la discretización de los modelos y la variación de las secciones transversales en el comportamiento de estos miembros; además se explicaron las posibles variaciones que se presentaron entre los resultados arrojados por los distintos casos. Cabe destacar que el estudio se centró en miembros sometidos a flexión (vigas).

3.3. Técnicas y Herramientas

3.3.1. Técnicas

3.3.1.1. Revisión Documental

Se obtuvo información de importancia sobre los puntos relevantes en el estudio. Se consultaron distintas referencias bibliográficas, manuales, y normas tales como:

- Norma internacional “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-14) y Comentario”.
- Libros de concreto estructural: McCormac y Brown (2011), Park y Paulay (1988).

- Libros técnicos relacionados con el MEF: López (2008), Beltrán (1999).

3.3.1.2. Análisis de Contenido

Según Heinemann (2003), el análisis de contenido “es un procedimiento de interpretación. El objeto de esta interpretación son los datos que se obtuvieron para los fines de la investigación”. Esta técnica se empleó para analizar los criterios establecidos en la bibliografía técnica especializada relacionados con el MEF, a fin de realizar los modelos matemáticos de forma adecuada.

3.3.1.3. Análisis Comparativo de Resultados

Trinidad (2006), indica que esta técnica implica “la búsqueda de semejanzas y diferencias a través del análisis de los incidentes contenidos en los datos. Comparando donde están las similitudes y las diferencias de los hechos”. Mediante ésta se pudo analizar, comparar y explicar los resultados cualitativos y cuantitativos de la investigación.

3.3.2. Herramientas y Equipos

- Computador portátil Síragon NB-3100
- Impresora Láser HP DeskJet 1200C
- Calculadora HP
- Dispositivo de almacenamiento masivo (pendrive) de 2.0 Gigabytes
- Software SAP 2000 Versión 18.
- Herramientas de oficina: tales como papel bond para la impresión de documentos, lápices, bolígrafos, etc.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1. Etapas del Proyecto

Para el desarrollo de esta investigación primeramente fue necesaria la realización de una revisión bibliográfica con el propósito de recabar información referente al tema de estudio. Se consultaron manuales y normas, específicamente el código “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-14) y Comentario”, así como también las fuentes bibliográficas o electrónicas especializadas en la materia de Elementos Finitos mencionadas en el capítulo anterior. Luego de esto, se describieron los requerimientos mínimos correspondientes a la aplicación del MEF para el análisis de los efectos de cargas en miembros de concreto estructural, establecidos por primera vez en el Código ACI 318-14.

Una vez ejecutadas las etapas descritas anteriormente, se procedió a la elección de los ejemplos que definieron los modelos físicos correspondientes a elementos estructurales sometidos a flexión, específicamente vigas de concreto simplemente reforzadas. Se consideraron dos ejemplos de vigas del libro Diseño de Concreto Reforzado de McCormac y Brown (2011); cabe destacar que esta bibliografía fue editada bajo los requerimientos del Código ACI 318.

Posteriormente, se realizó el análisis de la sección de las vigas de concreto seleccionadas. Específicamente, este análisis abarcó el cálculo de la ubicación del eje neutro para sección agrietada, la inercia total y agrietada para la sección de cada viga y las deflexiones máximas teóricas.

Se modelaron las vigas a través del programa computacional SAP2000 versión 18 empleando elementos tipo área, específicamente *Shell*. Luego de esto, se definieron diez (10) casos de discretización para cada modelo de viga; cada caso correspondió a un Porcentaje de Discretización (P_d) calculado en función al lado de mayor dimensión del elemento finito y la luz de la viga.

Se procedió a calcular un Factor de Inercia (F_i) y una Altura Transformada (H_t) con los datos del análisis de la sección previo. El cálculo de estos parámetros estableció los casos de análisis para cada una de las vigas. Para efectos de la comparación de los resultados del análisis mediante el MEF no se consideraron momentos flectores ni esfuerzos internos, únicamente las deflexiones máximas.

Luego de obtener los resultados para cada caso de análisis, de acuerdo a los parámetros previamente calculados, se elaboraron los gráficos correspondientes considerando los valores de porcentaje de discretización y las deflexiones máximas obtenidas del programa.

Se determinó la discretización óptima para cada caso de análisis y un porcentaje de error calculado. Se verificó la aplicabilidad del Principio de Superposición en el análisis por MEF bajo ciertas condiciones. Finalmente se confeccionó una guía metodológica introductoria referente al uso del MEF para el análisis de miembros de concreto armado empleando el software SAP2000.

4.2. Requerimientos del Código ACI 318-14 en relación a la Aplicación del MEF

El reglamento ACI 318 es el código que incluye los requisitos para el diseño de estructuras de concreto, que es utilizado básicamente en los Estados Unidos de Norteamérica (EUA). Sin embargo, a pesar de esto, el

código ACI es una de las principales herramientas y fuentes de información técnica relacionada con el manejo del concreto, así como uno de los reglamentos de mayor influencia a nivel mundial.

La reestructuración del Código ACI 318-11 abarca la actualización de diversos puntos referentes al análisis y diseño de miembros estructurales de concreto armado; dicha actualización da cabida al nuevo Código ACI 318-14. En esta normativa, se presentan nuevos criterios y requerimientos establecidos en base a investigaciones realizadas por profesionales de la ingeniería, y demás disciplinas. Haciendo referencia a los cambios más notables, se tienen mayores exigencias en los requisitos de confinamiento de columnas, muros, armado de losas y diafragma estructural; estos cambios surgen por la tendencia de los últimos movimientos sísmicos ocurridos a nivel mundial en los últimos cuatro años.

Por otra parte, la reorganización del reglamento busca facilitar la comprensión del mismo desde la perspectiva de los diseñadores, por ello se dividen los capítulos por elementos estructurales (vigas, columnas, losas, muros, entre otros), que incluye el diseño integral y sus reglas, sin abandonar los temas de las acciones de flexión, de carga axial, de cortante, entre otras.

Además de lo anterior, se presentan cambios significativos en lo inherente al análisis de estructuras de concreto armado, específicamente lo relacionado con los métodos de análisis estructural. Se incluye por primera vez en el Código ACI 318 una sección en la cual se describen los requerimientos mínimos que determinan la aceptabilidad del MEF para el análisis de los efectos generados por las cargas en miembros de concreto armado.

El MEF constituye una de las herramientas más valiosas para los ingenieros en el análisis de estructuras altamente sofisticadas, para las

cuales no hay modelos ni procedimientos matemáticos. Por esta razón, al incluirse este método en el nuevo reglamento ACI 318-14, se reconoce la importancia del mismo en los procedimientos de análisis estructural. Por otro lado, se oficializa el uso del MEF, puesto que se establecen patrones o criterios mínimos que determinan su aceptabilidad en el análisis de estructuras.

4.2.1. Criterios de Aceptabilidad del Análisis Estructural empleando el MEF

El capítulo 6 del Código ACI 318-14 abarca los criterios relacionados con el análisis de las estructuras de concreto armado en relación a los efectos de las cargas actuantes. En la sección 6.9 de este capítulo de la norma, se establecen los requerimientos mínimos que determinan la aceptabilidad del MEF para el análisis estructural. Dicha sección está conformada específicamente por los requisitos que se describen a continuación.

4.2.1.1. Aceptabilidad del MEF

Se establece en el Código ACI 318-14 lo siguiente: “se permite utilizar un análisis con elementos finitos para determinar el efecto de las cargas”. Por primera vez en la historia del reglamento, se introduce esta sección a fin de reconocer un método ampliamente utilizado dentro del campo de la Ingeniería Estructural, como lo es el MEF. Es importante destacar que, durante las últimas décadas, la aplicación del MEF en los procedimientos de análisis de estructuras se había basado únicamente en el criterio y la experiencia de los profesionales en la materia, tomando como referencia lo planteado en la bibliografía técnica especializada.

Las investigaciones dentro del área de la Ingeniería Estructural y los sistemas computacionales de análisis de estructuras que se han desarrollado

en los últimos años (programas informáticos), tuvieron una amplia relevancia a la hora de incluir el MEF en el nuevo reglamento del ACI; las nuevas tendencias de la tecnología “obligan” a los organismos encargados de establecer las normativas a considerar los avances informáticos o computacionales al momento de realizar actualizaciones en los códigos competentes.

4.2.1.2. Modelo de Elementos Finitos

La sección 6.9.2 del Código ACI 318-14 señala: “el modelo de elementos finitos debe ser apropiado para el propósito que se utilice”. El profesional encargado de ejecutar el análisis estructural a través del MEF deberá establecer el modelo adecuado de acuerdo a lo establecido en el código, apoyándose a su vez en la bibliografía técnica especializada. Además de esto, el analista deberá seleccionar un programa de software computacional, el tipo de elemento, el modelo de malla, y otras suposiciones de modelado.

Por otra parte, el código en cuestión establece que para el análisis de estructuras empleando el MEF son válidos varios programas computacionales, incluyendo aquellos que realizan análisis estático, dinámico, elástico e inelástico. Sin embargo, la norma no indica expresamente los programas recomendados para tal fin. Es importante destacar que el análisis por MEF puede efectuarse de forma manual; sin embargo, dada la complejidad del procedimiento matemático y a fin de disminuir el margen de error de cálculo, se recomienda el empleo de programas computacionales para la aplicación del método.

En relación a los tipos de elementos que se emplean en el análisis por MEF, el Código ACI 318-14 expresa que Los tipos de elementos utilizados deben ser capaces de determinar la respuesta requerida. Los modelos de

elementos finitos pueden incluir elementos tipo viga-columna para modelar miembros de pórticos, como pueden ser las vigas y columnas; complementados con elementos de esfuerzo plano; elementos de placa; elementos de cascarón o elementos tipo ladrillo, o ambos, que pueden ser utilizados para modelar las losas de los pisos, losas de cimentación, diafragmas, muros y conexiones.

Por otro lado, el código hace referencia al tamaño del modelo de malla a emplearse en los análisis por MEF. El mismo debe ser capaz de determinar la respuesta estructural con suficiente detalle, es decir, con un margen de error mínimo. La discretización de los modelos estructurales depende de diversos factores señalados en puntos anteriores de la investigación. A su vez, la norma permite el uso de cualquier conjunto de suposiciones razonables para la rigidez de los miembros, en base al criterio del analista y los principios del análisis estructural.

4.2.1.3. Análisis Inelástico por MEF

Cuando el comportamiento de un miembro estructural se considera no lineal, es necesario tomar en cuenta diversos factores al momento de ejecutar el análisis por MEF. El Código ACI 318-14 establece que para el análisis inelástico de estructuras de concreto armado se debe realizar un análisis independiente para cada combinación de mayoración de carga. En términos generales, la norma señala que para este tipo de análisis no aplica el Principio de Superposición de Cargas. Esto significa, por ejemplo, que para determinar la respuesta inelástica última del miembro no es correcto analizar los efectos de las cargas de servicio y posteriormente combinar linealmente los resultados utilizando factores de carga. Debe realizarse un análisis inelástico independiente para cada combinación de mayoración de carga.

En resumen, si se pretende emplear el MEF para la ejecución del análisis de un elemento estructural dentro del rango no lineal, de acuerdo al código, no es válido analizar las cargas actuantes por separado para luego, una vez obtenidos los resultados a través del MEF, superponer o sumar los mismos para establecer una respuesta final. A tal efecto, es necesario ejecutar el análisis tomando en cuenta todas las acciones actuantes sobre el miembro estructural.

4.2.1.4. Consideraciones adicionales

Además de los puntos del Código ACI 318-14 descritos anteriormente, se establecen consideraciones adicionales en la norma respecto a la aceptabilidad del MEF para el análisis estructural. Una vez aplicado el MEF, el analista encargado deberá confirmar que los resultados sean los adecuados para los fines del análisis. Es decir, se deberán verificar las tensiones y deformaciones obtenidas; por otra parte, se determinará el error matemático inherente al procedimiento de aplicación del MEF.

Adicionalmente, a fin de evitar errores considerables inherentes a la realización de los modelos matemáticos en los análisis por MEF, el código en cuestión señala que las dimensiones de las secciones de cada miembro usadas en el análisis no deben variar en más de 10 por ciento de las dimensiones de los miembros especificadas en los documentos de construcción. De lo contrario debe repetirse el análisis bajo estas consideraciones.

4.3. Casos de Vigas

Para la realización de los modelos matemáticos correspondientes al análisis por MEF, se seleccionaron dos ejemplos de vigas de concreto simplemente reforzadas del libro Diseño de Concreto Reforzado señalado anteriormente. Como se mencionó, esta bibliografía fue editada bajo los

requerimientos del Código ACI 318. Para ambos casos se considera un concreto con una resistencia a la compresión (f'_c) de 250 Kg/cm^2 .

Se tomaron en cuenta únicamente los valores de las deflexiones máximas, las inercias agrietadas de las secciones, y la ubicación del eje neutro agrietado para cada una de estas vigas a fin de establecer los parámetros del análisis por MEF. El cálculo de estos valores se muestra en los anexos A y B. Como se indicó anteriormente, de acuerdo al alcance de la investigación, no se tomaron en cuenta los momentos flectores ni los esfuerzos internos generados por las cargas.

4.3.1. Viga 1

La Viga 1 se encuentra simplemente apoyada y tiene una luz de 7,32 m. Posee una carga uniformemente distribuida en toda su luz de $2231,79 \text{ Kg/m}$, tal y como se detalla en la Figura 11. Las características y dimensiones de su sección transversal se muestran en la Figura 12.

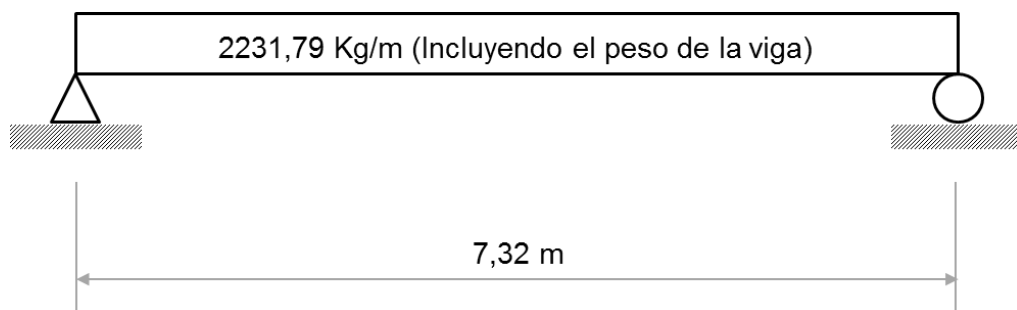


Figura 11. Dimensiones de Viga 1. Fuente: McCormac y Brown, 2011.

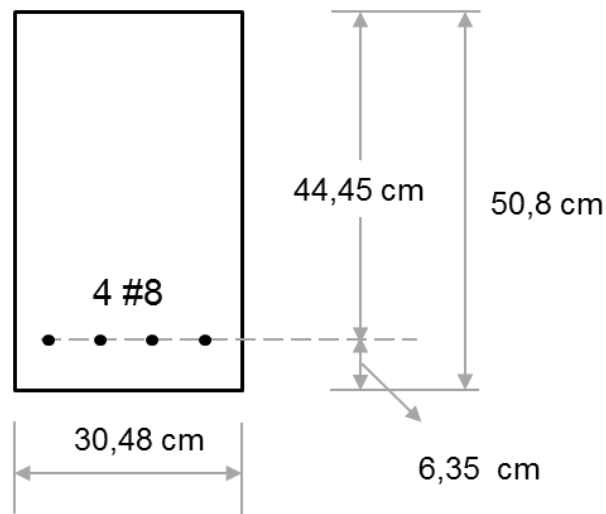


Figura 12. Características y dimensiones de la sección transversal de la Viga 1. Fuente: McCormac y Brown, 2011.

La Viga 1 posee cuatro (4) barras de acero longitudinal número ocho (8), por lo cual el área de acero de la sección transversal corresponde a $20,27 \text{ cm}^2$. En el Anexo A se detalla el cálculo correspondiente al análisis de la sección transversal de la Viga 1.

4.3.2. Viga 2

La Viga 2 se encuentra simplemente apoyada y tiene una luz de 9,15 m. Posee una carga uniformemente distribuida en toda su luz de $2976,31 \text{ Kg/m}$, además de una carga puntual de $13607,77 \text{ Kg}$ ubicada a 3,05 m del extremo izquierdo de la viga, como se muestra en la Figura 13. Las características y dimensiones de su sección transversal se muestran en la Figura 14.

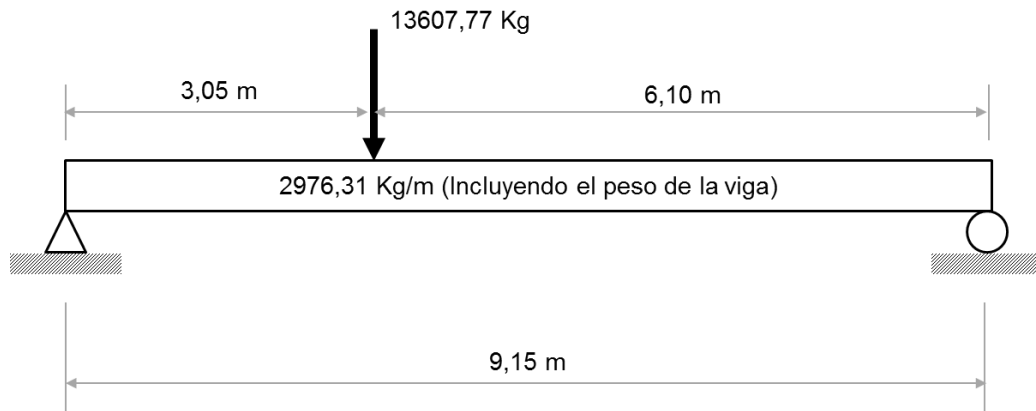


Figura 13. Dimensiones de Viga 2. Fuente: McCormac y Brown, 2011.

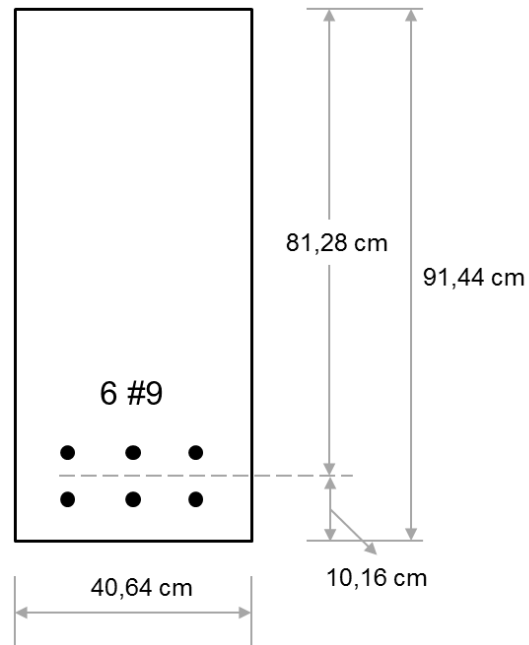


Figura 14. Características y dimensiones de la sección transversal de la Viga 2. Fuente: McCormac y Brown, 2011.

La Viga 2 posee cuatro (6) barras de acero longitudinal número nueve (9), por lo cual el área de acero de la sección transversal corresponde a $38,48 \text{ cm}^2$. En el Anexo B se detalla el cálculo correspondiente al análisis de la sección transversal de la Viga 2.

4.3.2.1. Deflexión Máxima Teórica. Viga 2

En este caso, la viga está sometida a una carga uniformemente distribuida en toda su luz y a una carga puntual. Para agilizar el cálculo, se obtuvo la deflexión máxima a través del programa SAP2000, mediante un modelo *Beam* bajo las consideraciones anteriormente señaladas. En la Figura 15 se muestra el modelo *Beam* de la Viga 2 realizado en el software estructural ya mencionado.

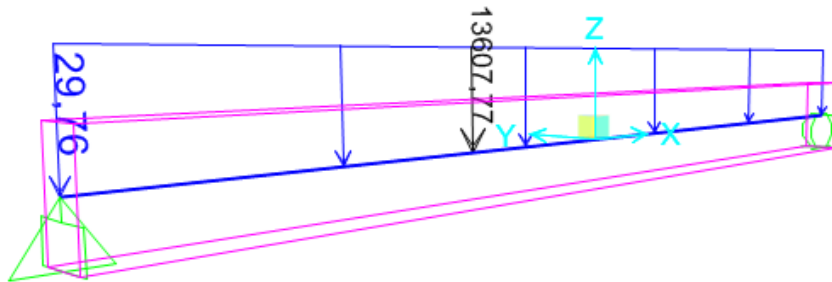


Figura 15. Modelo Beam de la Viga 2 en SAP2000. Fuente: Autor.

En el Anexo Ñ se muestra el reporte del programa SAP2000 con los resultados correspondientes al análisis estructural de este modelo (momento actuante máximo y deflexión máxima).

4.4. Modelado de Vigas en SAP2000 para el Análisis por MEF

Se empleó el programa computacional SAP2000 en su versión 18 para el modelado de las vigas 1 y 2 descritas anteriormente. Estos miembros estructurales se modelaron mediante el uso de elementos tipo *Shell*. A continuación se describe el procedimiento general empleado en ambos casos de vigas.

4.4.1. Procedimiento de Modelado de Vigas

El procedimiento de modelado de las vigas objeto de estudio fue similar para ambos ejemplos. La diferencia entre los casos radica en que la Viga 1 está sometida únicamente a una carga distribuida, mientras que la Viga 2

además de soportar una carga de este tipo, también soporta una carga puntual, como se indicó anteriormente.

Por otra parte, los casos de discretización de la Viga 1 se diferenciaron de las discretizaciones planteadas para la Viga 2, como se estableció en la sección anterior.

4.4.1.1. Inicio del Programa

Primeramente se dio inicio al software estructural. En el menú *File*, se seleccionó la opción *New Model*. Al seleccionar esta opción, surgió una ventana del mismo nombre, como se muestra en la Figura 16. Se tildó la casilla *Blank* a fin de generar un modelo en blanco; posteriormente se editó en función al modelo del miembro estructural.

Se verificaron las unidades en las cuales se realizó el procedimiento de análisis. En este caso, se seleccionó en la casilla inferior derecha de la ventana principal del programa las unidades Kilogramos, Centímetros, Grados Centígrados (Kg, cm, C).

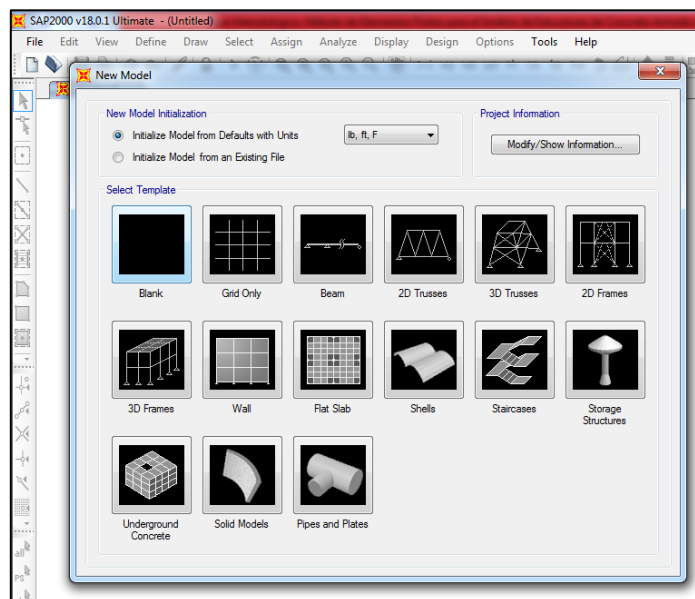


Figura 16. Inicio del programa SAP2000 y selección del modelo. Fuente: Autor.

Una vez seleccionado el tipo de modelo inicial, en este caso *Blank*, se realizó la edición de las líneas de referencia de acuerdo a las dimensiones de la viga a modelar. Para ello, se hizo clic en el botón derecho del mouse y se seleccionó la opción *Edit Grid Data*, como se indica en la Figura 17.

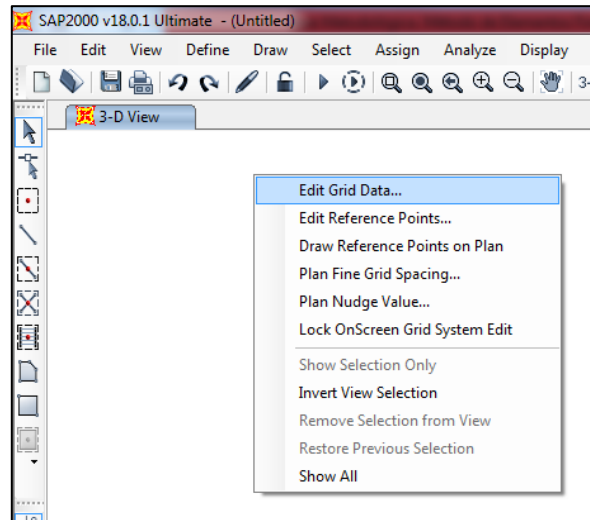


Figura 17. Edición de líneas de referencia del modelo en SAP2000. Fuente: Autor.

Se seleccionó el sistema *Global* y posteriormente se tildó *Modify/Show System* (Figura 18).

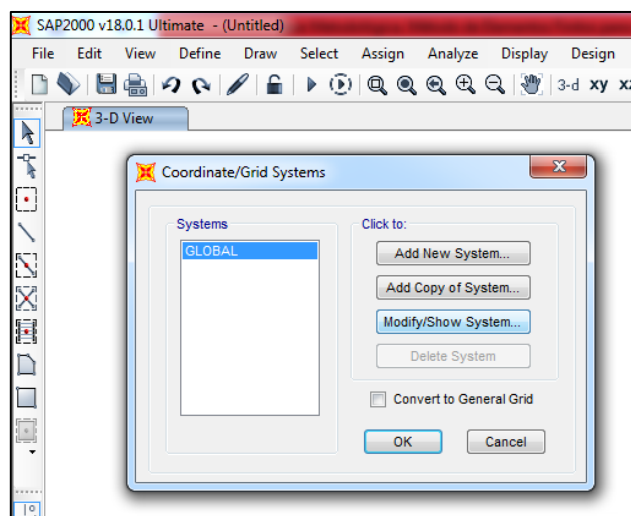


Figura 18. Opción de modificación de datos de líneas de referencia. Fuente: Autor

Una vez realizado este paso, surgió la ventana *Define Grid System Data*, mostrada en la Figura 19.

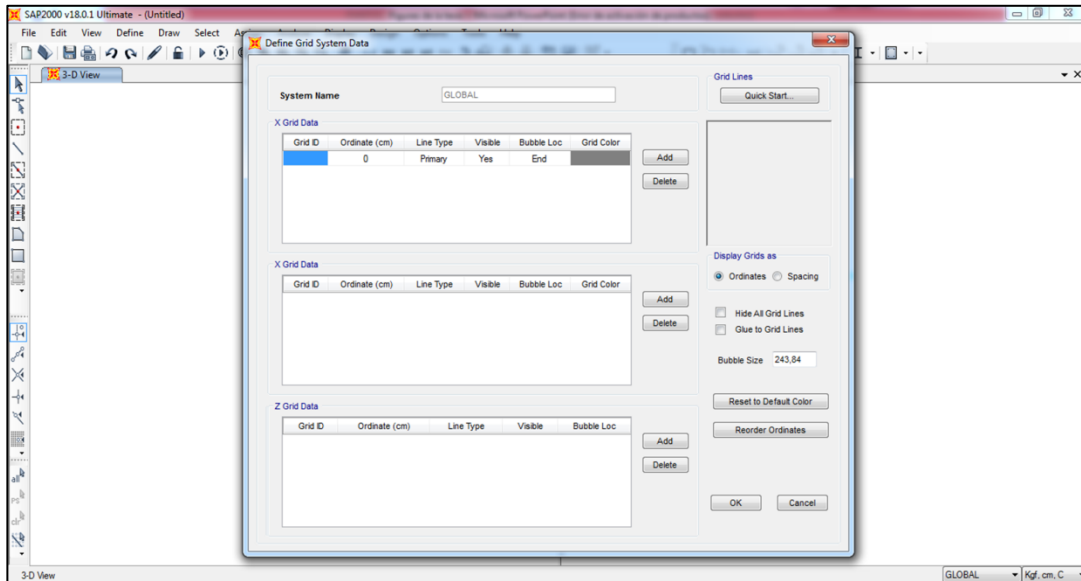


Figura 19. Ventana de definición del sistema de referencia del modelo. Fuente: Autor.

En la ventana *Define Grid System Data* se modificaron los datos de las líneas de referencia de acuerdo a las dimensiones de la viga en cuestión (Figura 20). En este caso, se consideró el eje Y para la luz de la viga y el eje X para su ancho. El eje Z correspondió a la altura, sin embargo, ésta fue definida en otra sección del programa.

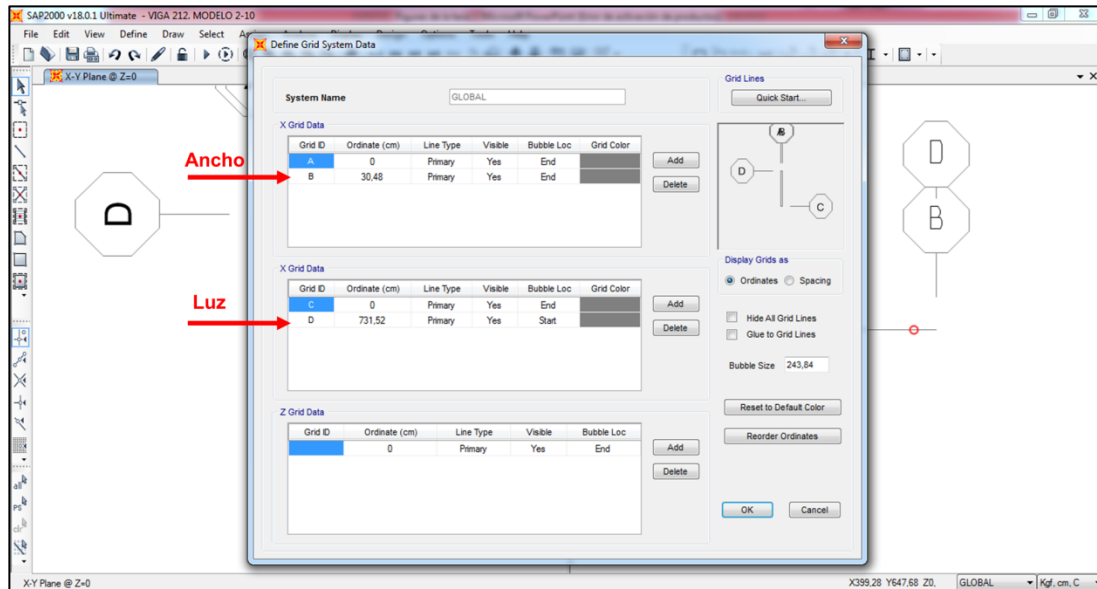


Figura 20. Definición de líneas de referencia en función a las dimensiones del miembro estructural. Fuente: Autor

Una vez establecidas todas las líneas de referencia en función a las dimensiones de la viga, se presionó el botón *OK*. Se procedió a la definición del material y la sección transversal del miembro estructural.

4.4.1.2. Definición de Materiales y Sección Transversal

Para definir las propiedades del material, se desplegó el menú *Define* en la ventana principal del programa y se seleccionó la opción *Materials*, como se muestra en la Figura 21. Posteriormente, se tildó el botón *New Material*, y se estableció el tipo de material (concreto). Se asignó un nombre al nuevo material, en este caso “FC250”, y se definieron las propiedades de módulo de elasticidad y resistencia a la compresión del mismo de acuerdo a los datos iniciales, como se detalla en la Figura 22.

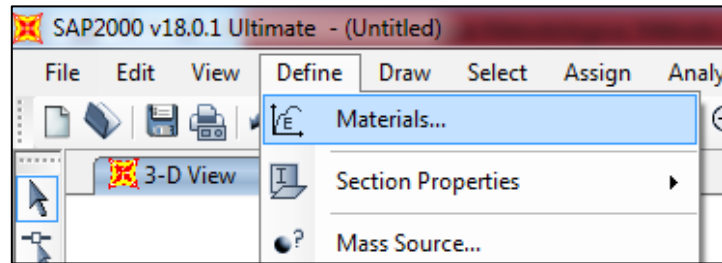


Figura 21. Selección del submenú para ingresar propiedades del material. Fuente: Autor.

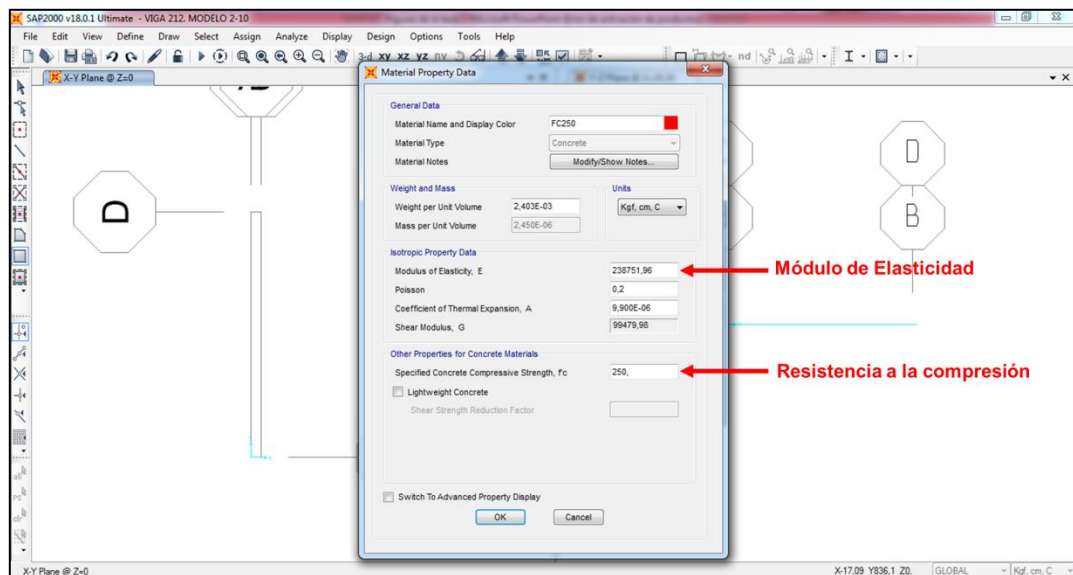


Figura 22. Ingreso de propiedades del concreto en el programa. Fuente: Autor.

Una vez establecido el material con las propiedades especificadas anteriormente, se realizó la definición de la sección transversal correspondiente a la viga inherente al análisis. Para ello se desplegó el menú *Define*. En el submenú *Section Properties* se seleccionó la opción *Area Sections* (Figura 23). Se consideró esta opción puesto que el análisis se realizó en base a elementos de área tipo *Shell*, por ende las secciones transversales de las vigas se definieron de acuerdo a este paso.

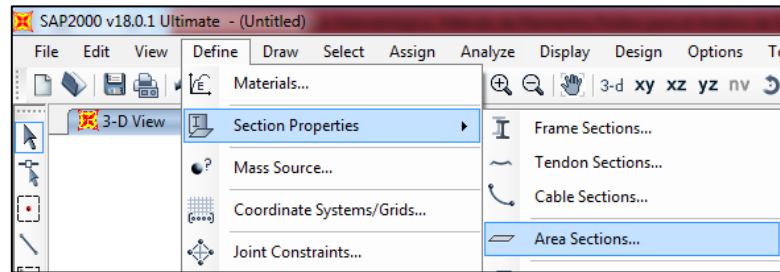


Figura 23. Selección de opción para definir sección transversal. Fuente: Autor.

En la ventana *Area Sections* mostrada en la Figura 24, se seleccionó la opción *Add New Section* para definir una nueva sección transversal.

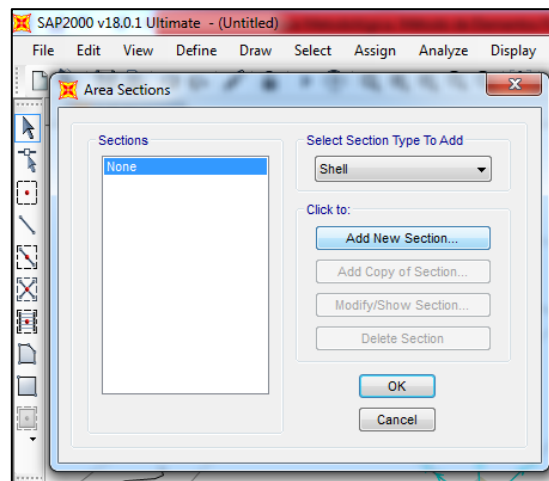


Figura 24. Creación de una nueva sección transversal. Fuente: Autor.

Se definieron las propiedades de la sección transversal para la viga en la ventana *Shell Section Data*, como se indica en la Figura 25. Se estableció el tipo de elemento en la columna *Type*, en este caso *Shell Thin* por considerarse elementos delgados. Por otra parte, se definió la altura de la viga (dirección *Z*) en la casilla *Membrane*. El valor de *Bending* define la altura que se considerará para la inercia de la sección transversal.

Además de lo anterior, se seleccionó el material definido previamente (FC250) y se le asignó el nombre a la sección correspondiente al modelo de la viga en cuestión. No se consideró la asignación de acero a los elementos

tipo área. Para efectos de este análisis, el área de acero se tomó en cuenta en las inercias de las secciones agrietadas, empleadas para la obtención de los parámetros de análisis.

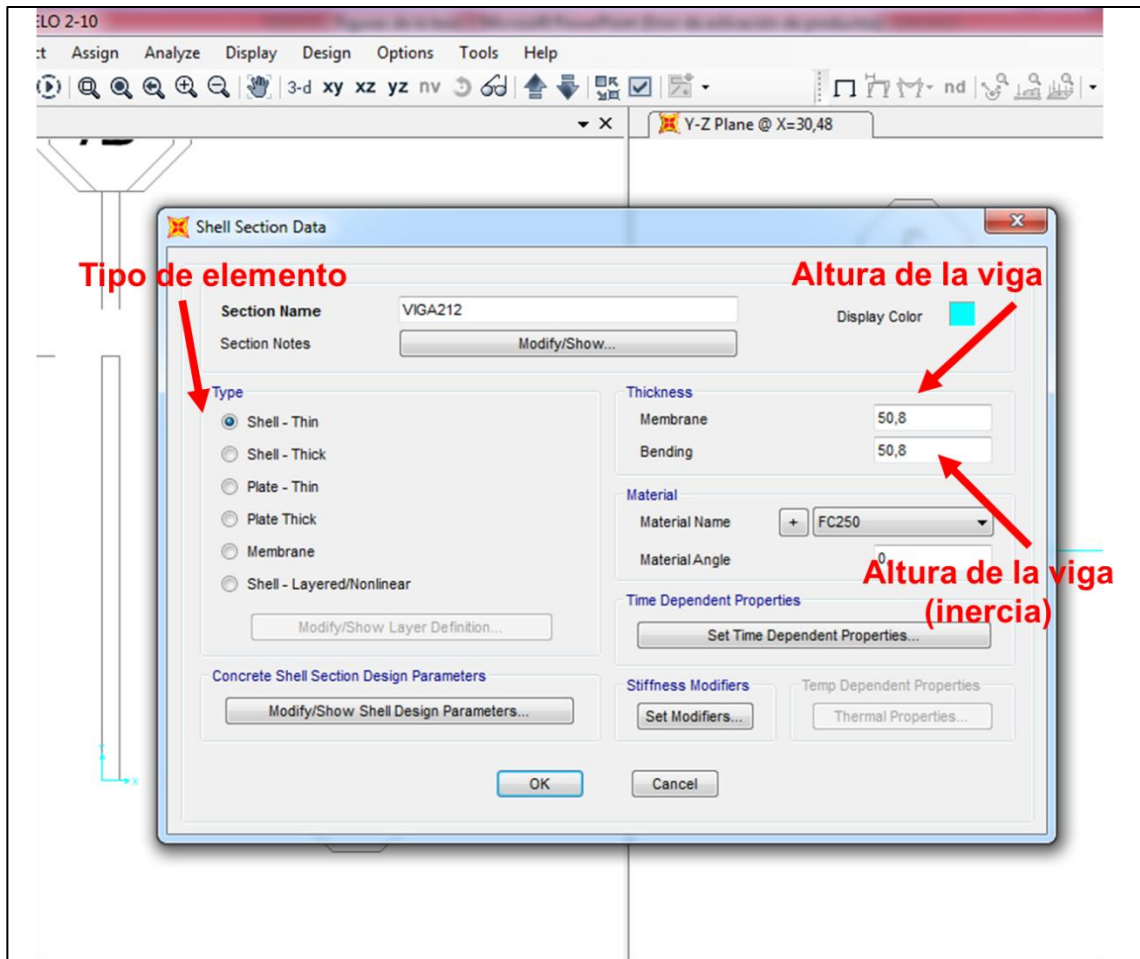


Figura 25. Ingreso de características de sección transversal. Fuente: Autor.

Una vez llevada a cabo la definición del material y de la sección transversal correspondiente a la viga objeto de estudio, se procedió a trazar el elemento área sobre las líneas de referencia previamente establecidas.

4.4.1.3. Trazado del Elemento Área y Restricciones

En el panel izquierdo, se tildó la opción *Draw Rectangular Area* (Trazar Área Rectangular), como se detalla en la Figura 26, y posteriormente se

seleccionaron dos extremos de las líneas de referencia. Finalmente, se trazó el elemento área con la sección transversal previamente cargada (Figura 27).

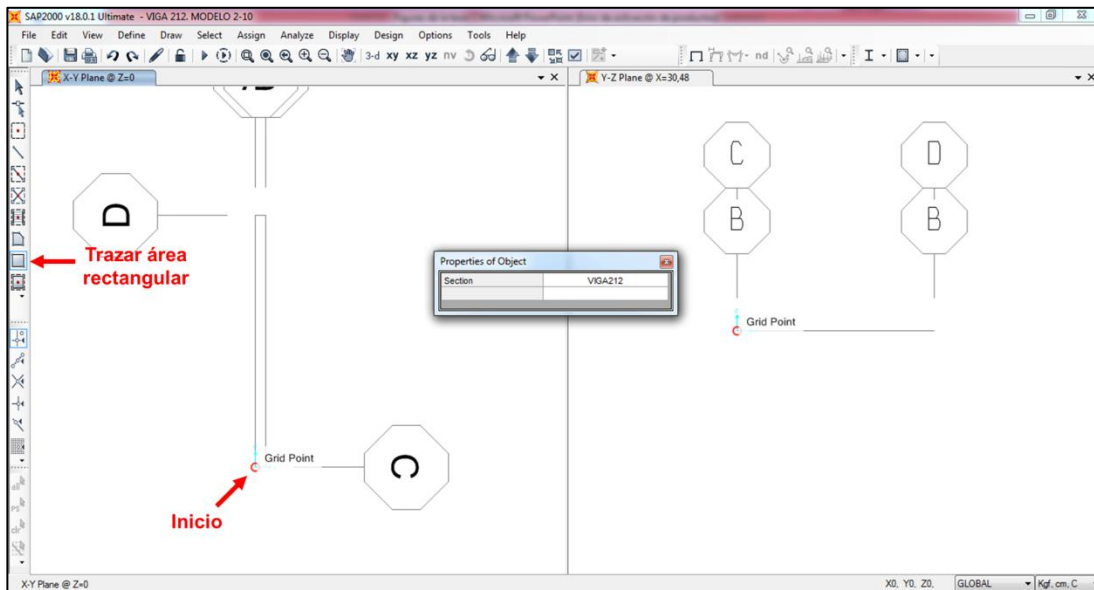


Figura 26. Punto inicial del trazado del área. Fuente: Autor.

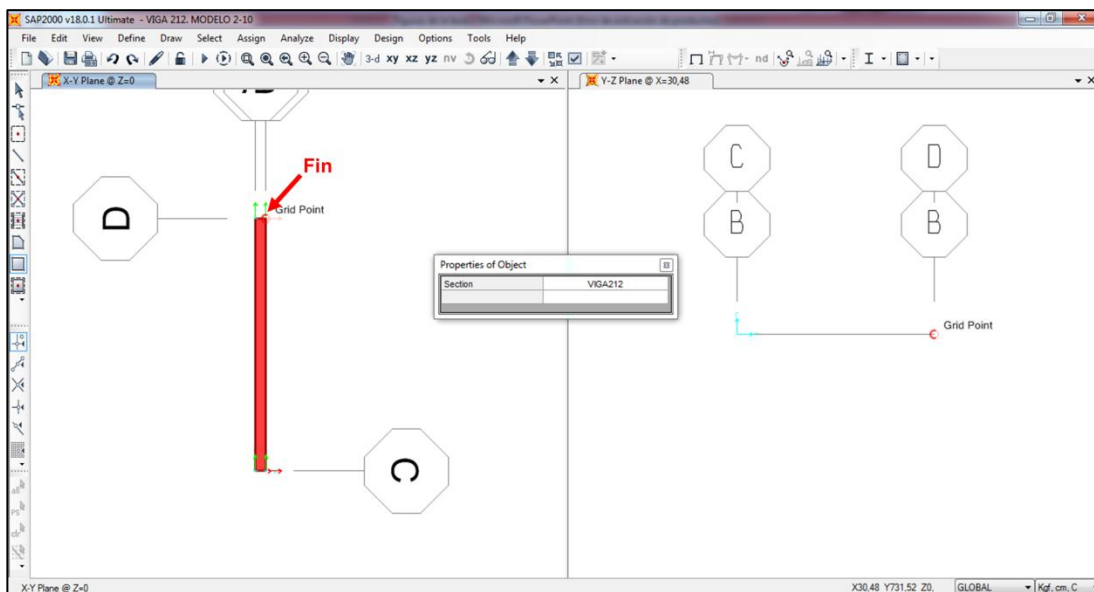


Figura 27. Punto final del trazado del área. Fuente: Autor.

Se asignaron los apoyos en los extremos del elemento área anteriormente definido. Para ello, se seleccionaron los puntos correspondientes a los extremos del elemento rectangular, en este caso dos (2) puntos, como se muestra en la Figura 28.

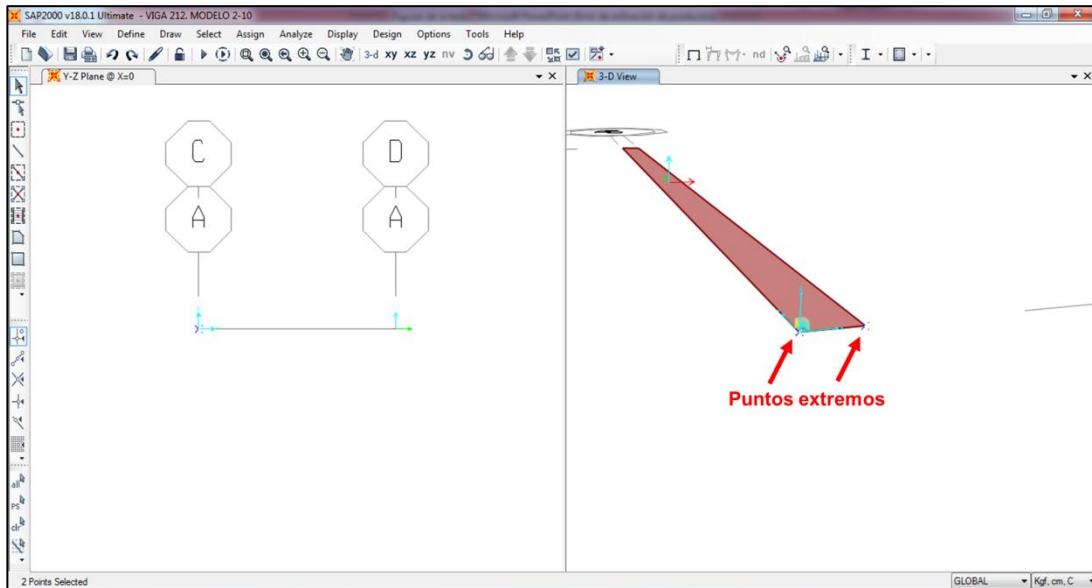


Figura 28. Puntos extremos del elemento área. Fuente: Autor.

Posteriormente, se desplegó el menú *Assign*; en el submenú *Joint* se tildó la opción *Restraints* (Figura 29). En la ventana emergente *Assign Joint Restraints* se seleccionó un apoyo simple para ese punto en específico (Figura 30), de acuerdo a los datos iniciales correspondientes a la viga.

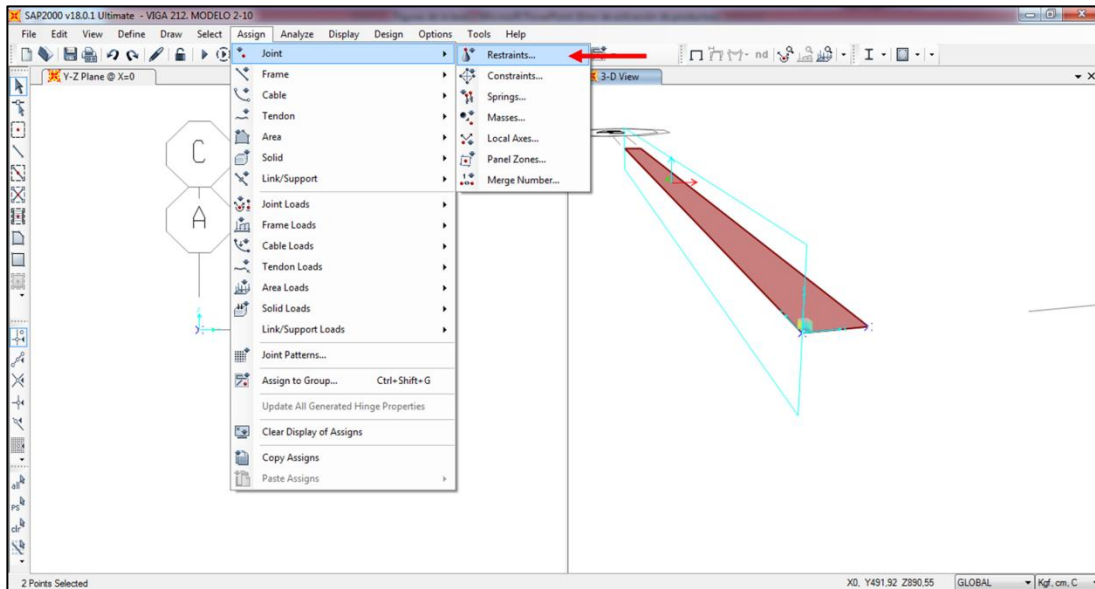


Figura 29. Selección del submenú de restricciones. Fuente: Autor. .

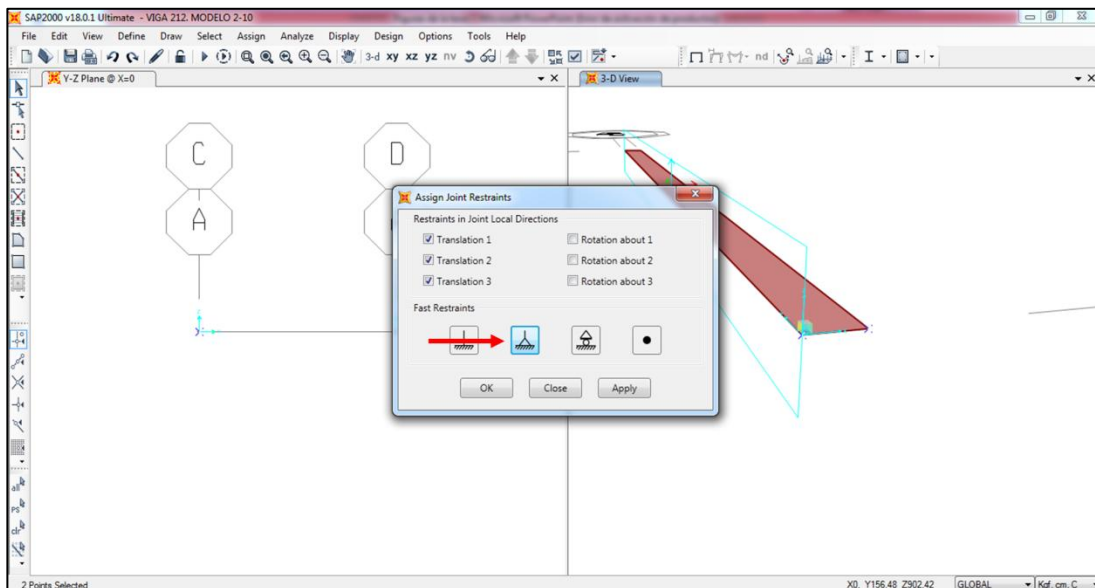


Figura 30. Selección del tipo de apoyo o restricción. Fuente: Autor.

Se asignó mediante el mismo procedimiento un apoyo de tipo rodillo al otro extremo del elemento área. En la Figura 31 se muestra el miembro completamente definido.

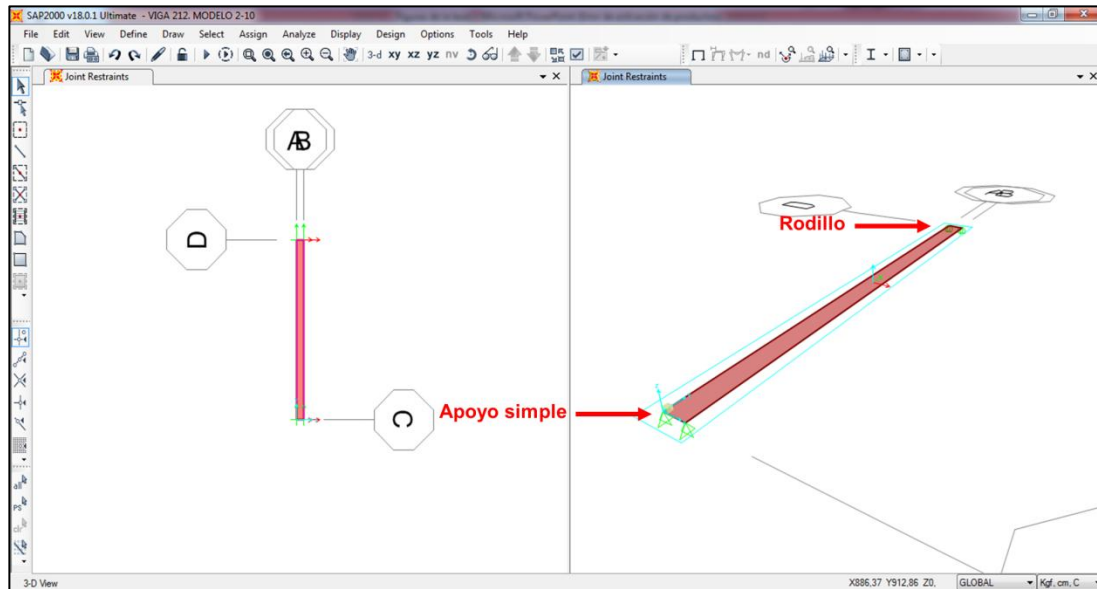


Figura 31. Miembro estructural definido con elemento tipo *Shell*. Fuente: Autor.

4.4.1.4. Asignación de Cargas

Se asignaron las cargas correspondientes según los datos iniciales previamente establecidos.

- Viga 1

En este caso, la Viga 1 está sometida a una carga uniformemente distribuida en toda su luz de 2231,79 Kg/m. Al ser un elemento área, la carga por unidad de longitud debe ser transformada a una carga por unidad de área. Por tanto, la sollicitación que se introdujo en el programa estructural a fin de ejecutar el análisis fue el cociente entre la carga distribuida y el ancho de la viga. Se tiene que:

$$\frac{\text{Carga distribuida}}{\text{ancho de la viga}} = \frac{2231,79 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}}{0,3048 \text{ m}} = 7322,15 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^2}$$

Transformando unidades,

$$7322,15 \frac{Kg}{m^2} \times \frac{1 m}{100 cm}^2 = 0,732215 \frac{Kg}{cm^2}$$

- Viga 2

La Viga 2 está sometida a una carga uniformemente distribuida en toda su luz de 2976,31 Kg/m y a una carga puntual de 13607,77 Kg ubicada a 3,05 m del apoyo simple. De igual manera que la Viga 1, al ser un elemento área, la carga por unidad de longitud debe ser transformada a una carga por unidad de área.

$$\frac{\text{Carga distribuida}}{\text{ancho de la viga}} = \frac{2976,31 \frac{Kg}{m}}{0,4064 m} = 7323,60 \frac{Kg}{m^2}$$

Transformando unidades,

$$7323,60 \frac{Kg}{m^2} \times \frac{1 m}{100 cm}^2 = 0,732360 \frac{Kg}{cm^2}$$

La carga puntual que actúa sobre la Viga 2 fue asignada en la etapa de discretización explicada en puntos siguientes.

Se seleccionó el elemento área previamente definido. Posteriormente, se desplegó el menú *Assign* a fin de asignar la carga a este elemento. En el submenú *Area Loads* se seleccionó la opción *Uniform (Shell)* para cargas uniformemente distribuidas sobre elementos tipos *Shell* (Figura 32).

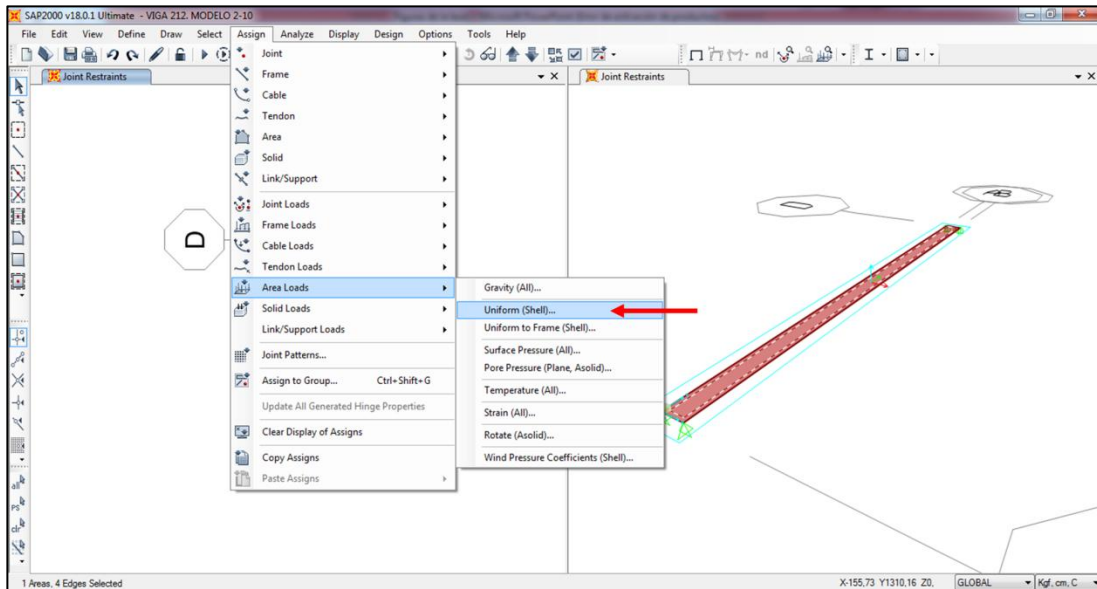


Figura 32. Selección de submenú para asignación de cargas distribuidas. Fuente: Autor.

En la ventana *Assign Area Uniform Loads* se establece la dirección de la carga distribuida (dirección de la gravedad), y el valor de la misma. Finalmente se asigna la carga tildando la opción *Replace Existing Loads* (Figura 33).

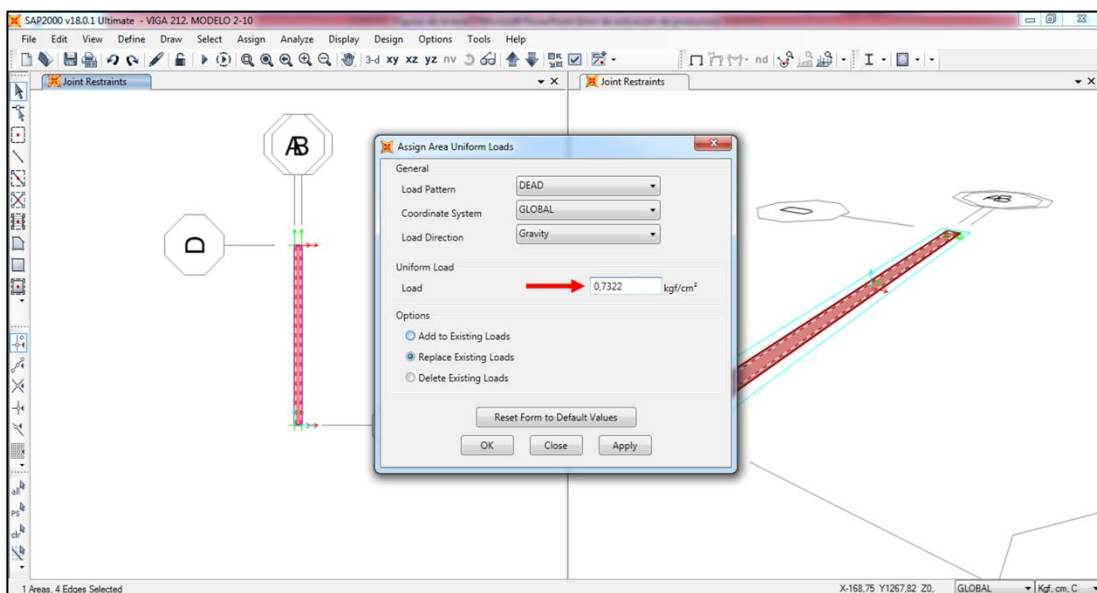


Figura 33. Asignación del valor de la carga distribuida. Fuente: Autor.

4.4.1.5. Discretización del Modelo

Una vez asignadas las cargas, se procedió a realizar la discretización del elemento tipo área. El software SAP2000 versión 18 permite dividir o discretizar miembros en un número finito de elementos en función al número de elementos en las direcciones del miembro, al tamaño máximo del elemento finito, entre otros parámetros. En este caso, para la discretización se seleccionó el miembro correspondiente a la viga y se desplegó el menú *Edit*. En el submenú *Edit Areas* se tildó la opción *Divide Areas*. Este paso se detalla en la Figura 34.

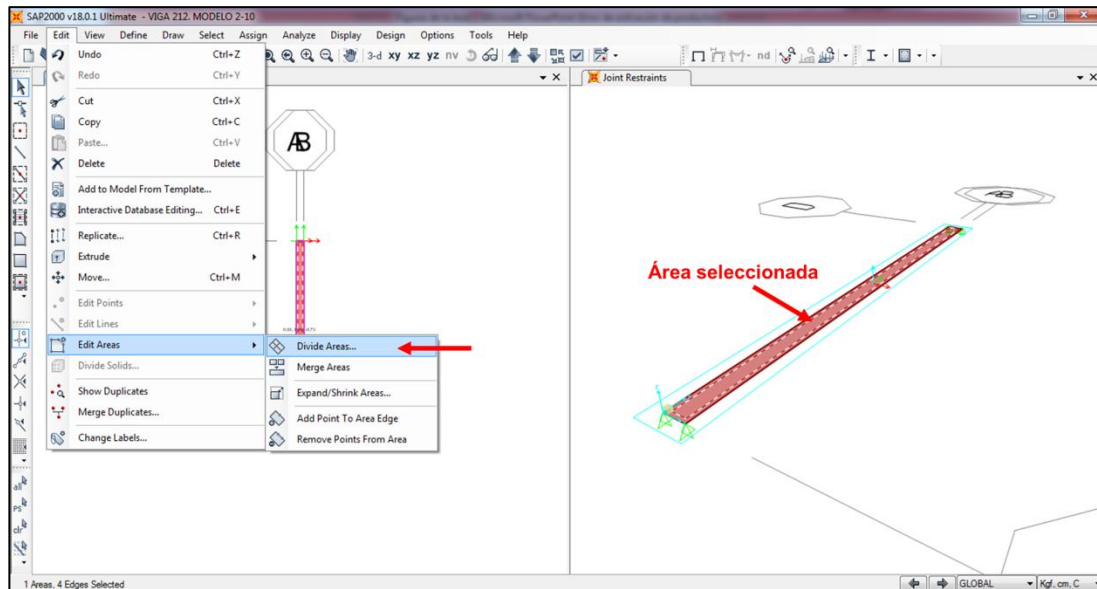


Figura 34. Selección del submenú para discretización de áreas. Fuente: Autor.

En la ventana *Divide Selected Areas* (Figura 35) se realizó la discretización del miembro previamente seleccionado. En la sección *Divide Area Into This Number of Objects* se divide el miembro en función al número de elementos finitos en las direcciones del mismo (dirección X y dirección Y). La dirección X corresponde al lado 1-2, mientras que la dirección Y corresponde al lado 1-3.

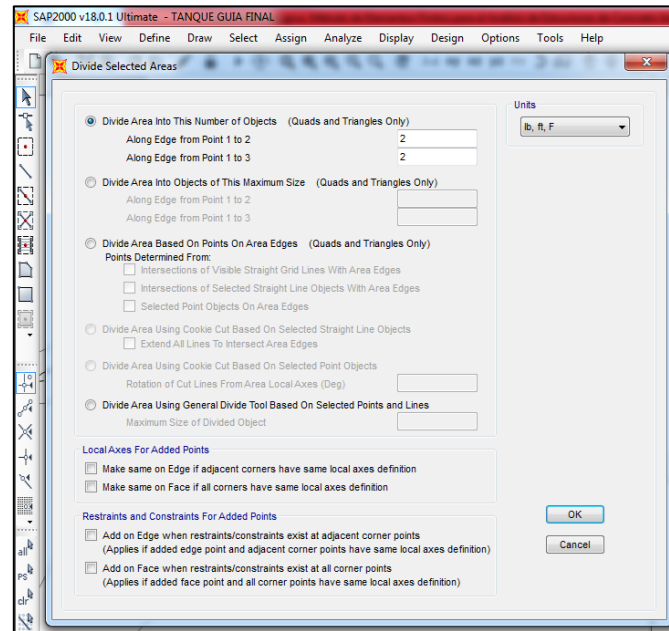


Figura 35. Ingreso de datos de discretización de elemento área. Fuente: Autor.

- Viga 1

Se consideraron diez (10) casos de discretización para la Viga 1, señalados en la Tabla 1.

Tabla 1. Casos de Discretización para la Viga 1.

Discretización	Número de Elementos por Dirección	
	X	Y
A1	2	10
B1	4	20
C1	6	30
D1	8	40
E1	10	50
F1	12	60
G1	14	70
H1	16	80
I1	18	90
J1	20	100

Fuente: Autor

En la Figura 36, se observa el miembro estructural tipo área correspondiente a la Viga 1 discretizado de acuerdo a la forma A1, es decir, dos (2) elementos en la dirección X y diez (10) elementos en la dirección Y.

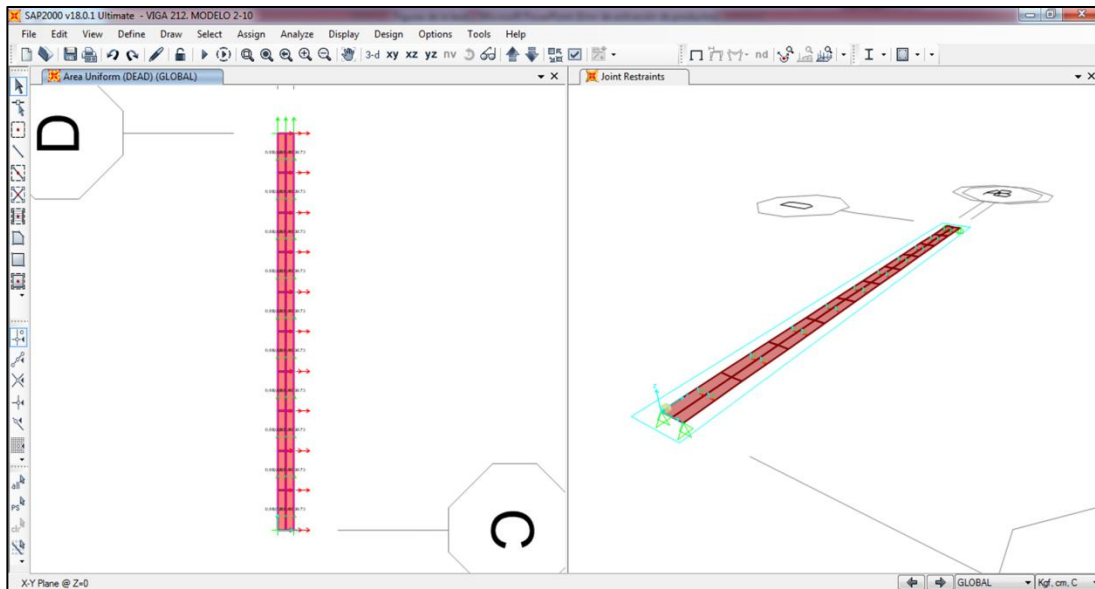


Figura 36. Viga 1 discretizada de la forma A1. Fuente: Autor.

Al discretizar el área se generaron nodos libres en los extremos del miembro estructural. Todos los nodos de los extremos del modelo de viga deben contar con su respectiva restricción o apoyo, a fin de evitar alteraciones en los resultados del análisis. Se asignaron apoyos a los nodos de los extremos (Figura 37).

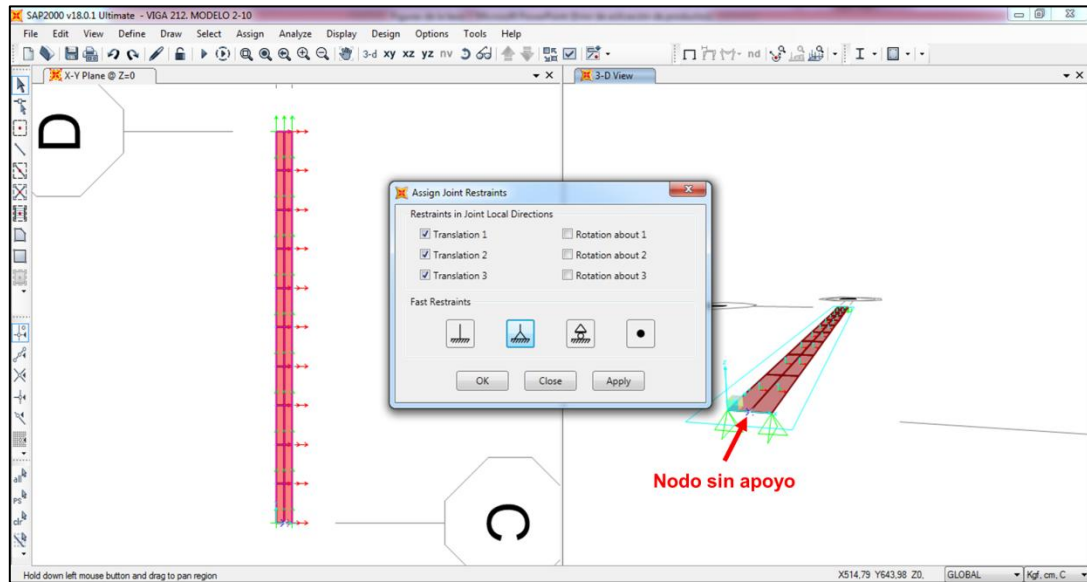


Figura 37. Asignación de apoyo o restricción en nodo extremo. Fuente: Autor.

- Viga 2

Se consideraron diez (10) casos de discretización para la Viga 2, señalados en la Tabla 2.

Tabla 2. Casos de Discretización para la Viga 2

Discretización	Número de Elementos por Dirección	
	X	Y
A2	2	30
B2	4	60
C2	6	90
D2	8	120
E2	10	150
F2	12	180
G2	14	210
H2	16	240
I2	18	270
J2	20	300

Fuente: Autor

En la Figura 38, se muestra el miembro estructural tipo área correspondiente a la Viga 2 discretizado de acuerdo a la forma A2, es decir, dos (2) elementos en la dirección X y diez (10) elementos en la dirección Y.

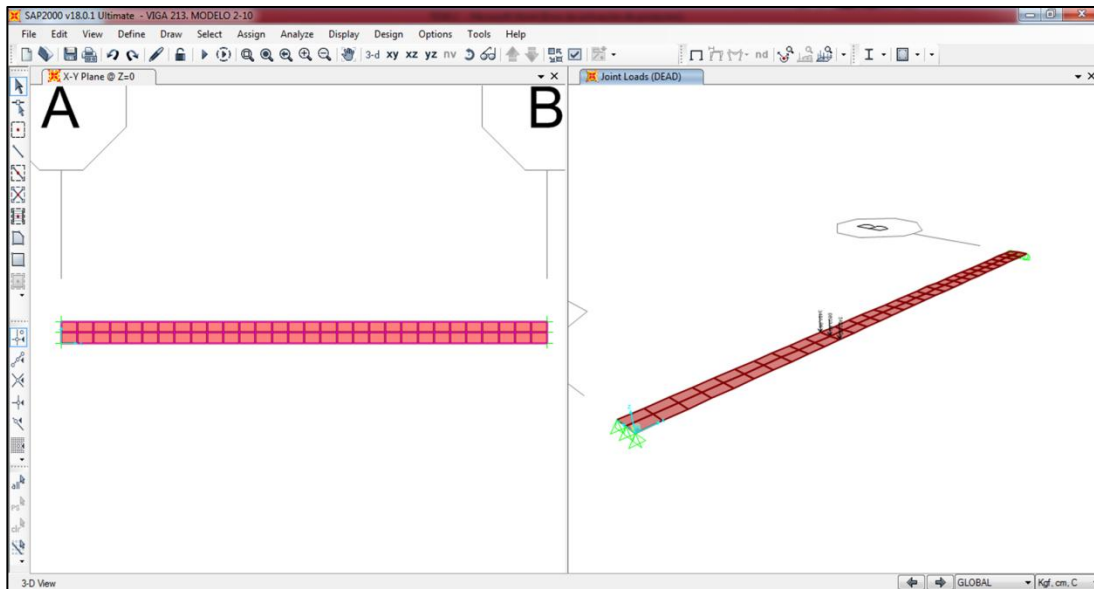


Figura 38. Viga 2 discretizada de la forma A2. Fuente: Autor.

Al ser un miembro discretizado y de acuerdo a la teoría del MEF, la carga puntual de 13607,77 Kg a la cual está sometida la Viga 2 se aplicó en los nodos generados por la discretización de la estructura, distribuyendo la carga por área tributaria en el punto de aplicación. En este caso, la carga se aplicó a 3,05 m del apoyo simple, exactamente a un tercio ($1/3$) de la luz total de la viga.

Primeramente, se discretizó el área *Shell* correspondiente a la Viga 2 en tres elementos, como su muestra en la Figura 39, a fin de ubicar el punto donde se aplica la carga puntual ($1/3$ de la luz total del miembro estructural).

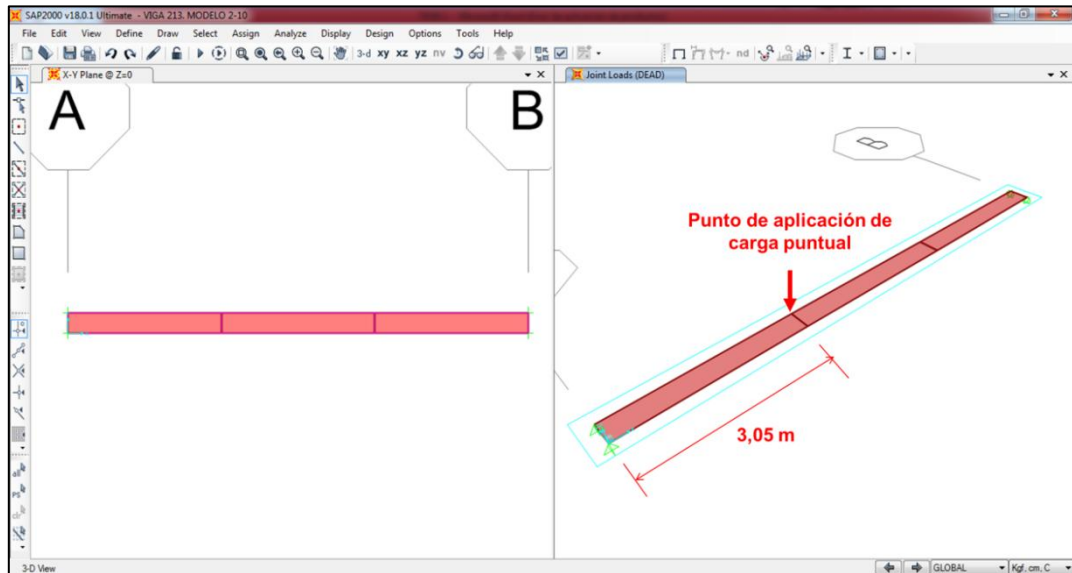


Figura 39. Discretización parcial de Viga 2. Fuente: Autor.

Una vez ubicado el punto de aplicación de la carga puntual, se procedió a realizar la discretización general. Seguidamente se procedió a aplicar la carga puntual en los nodos que conforman al punto previamente definido, considerando el área tributaria para cada nodo (Figura 40).

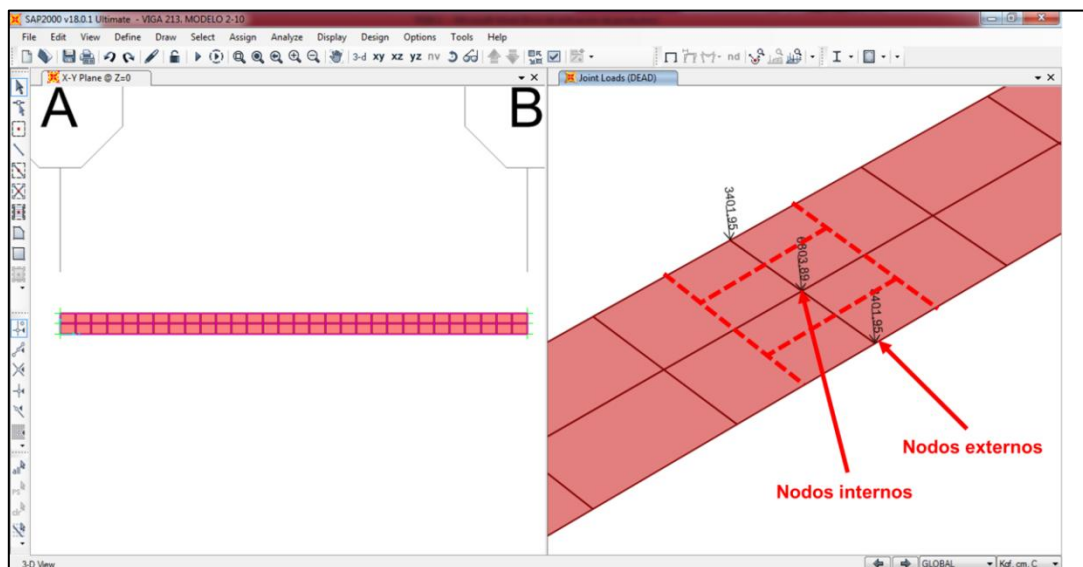


Figura 40. Aplicación de carga puntual en nodos del elemento discretizado. Fuente: Autor.

De forma simplificada y de acuerdo a la Figura 40, el nodo central del punto de aplicación correspondió al de mayor carga. Los nodos extremos se cargaron con un valor exactamente igual a la mitad de la carga asignada al nodo central. De esta manera, se plantearon las siguientes ecuaciones generales que definieron los valores de las cargas puntuales en los nodos en cuestión para cada caso de discretización del modelo Viga 2.

$$Carga \text{ en nodos internos} = \frac{13607,77 \text{ Kg}}{\text{Número de elementos en } X} \quad (Ec.7)$$

$$Carga \text{ en nodos externos} = \frac{Carga \text{ en nodos internos}}{2} \quad (Ec.8)$$

Por ejemplo, la Figura 41 corresponde a la forma de discretización G2 de la Viga 2, es decir, 14 elementos en X y 210 elementos en Y. En este caso, la carga puntual fue dividida de la siguiente manera:

$$Carga \text{ en nodos internos} = \frac{13607,77 \text{ Kg}}{14} = 971,984 \text{ Kg}$$

$$Carga \text{ en nodos externos} = \frac{971,984 \text{ Kg}}{2} = 485,992 \text{ Kg}$$

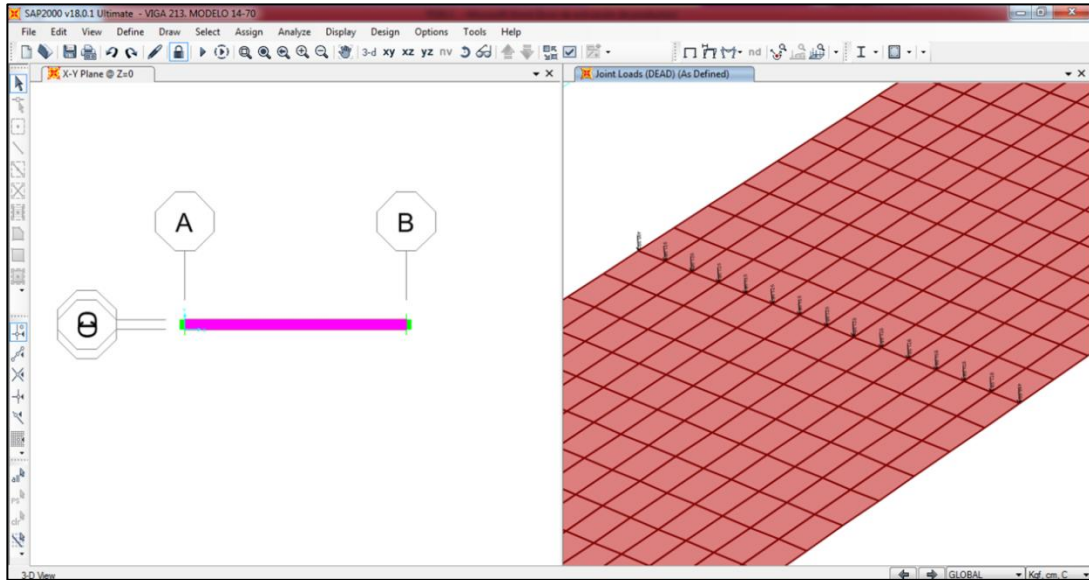


Figura 41. Viga 2 discretizada de la forma G2. Fuente: Autor.

4.4.1.6. Análisis del Modelo

Para ambos casos de vigas se incluyó en peso propio de las mismas en las cargas indicadas en las condiciones iniciales. Por esta razón no se consideró el peso propio al momento del análisis en el programa. Esto último se realizó desplegando el menú *Define* y seleccionando la opción *Load Patterns* (Figura 42).

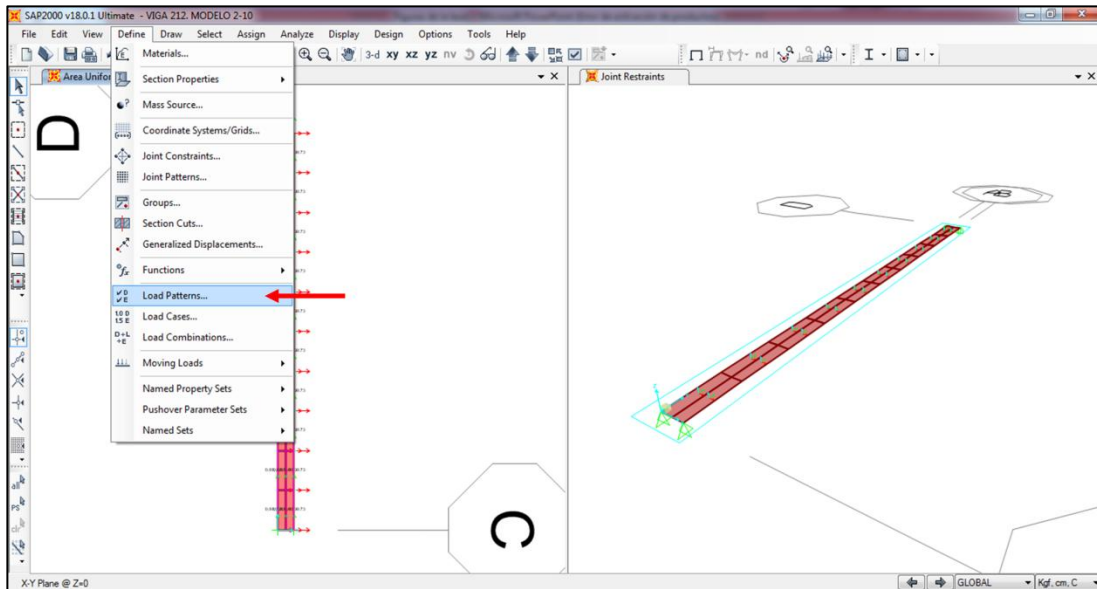


Figura 42. Definición de patrones de cargas. Fuente: Autor.

En la ventana emergente *Define Load Patterns* se modificó el factor *Dead* a un valor igual a 0 (Figura 43), con el propósito de no considerar el peso propio de la viga al momento del análisis.

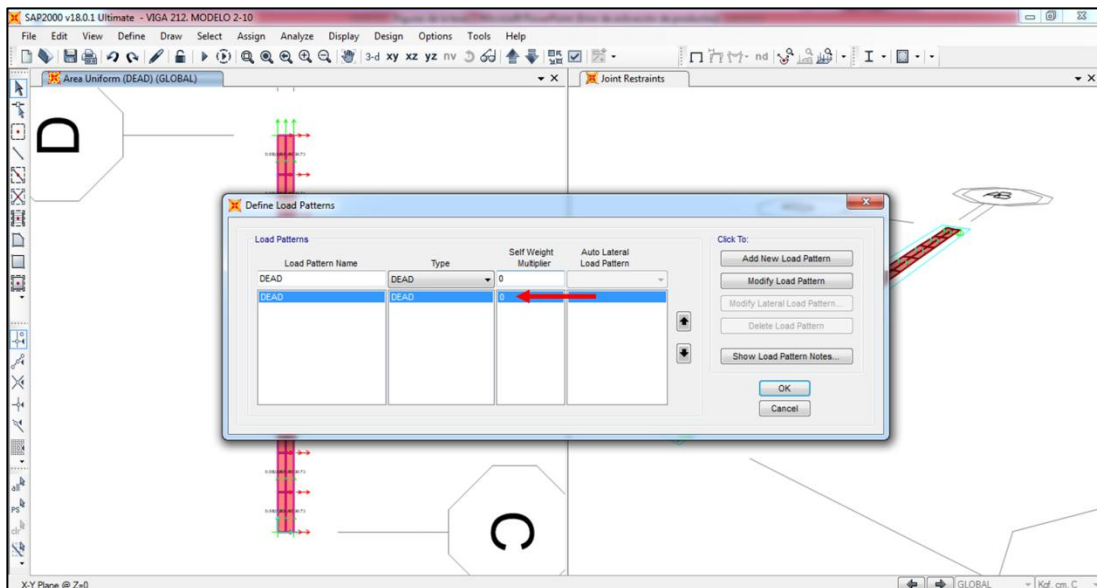


Figura 43. Modificación del factor correspondiente al patrón de carga. Fuente: Autor.

Se procedió a ejecutar el análisis presionando la tecla F5. En la Figura 44 se muestra la ventana emergente previa al análisis por parte del software estructural. En este caso se realizó un análisis Estático Lineal (*Linear Static*). Para el procesamiento final del análisis se presionó el botón *Run Now*.

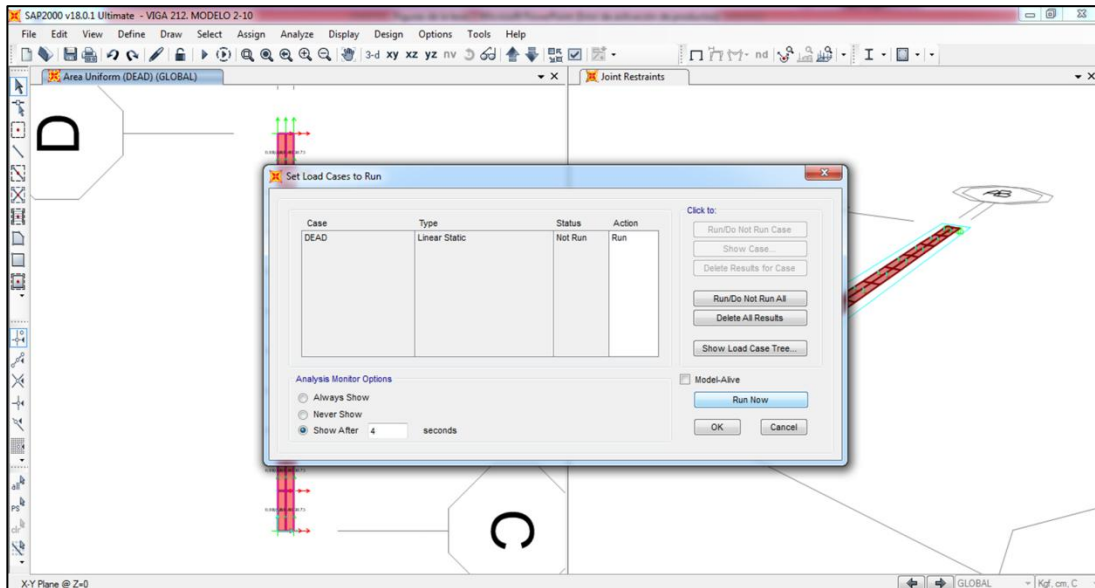


Figura 44. Ventana previa a la ejecución del análisis del elemento área. Fuente: Autor.

Posterior a la ejecución del análisis estático, se obtuvieron los resultados correspondientes a cada caso de discretización. En la Figura 45 se muestra la deformada de la viga modelada empleando elementos tipo *Shell* con el respectivo valor de la deflexión máxima.

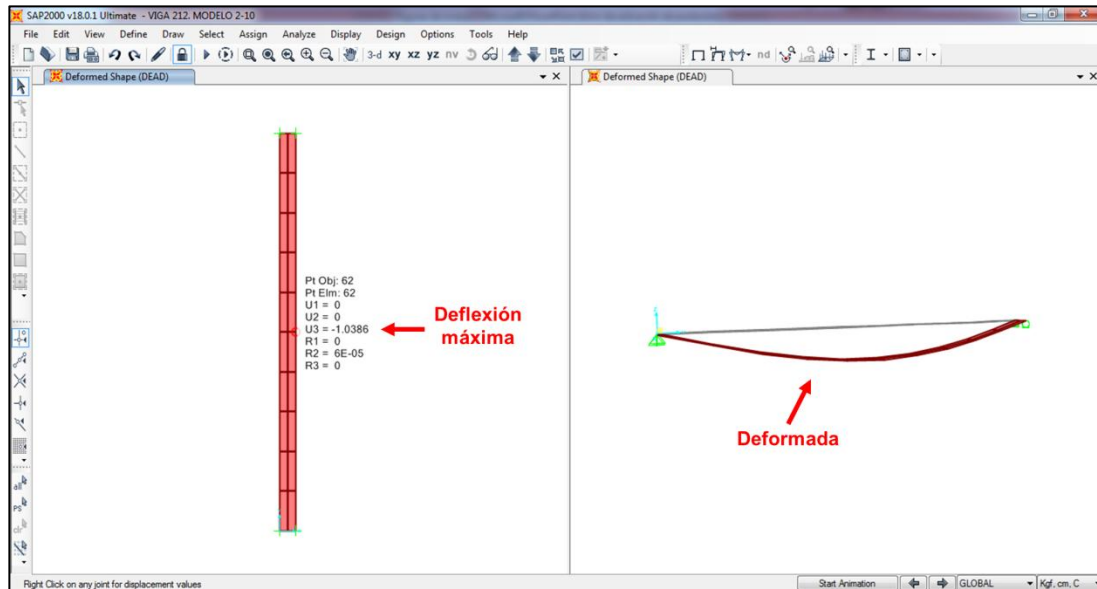


Figura 45. Resultado del análisis. Deformada del elemento. Fuente: Autor.

4.4.1.7. Otros casos de Discretización

Luego de ejecutar el análisis estático para un determinado caso de discretización del modelo de viga, se procedió a realizar la unión de los elementos del modelo a fin de aplicar nuevamente el procedimiento de discretización bajo otras consideraciones (número de elementos). Se desbloqueó el modelo previamente analizado; seguidamente se seleccionaron todas las áreas del miembro estructural. Se desplegó el menú *Edit*; en el submenú *Edit Areas* se tildó la opción *Merge Areas* (Figura 46). De esta forma se unieron nuevamente los elementos seleccionados, como se observa en la Figura 47, y se llevaron a cabo los demás procedimientos de discretización de acuerdo a los casos planteados.

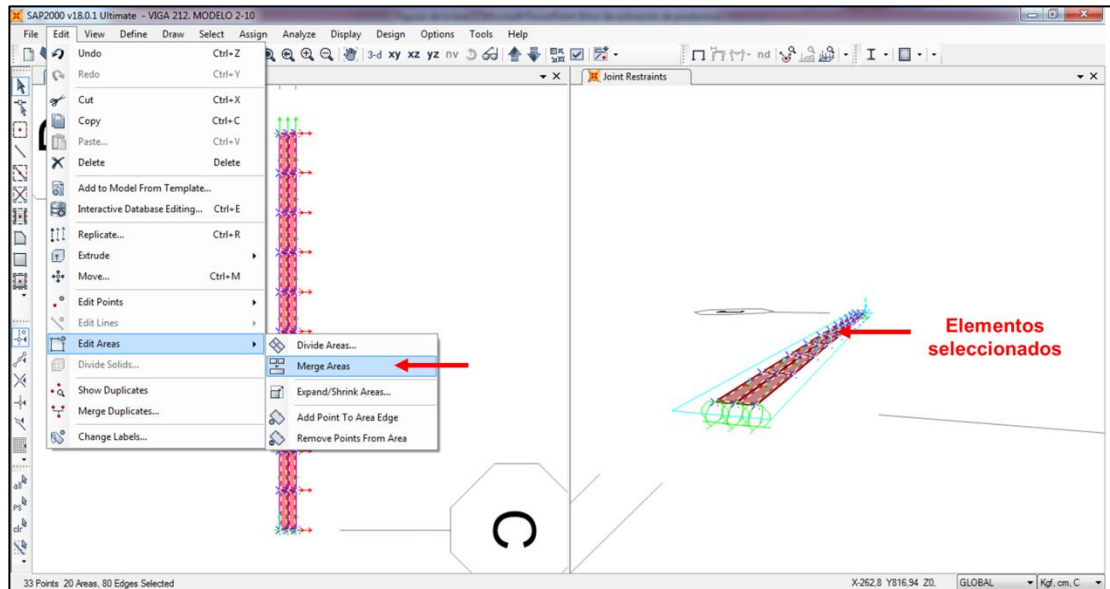


Figura 46. Selección de la opción *Merge Areas*. Fuente: Autor.

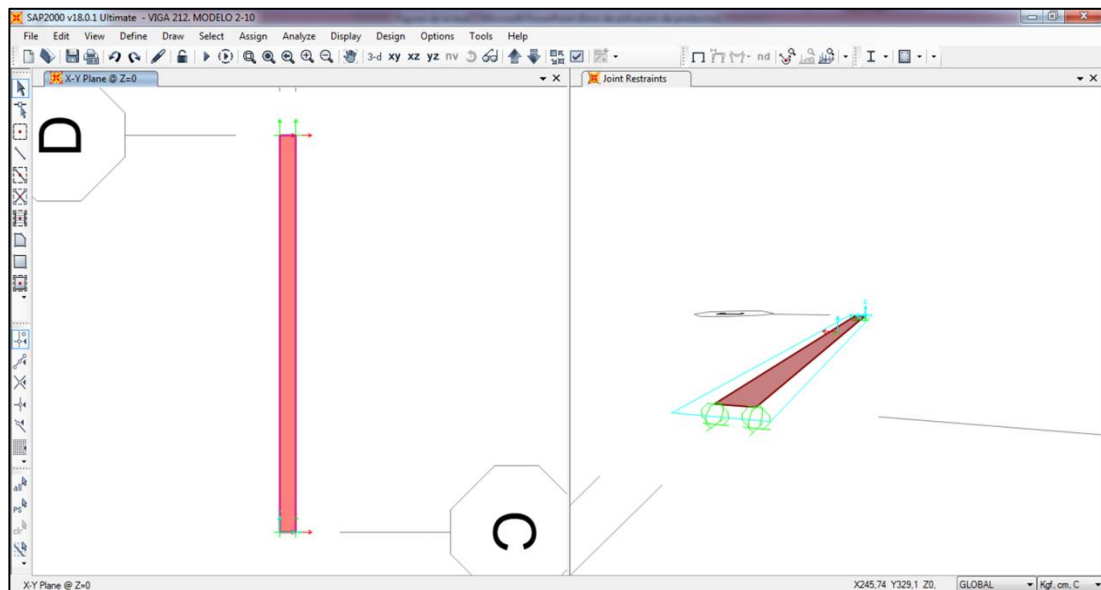


Figura 47. Miembro estructural modelado sin discretizar. Fuente: Autor.

4.5. Parámetros de Análisis por MEF en SAP2000

A efectos de la investigación, para la ejecución del análisis de miembros de concreto armado sometidos a flexión (vigas) empleando el MEF bajo los criterios de los elementos tipo *Shell*, se establecieron una serie de parámetros correspondientes a los distintos casos de estudio. Se definió un P_d para cada uno de los casos analizados.

Por otra parte, a fin de comparar las variaciones resultantes al modificar la inercia de la sección transversal, se consideró un Factor de Inercia calculado en función a la inercia de la sección transversal de la viga y la inercia efectiva obtenida del cálculo manual; y a su vez, se halló una Altura Transformada en base a estas dos variables previamente mencionadas.

4.5.1. Factor de Inercia (F_i)

El Factor de Inercia es una relación entre la inercia agrietada del elemento estructural (obtenida del análisis de la sección) y la inercia gruesa de la sección transversal. Es necesario destacar que el programa SAP2000 permite ingresar factores de modificación al momento de definir las secciones transversales de los miembros. El software empleado para el análisis no considera a la sección de la viga como una sección agrietada, por lo cual los valores obtenidos deben ser ajustados de acuerdo a los datos reales. El Factor de Inercia viene dado por:

$$F_i = \frac{I_{AGRI}}{I} \quad (Ec. 9)$$

Donde:

F_i = Factor de Inercia

I_{AGRI} = Inercia agrietada de la sección

I = Inercia gruesa de la sección

4.5.1.1. Factor de Inercia. Viga 1

De acuerdo al análisis de la sección transversal mostrado en el Anexo A, específicamente, la inercia de la sección agrietada para la Viga 1 es igual a:

$$I_{AGRI} = 200825,84 \text{ cm}^4 \quad (\text{Ec. 5})$$

De la Ecuación 6, se obtiene la inercia gruesa de la sección tomando en cuenta la altura correspondiente al peralte efectivo de la viga (d).

$$I = \frac{30,48 \text{ cm} \times (44,45 \text{ cm})^3}{12} = 223074,03 \text{ cm}^4 \quad (\text{Ec. 6})$$

El Factor de Inercia para la Viga 1 viene dado por:

$$F_i = \frac{200825,84 \text{ cm}^4}{223074,03 \text{ cm}^4} = \mathbf{0,9003} \quad (\text{Ec. 9})$$

4.5.1.2. Factor de Inercia. Viga 2

De acuerdo al análisis de la sección transversal presentado en el Anexo B, la inercia de la sección agrietada para la Viga 2 es igual a:

$$I_{AGRI} = 1376357,83 \text{ cm}^4 \quad (\text{Ec. 5})$$

De la Ecuación 6, se obtiene la inercia gruesa la sección considerando la altura igual al peralte efectivo de la viga (d).

$$I = \frac{40,64 \text{ cm} \times (81,28 \text{ cm})^3}{12} = 1818542,85 \text{ cm}^4 \quad (\text{Ec. 6})$$

El Factor de Inercia para la Viga 2 viene dado por:

$$F_i = \frac{1376357,83 \text{ cm}^4}{1818542,85 \text{ cm}^4} = \mathbf{0,7568} \quad (\text{Ec. 9})$$

La obtención de F_i correspondió al primer caso de análisis para cada uno de los modelos. Para este primer caso de análisis la altura de la viga fue

modificada en la casilla *Thickness*, al momento de definir la sección transversal, como se muestra en la Figura 48. Como se describió en párrafos anteriores, los valores *Membrane* y *Bending* corresponden a la altura del elemento área previamente definido, es decir, al variar estos valores se modifica la altura de la viga. Cabe destacar que para efectos del análisis correspondiente a esta investigación se consideró la variación únicamente del valor *Bending*, puesto que el mismo define la inercia de la sección transversal.

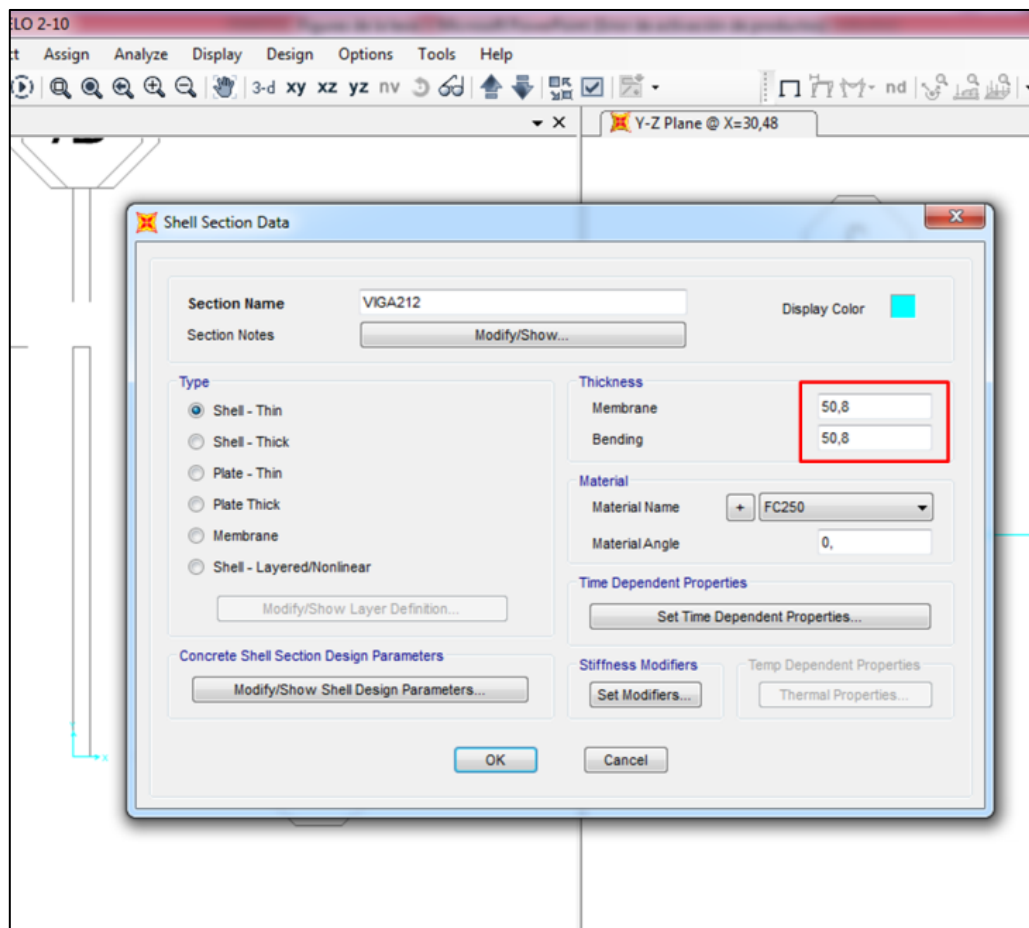


Figura 48. Casilla de modificación de altura de la viga. Fuente: Autor.

El valor de F_i se introdujo en la ventana *Modification Factors*, la cual surge presionando la casilla *Set Modifiers* (Figura 49). En esta ventana se

ingresan los factores de modificación de la sección transversal. En este caso, se introdujo el valor de F_i en las casillas señaladas para *Bending*.

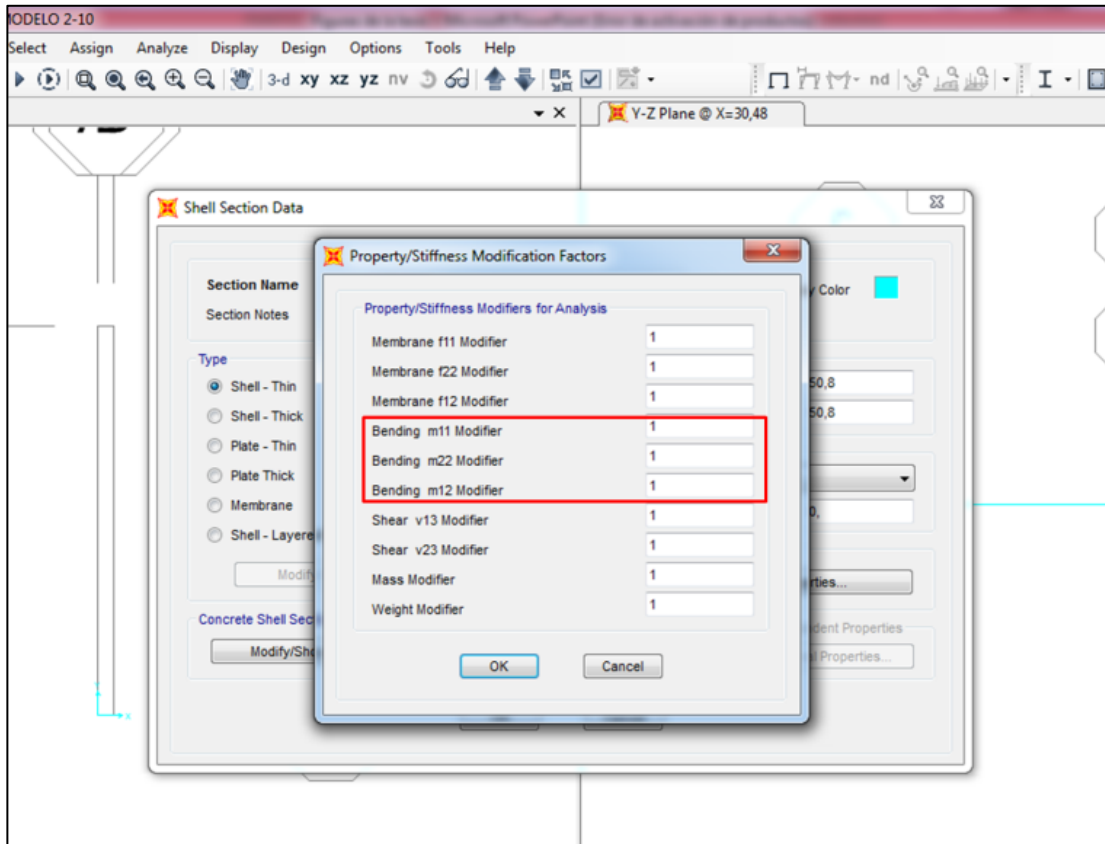


Figura 49. Ingreso de factores de modificación de inercia de la sección. Fuente: Autor.

Al introducir el factor de modificación obtenido en base a valores resultantes del cálculo manual de la sección agrietada dentro del análisis computacional se considera el agrietamiento del material ante la carga aplicada.

4.5.2. Altura Transformada (H_t)

La altura transformada (H_t) es la altura de la viga para la cual la inercia de la sección transversal es igual a la inercia de la sección agrietada. Al igualar la inercia gruesa (I) al valor de la inercia agrietada (I_{AGRI}), y despejando la altura, se obtuvo la altura transformada:

$$H_t = \sqrt[3]{\frac{12 \times I_{AGRI}}{b}} \quad (Ec. 10)$$

4.5.2.1. Altura Transformada. Viga 1

Del Anexo A, se tiene que la inercia efectiva de la sección agrietada para la Viga 1 es igual a:

$$I_{AGRI} = 200825,84 \text{ cm}^4 \quad (Ec. 5)$$

La Altura Transformada (H_t) para la Viga 1 viene dada por:

$$H_t = \sqrt[3]{\frac{12 \times 200825,84 \text{ cm}^4}{30,48 \text{ cm}}} = 42,92 \text{ cm}$$

4.5.2.2. Altura Transformada. Viga 2

Del Anexo B, se tiene que la inercia efectiva de la sección agrietada para la Viga 2 es igual a:

$$I_{AGRI} = 1376357,83 \text{ cm}^4 \quad (Ec. 5)$$

La Altura Transformada (H_t) para la Viga 2 viene dada por:

$$H_t = \sqrt[3]{\frac{12 \times 1376357,83 \text{ cm}^4}{40,64 \text{ cm}}} = 74,07 \text{ cm}$$

El valor de H_t correspondió al segundo caso de análisis para cada uno de los modelos. Para este segundo caso, al igual que el anterior, la altura de la viga fue modificada en la casilla *Thickness*, como se muestra en la figura. Sin embargo, únicamente se varió la altura en *Bending* puesto que este valor es el inherente a la inercia de la sección transversal, como se mencionó con anterioridad. No se consideraron factores de modificación en este caso de análisis.

4.5.3. Otros Casos de Análisis

El tercer caso de análisis relacionado con la inercia de las secciones se llevó a cabo considerando el peralte efectivo “d” de las vigas, el cual fue ejecutado ingresando este valor en las casillas *Membrane* y *Bending* sin ningún tipo de factor de modificación. De igual forma, el cuarto caso de análisis, se realizó tomando en cuenta la altura total “H” ingresado en las casillas ya mencionadas.

4.5.4. Porcentaje de Discretización (P_d)

Se calculó el porcentaje de discretización para aplicar el MEF en base a la dimensión mayor del elemento finito y la dimensión mayor del elemento área (luz de la viga). El porcentaje de discretización es directamente proporcional al grado de división de la estructura, es decir, mientras mayor sea P_d mayor será la discretización. Se calculó aplicando la Ecuación 11.

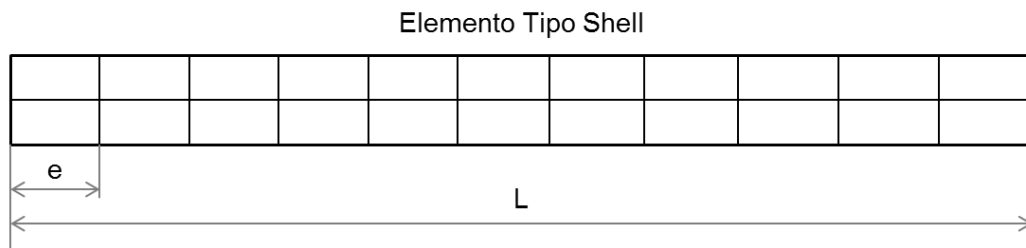


Figura 50. Vista en planta del elemento área discretizado. Fuente: Autor.

$$P_d = 100 - \frac{e}{L} \times 100 \quad (Ec. 11)$$

Donde:

e = dimensión mayor del elemento finito

L = dimensión mayor del elemento área

En las Tablas 3 y 4 se muestran los porcentajes de discretización correspondientes a las vigas 1 y 2, respectivamente.

4.5.4.1. Porcentajes de Discretización. Viga 1

Para $L = 732$ cm

Tabla 3. Valores de P_d para Viga 1

Discretización	e (cm)	P_d (%)
2-10	73,15	90,0068
4-20	36,58	95,0027
6-30	24,38	96,6694
8-40	18,29	97,5014
10-50	14,63	98,0014
12-60	12,19	98,3347
14-70	10,45	98,5724
16-80	9,14	98,7514
18-90	8,13	98,8893
20-100	7,32	99,0000

Fuente: Autor

4.5.4.2. Porcentajes de Discretización. Viga 2

Para $L = 915$ cm

Tabla 4. Valores de P_d para Viga 2

Discretización	e (cm)	P_d (%)
2-30	30,48	96,6689
4-60	15,24	98,3345
6-90	10,16	98,8896
8-120	7,62	99,1672
10-150	6,10	99,3333
12-180	5,08	99,4448
14-210	4,35	99,5246
16-240	3,81	99,5836
18-270	3,39	99,6295
20-300	3,05	99,6667

Fuente: Autor

4.6. Resultados del Análisis por MEF

El análisis por MEF se realizó considerando dos aspectos: la discretización de los modelos y las inercias de las secciones transversales. En lo concerniente a la discretización, se plantearon diez (10) casos para cada una de las vigas, como se mencionó con anterioridad. Por otra parte, en lo referente a las inercias de las secciones transversales se plantearon cuatro casos: Factor de Inercia, Altura Transformada, Altura “d” y Altura Total “H”.

4.6.1. Deflexiones Máximas. Viga 1

Una vez aplicado el procedimiento de modelado, considerando los parámetros de análisis previamente establecidos, se obtuvieron los resultados mostrados en la Tabla 5, correspondientes a las deflexiones máximas de la Viga 1.

Tabla 5. Deflexiones máximas para la Viga 1

DEFLEXIÓN MÁXIMA VIGA 1 (Δ) cm					
Discretización	P_d (%)	$F_i= 0,9003$	$H_t=42,92$ cm	$d=44,45$ cm	$H=50,80$ cm
A1	90,0068	1,7220	1,7221	1,5503	1,0386
B1	95,0027	1,7324	1,7325	1,5597	1,0449
C1	96,6694	1,7344	1,7345	1,5615	1,0461
D1	97,5014	1,7351	1,7352	1,5621	1,0465
E1	98,0014	1,7354	1,7355	1,5624	1,0467
F1	98,3347	1,7356	1,7356	1,5625	1,0468
G1	98,5724	1,7357	1,7357	1,5626	1,0468
H1	98,7514	1,7357	1,7358	1,5627	1,0469
I1	98,8893	1,7358	1,7359	1,5627	1,0469
J1	99,0000	1,7358	1,7359	1,5627	1,0469

Fuente: Autor

Los Anexos D, E, F y G muestran los valores correspondientes a las deflexiones máximas obtenidas del análisis por MEF de la Viga 1 considerando las variaciones de sección transversal (F_i , H_t , d , H), para la discretización J1. El valor de P_d para cada uno de los casos de análisis de la Viga 1 estuvo comprendido entre 90,0068 % y 99,0000 %. J1 corresponde a la discretización con mayor número de elementos.

De acuerdo al Anexo A, la deflexión máxima teórica para la Viga 1 es igual a 1,74 cm. Según los resultados obtenidos, mientras mayor es P_d el valor de la deflexión máxima tiende a ser igual al valor teórico obtenido previamente. El mayor valor de la deflexión se obtuvo en el caso de análisis de la altura transformada H_t , específicamente en las discretizaciones I1 y J1, cuyo valor fue de 1,7359 cm.

Al realizar una comparación entre las deflexiones obtenidas en cada uno de los casos de análisis, se aprecia que a medida que aumenta la altura de la viga (por tanto su inercia), menor se hace el valor de la deflexión.

Cabe destacar que para los cuatro casos de análisis existe una convergencia entre los resultados de las deflexiones máximas en los valores de P_d correspondientes a 98,8893 % y 99,0000 %.

En la Figura 51 se muestran de forma gráfica los resultados obtenidos para el primer caso de análisis (F_i). Se observa cómo a medida que aumenta el valor de P_d incrementa la deflexión máxima de forma lineal, tendiendo a ser igual a la deflexión teórica calculada en secciones anteriores. Por otra parte, en la Figura 52 se detallan gráficamente las deflexiones máximas obtenidas en el segundo caso de análisis (H_t).

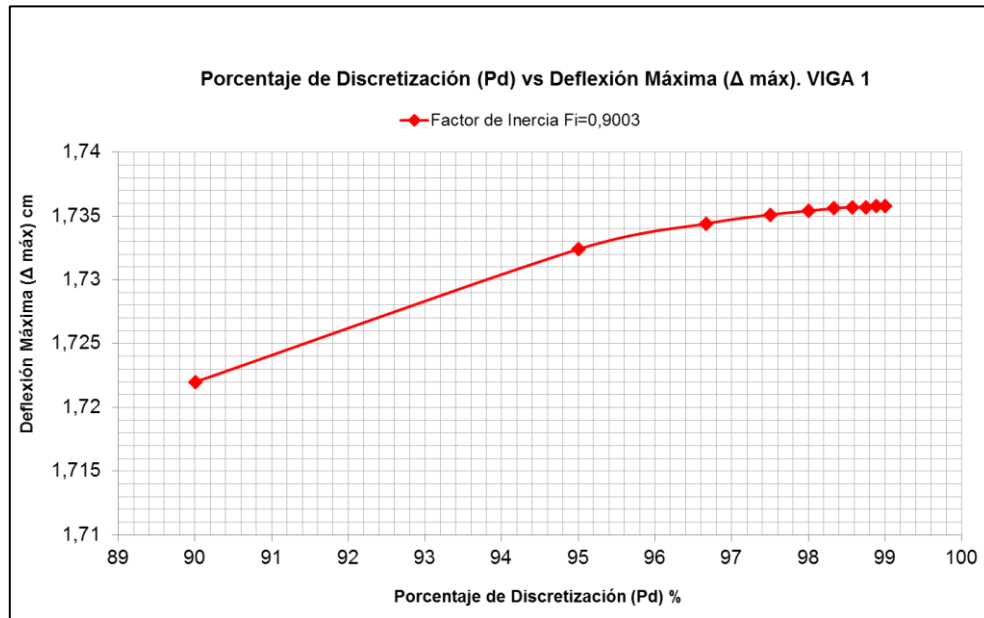


Figura 51. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso $F_i = 0,9003$. Fuente: Autor.

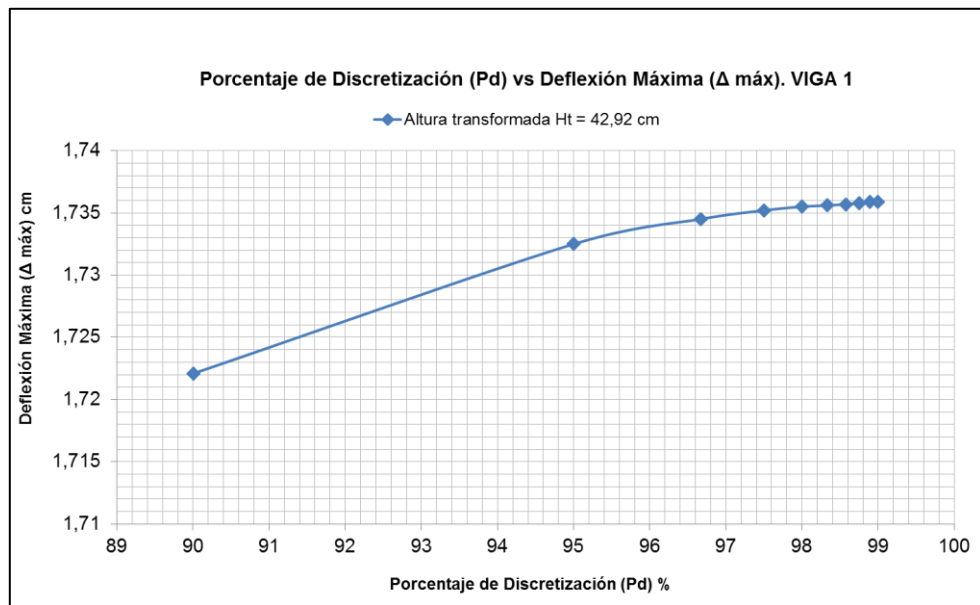


Figura 52. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso $H_t = 42,92$ cm. Fuente: Autor.

Los valores de las deflexiones máximas obtenidas del tercer y cuarto caso de análisis de la Viga 1, correspondiente a la altura “d” se muestran de forma gráfica en las Figuras 53 y 54, respectivamente. Estas deflexiones

tienden a ser menores que las obtenidas en los casos de análisis anteriores, debido a que las alturas “d” y “H” son mayores a las consideradas en dichos casos. De igual forma, el comportamiento de los gráficos indica que mientras mayor es la discretización, el resultado converge en un único valor.

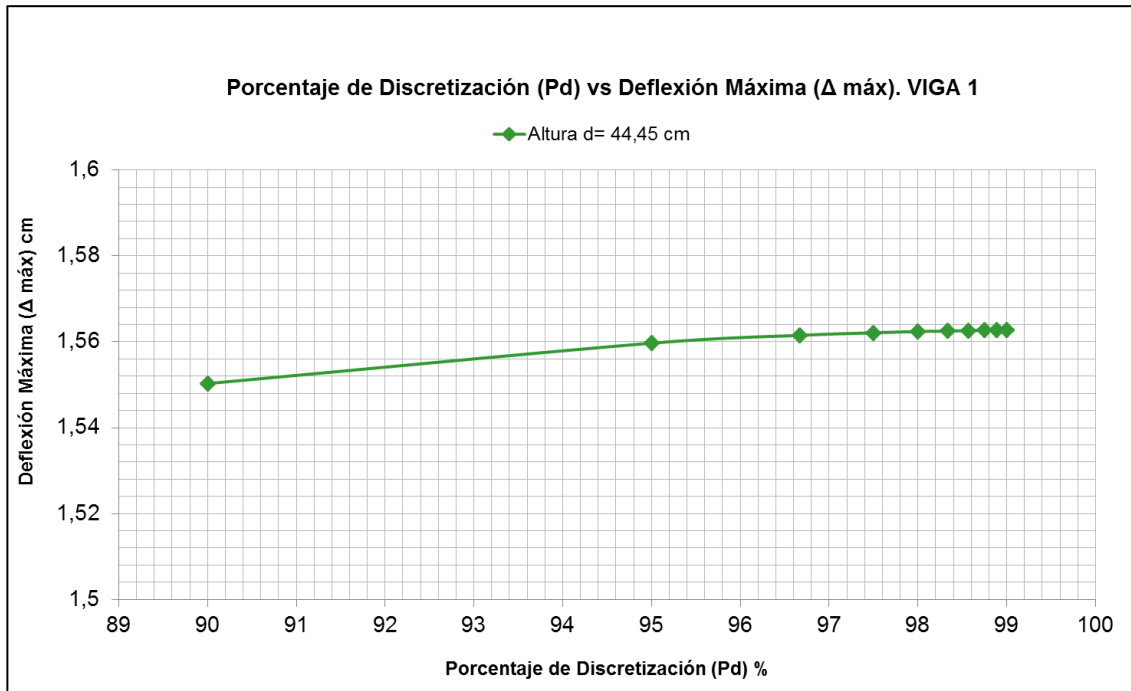


Figura 53. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso d = 44,45 cm. Fuente: Autor.

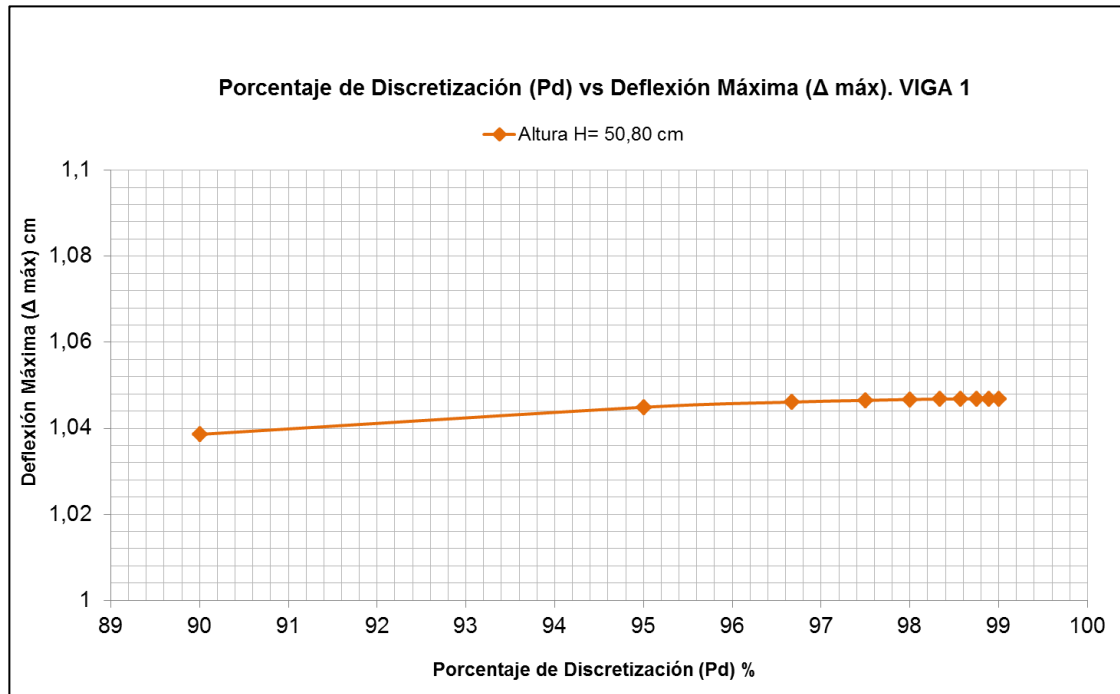


Figura 54. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 1. Caso H = 50,80 cm. Fuente: Autor.

En la Figura 55, se detallan de manera gráfica las deflexiones máximas obtenidas de los cuatro casos de análisis correspondientes a la Viga 1 para cada porcentaje de discretización. Se observa que el comportamiento de los gráficos es similar para todos los casos, es decir, mientras mayor es el porcentaje de discretización, se incrementa la deflexión máxima de acuerdo a las condiciones de cada análisis, y ésta converge en un único valor.

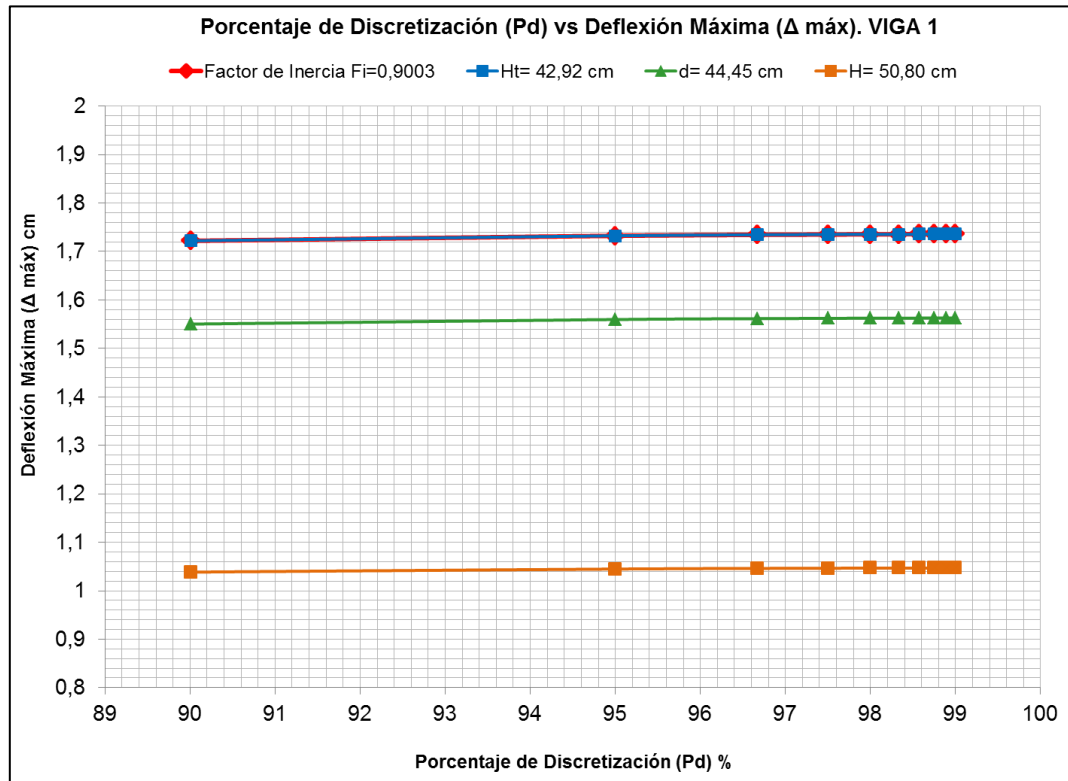


Figura 55. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para casos de análisis de la Viga 1. Fuente: Autor.

4.6.1.1. Porcentaje de Error Calculado. Viga 1

Se calculó el porcentaje de error (%e) entre la deflexión máxima obtenida por el software SAP2000 de acuerdo al procedimiento previamente ejecutado y la deflexión teórica calculada anteriormente. Para hallar el valor de %e, se consideró el caso de análisis de mayor convergencia respecto al valor teórico de la deflexión máxima (Anexo A), es decir el caso H_t . El error vino dado por la Ecuación 12.

$$\%e = 100 - \frac{\Delta_{máx H_t}}{\Delta_{máx Teórica}} \times 100 \quad (Ec.12)$$

En la Tabla 6 se muestran los valores de error para cada uno de los casos de discretización. Por otra parte, en la Figura 56 se detallan gráficamente estos valores. Se observa que a mayor porcentaje de

discretización del modelo el error tiende a ser igual a cero, por lo cual los resultados se hacen más exactos.

Tabla 6. Porcentaje de error calculado para el análisis de la Viga 1

Discretización	P_d (%)	$\Delta_{MÁX H_t}$ (cm)	$\Delta_{MÁX Teórica}$ (cm)	Error (%e)
A1	90,0068	1,7221		1,0287
B1	95,0027	1,7325		0,4310
C1	96,6694	1,7345		0,3161
D1	97,5014	1,7352		0,2759
E1	98,0014	1,7355	1,74	0,2586
F1	98,3347	1,7356		0,2529
G1	98,5724	1,7357		0,2471
H1	98,7514	1,7358		0,2414
I1	98,8893	1,7359		0,2356
J1	99,0000	1,7359		0,2356

Fuente: Autor

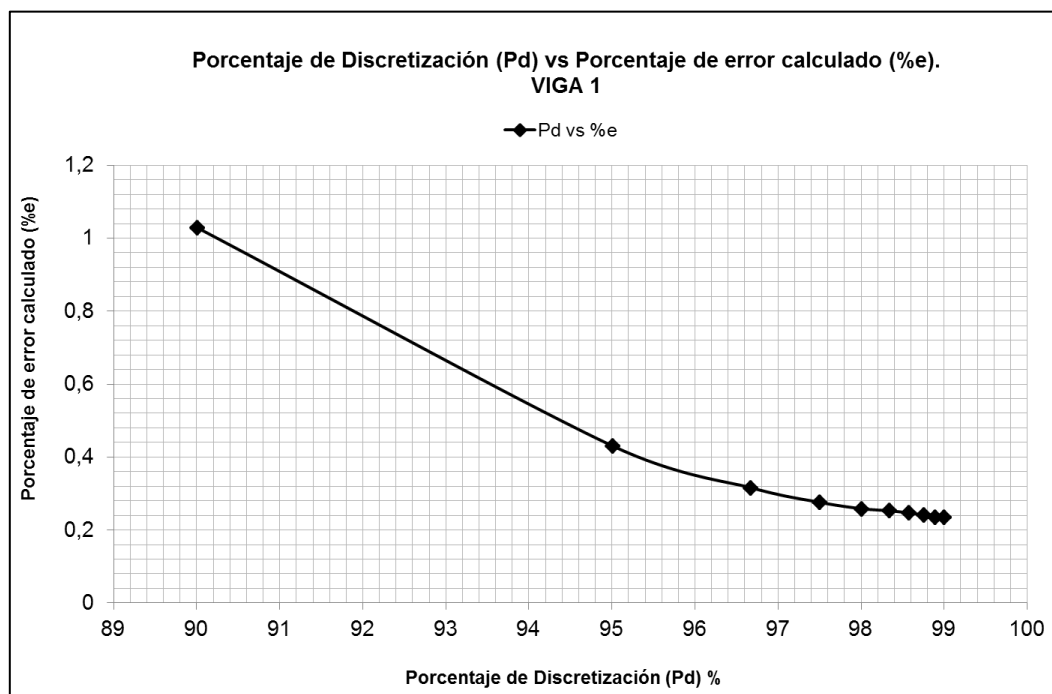


Figura 56. P_d vs %e para la Viga 1. Caso $H_t = 42,92$ cm. Fuente: Autor.

4.6.2. Deflexiones Máximas. Viga 2

En la Tabla 7 se muestran las deflexiones máximas correspondientes a los casos de análisis de la Viga 2, ejecutados de acuerdo al procedimiento previamente establecido.

Tabla 7. Deflexiones máximas para la Viga 2

DEFLEXIÓN MÁXIMA VIGA 2 (Δ) cm					
Discretización	P_d	$F_i = 0,7568$	$H_t = 74,07$ cm	$d = 81,28$ cm	$H = 91,44$ cm
A2	96,6689	1,3866	1,3866	1,0494	0,7370
B2	98,3345	1,3887	1,3887	1,0510	0,7381
C2	98,8896	1,3887	1,3887	1,0510	0,7381
D2	99,1672	1,3888	1,3889	1,0511	0,7382
E2	99,3333	1,3889	1,3889	1,0511	0,7382
F2	99,4448	1,3889	1,3889	1,0511	0,7382
G2	99,5246	1,3889	1,3889	1,0511	0,7382
H2	99,5836	1,3889	1,3889	1,0511	0,7382
I2	99,6295	1,3889	1,3889	1,0511	0,7382
J2	99,6667	1,3889	1,3889	1,0511	0,7382

Fuente: Autor

En los Anexos H, I, J y K se detallan los valores correspondientes a las deflexiones máximas obtenidas del análisis por MEF de la Viga 2 considerando las variaciones de sección transversal (F_i , H_t , d , H), para la discretización J2. El valor de P_d para cada uno de los casos de análisis de la Viga 2 estuvo comprendido entre 96,6689 % y 99,6667 %. Como puede notarse, en este modelo se consideraron mayores discretizaciones en relación al modelo de la Viga 1, esto se hizo con el propósito de verificar la convergencia del MEF bajo ciertas condiciones.

De igual forma que el modelo anterior, el mayor valor de la deflexión máxima se obtuvo en los casos de análisis de F_i y altura transformada H_t , es decir 1,3889 cm. Sin embargo, la convergencia de los resultados se presenta

primeramente en el caso de análisis H_t , específicamente en la discretización E2, cuyo valor de P_d es igual a 99,3333 %.

Por otra parte, se observa que de forma similar a la Viga 1, mientras mayor es la altura de la Viga 2, y por ende su inercia, menor es la deflexión generada por la misma sollicitación.

Los resultados obtenidos para el primer caso de análisis de la Viga 2 se detallan gráficamente en la Figura 57. De igual manera que en el primer caso de análisis de la Viga 1, se observa como al incrementar el valor de P_d , la deflexión máxima aumenta gradualmente. Sin embargo, en este caso, al implementarse valores de P_d mayores a los de la Viga 1, la curva es menos pronunciada, puesto que la convergencia de las deflexiones máximas a un único valor se hace notoria a partir del quinto caso de discretización (E2). En la Figura 58 se muestran de forma gráfica las deflexiones máximas obtenidas en el segundo caso de análisis para la Viga 2 (H_t).

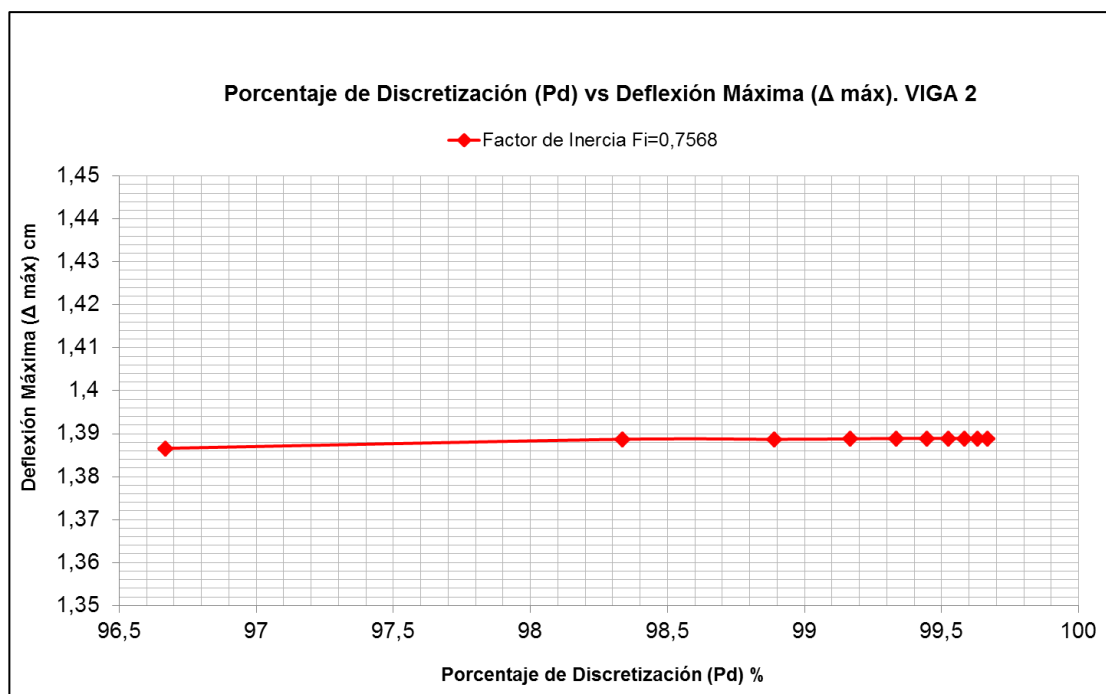


Figura 57. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso $F_i = 0,7568$. Fuente: Autor.

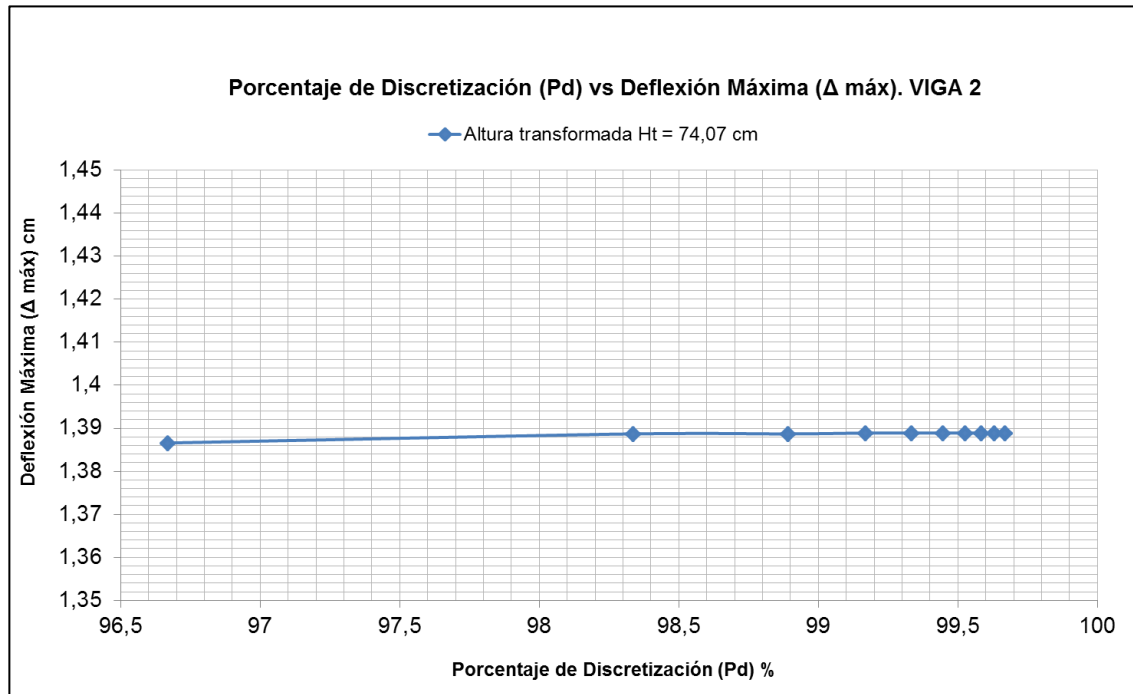


Figura 58. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso $H_t = 74,07$ cm. Fuente: Autor.

Los resultados correspondientes a los análisis de los casos “d” y “H” para la Viga 2 se plasman en las figuras 59 y 60, respectivamente. Básicamente, el comportamiento del gráfico es similar al de los dos casos de análisis anteriores. El gráfico tiende a presentar un comportamiento lineal debido a los altos porcentajes de discretización del modelo. Se observa que para estos casos, los valores de las deflexiones máximos son menores a los análisis anteriores. Esto se debe a las variaciones en las inercias del modelo de la viga.

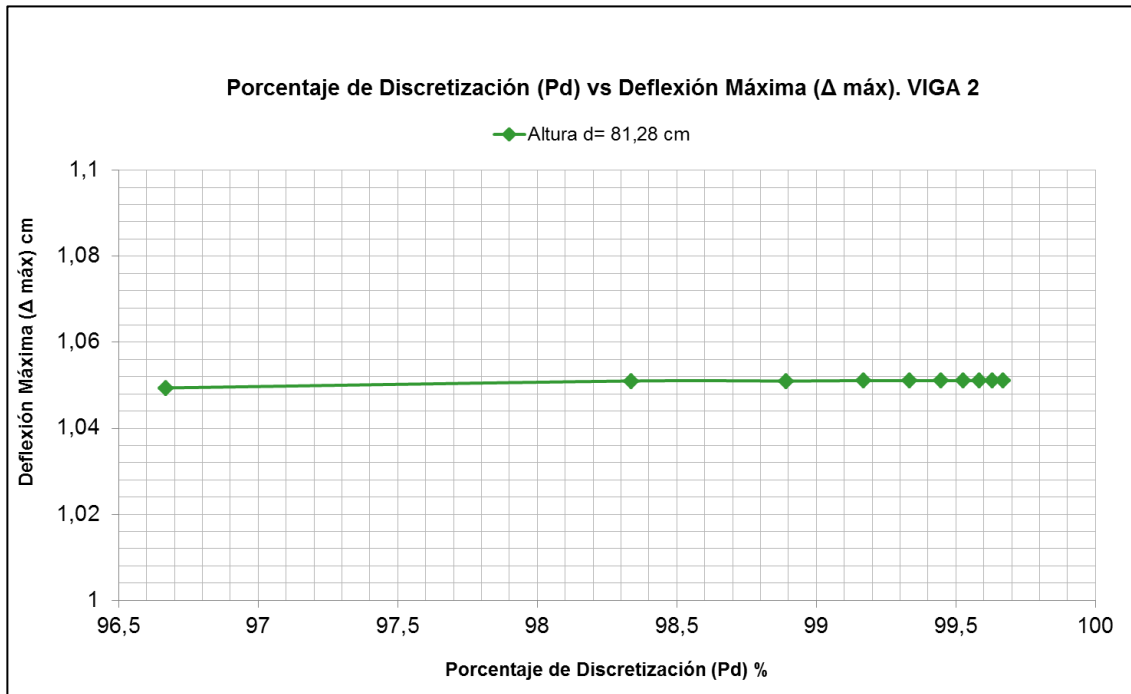


Figura 59. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso d = 81,28 cm. Fuente: Autor.

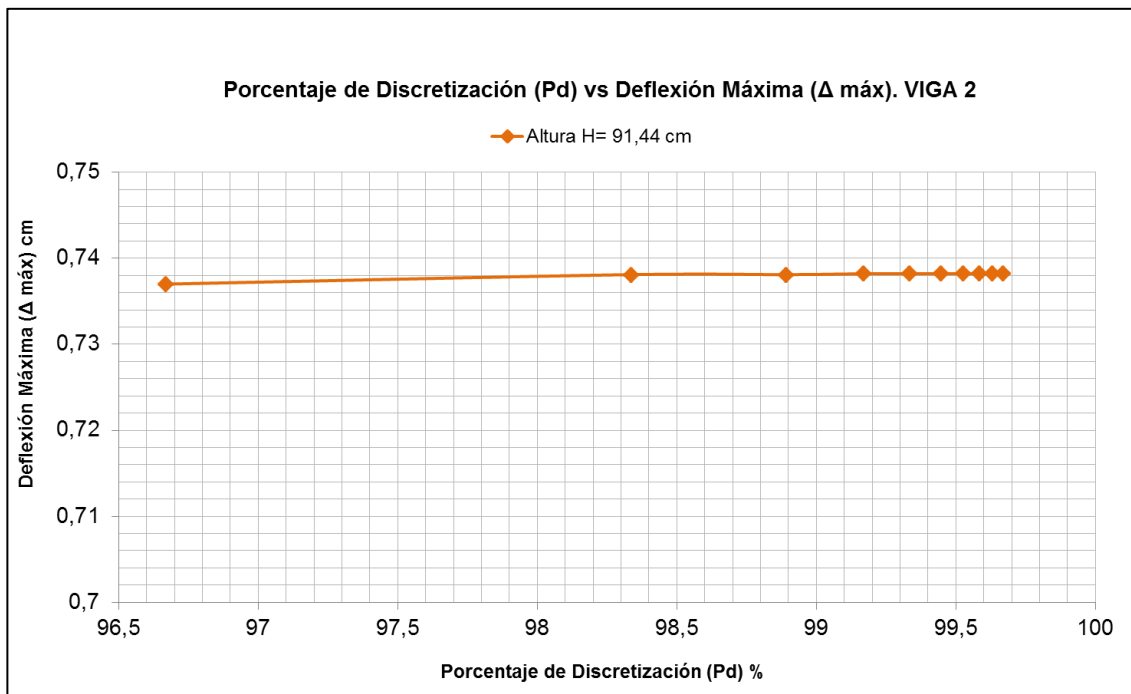


Figura 60. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para la Viga 2. Caso H = 91,44 cm. Fuente: Autor.

En la Figura 61 se encuentran representados de forma gráfica los resultados correspondientes a los cuatro (4) análisis del modelo de Viga 2. El comportamiento de los gráficos tiende a ser similar, la diferencia radica en los valores de las deflexiones para cada uno de los análisis. Estos valores son dependientes de las propiedades de la sección transversal de la viga. Al incrementarse la inercia de la sección (mayor altura) menor serán las deflexiones máximas del miembro estructural.

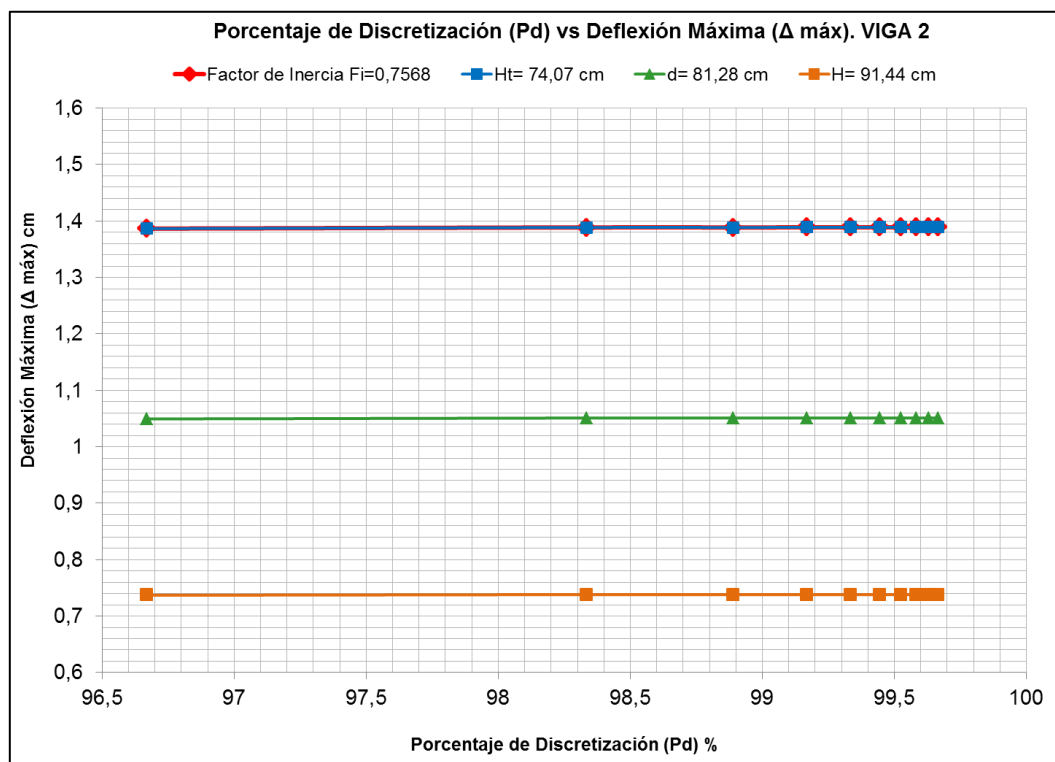


Figura 61. P_d vs $\Delta_{MÁX}$ para casos de análisis de la Viga 2. Fuente: Autor.

4.6.2.1. Porcentaje de Error Calculado. Viga 2

De igual manera que el modelo de la Viga 1, se halló el porcentaje de error entre la deflexión máxima obtenida por análisis realizado y la deflexión teórica calculada (Anexo Ñ). Para hallar el valor de %e, se consideró el caso de análisis de mayor convergencia respecto al valor teórico (H_t). Se

calcularon los valores de %e empleando la Ecuación 12. En la Tabla 8 se tienen los valores de error para cada uno de los casos de discretización. En la Figura 62 se muestran de forma gráfica los valores de %e para cada valor de P_d .

Tabla 8. Porcentaje de error calculado para el análisis de la Viga 2

Discretización	P_d (%)	$\Delta_{MÁX H_t}$ (cm)	$\Delta_{MÁX Teórica}$ (cm)	Error (%e)
A2	96,6689	1,3866		0,0216
B2	98,3345	1,3887		0,0144
C2	98,8896	1,3887		0,0144
D2	99,1672	1,3889		0,0001
E2	99,3333	1,3889	1,3889	0,0000
F2	99,4448	1,3889		0,0000
G2	99,5246	1,3889		0,0000
H2	99,5836	1,3889		0,0000
I2	99,6295	1,3889		0,0000
J2	99,6667	1,3889		0,0000

Fuente: Autor

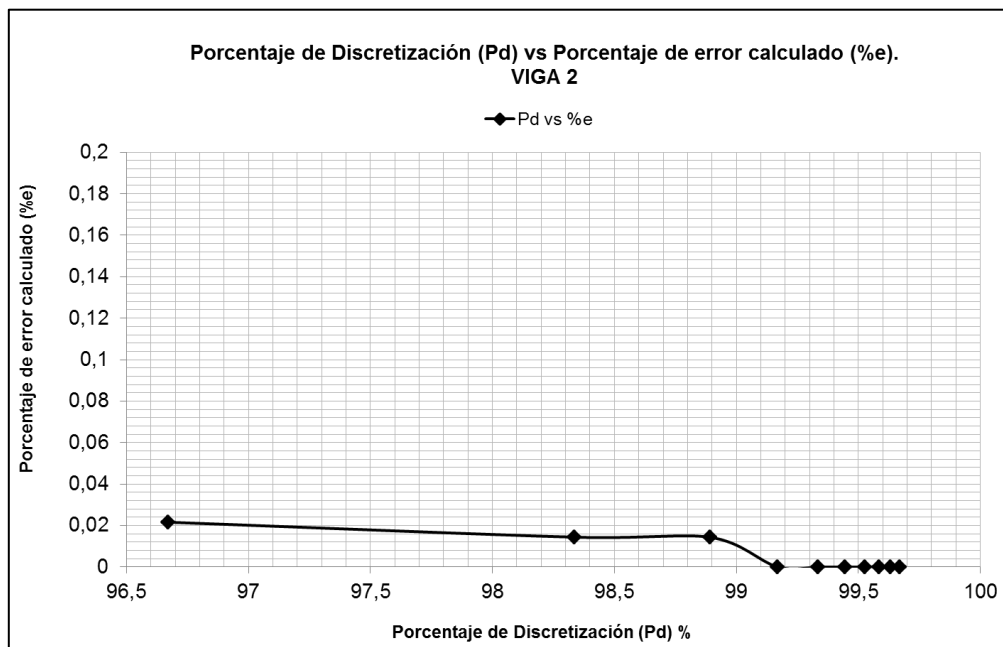


Figura 62. P_d vs %e para la Viga 2. Caso $H_t = 74,07$ cm. Fuente: Autor.

4.7. Discretización Óptima

Se estableció un parámetro denominado Discretización Óptima en base a la convergencia de los resultados arrojados por el software estructural SAP2000. Este parámetro fue definido para ambos modelos de vigas, y se hizo en función al caso de discretización que de acuerdo a los resultados obtenidos, señalados previamente en las Tablas 5 y 7 para las vigas 1 y 2, respectivamente, convergiera a un único valor de deflexión máxima.

Para el modelo de la Viga 1, los resultados obtenidos demostraron que para un porcentaje de discretización igual a 98,8893 % los valores de las deflexiones para los cuatro casos de análisis convergen a un único valor. Esta discretización fue denominada I1. En la Figura 63 se muestra el modelo de Viga 1 en SAP2000 correspondiente a la discretización I1.

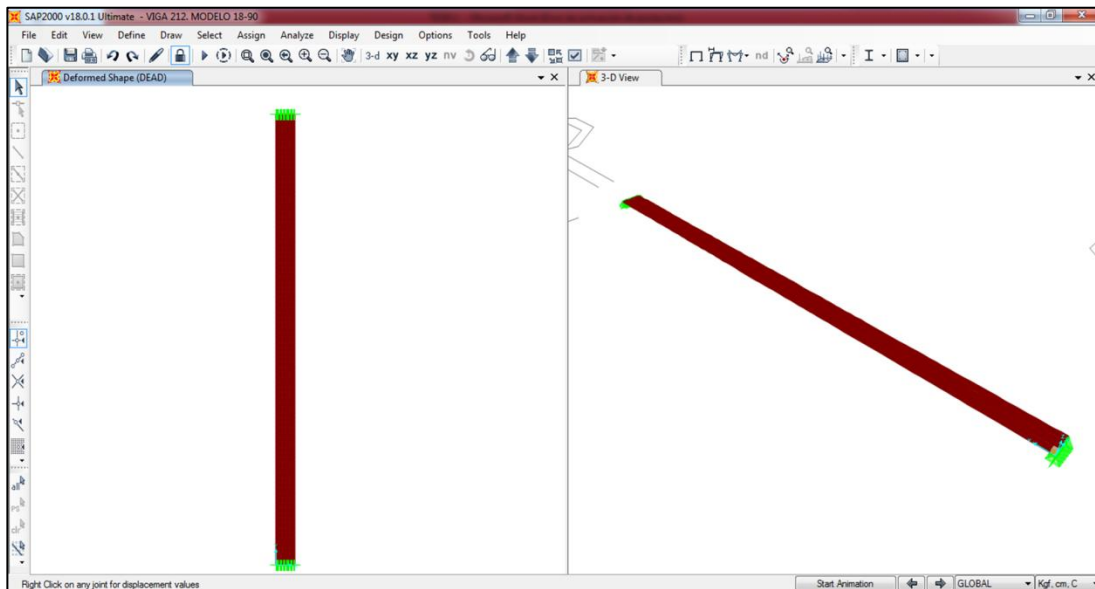


Figura 63. Viga 1 discretizada de la forma I1. Fuente: Autor.

Por otro lado, para el modelo de Viga 2, se observó una rápida convergencia de los resultados, puesto que los porcentajes de discretización fueron mayores a los establecidos en el modelo anterior. Para los cuatro

casos de análisis, la convergencia de las deflexiones a un único valor se presentó para $P_d = 99,3333 \%$. Esta discretización correspondió al caso E2. En la Figura 64 se detalla el modelo de Viga 2 correspondiente a la discretización E2.

Es importante destacar que los valores de discretización óptima previamente señalados aplican para este caso de estudio en específico, bajo las consideraciones descritas anteriormente.

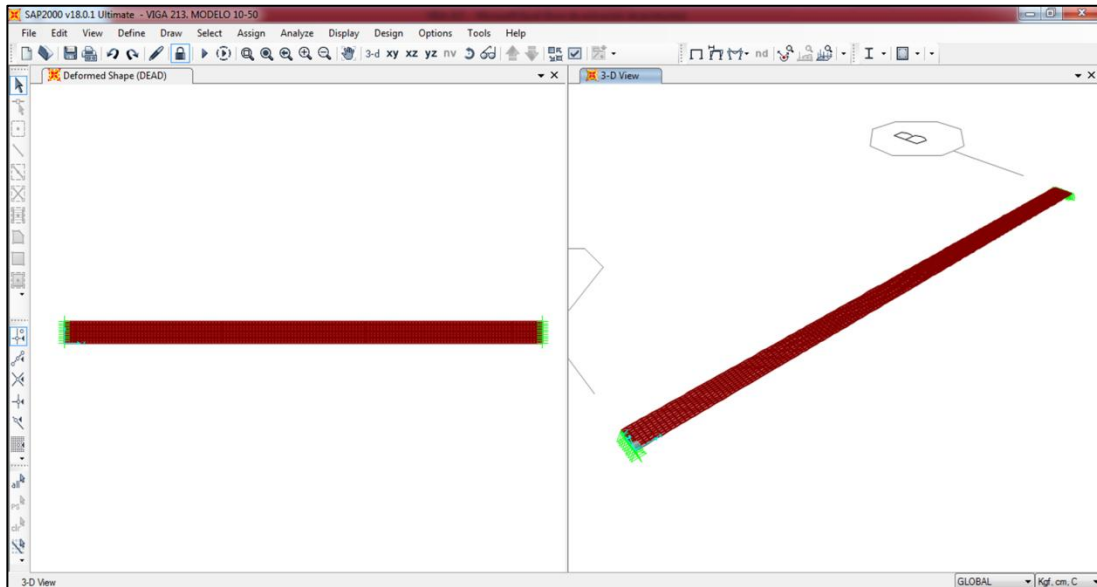


Figura 64. Viga 2 discretizada de la forma E5. Fuente: Autor.

4.8. Aplicabilidad del Principio de Superposición en el Análisis por MEF

Como se explicó en la sección 4.2, el Código ACI 318-14 establece que en el análisis inelástico utilizando elementos finitos, no es correcto aplicar el principio de superposición lineal. Esto quiere decir que cuando se realiza un análisis donde el material de una estructura sometida a ciertas cargas supera su rango elástico (análisis no lineal), no se cumple la sumatoria de efectos de cargas al evaluarse por separado. Como parte del análisis por MEF de acuerdo a los requisitos del Código ACI 318-14, a fin de verificar lo

establecido en la norma respecto al punto ya mencionado, se modeló una viga de concreto empleando elementos tipo *Shell* de acuerdo al procedimiento de la sección 4.4.1 en el software SAP2000 versión 18.

4.8.1. Caso de Análisis. Viga 3

Se consideró una viga de concreto biapoyada sometida a una carga puntual en el centro de su luz tomada de una investigación realizada por Martínez y Gutiérrez (2010) donde se evaluó el comportamiento no lineal del concreto armado mediante ensayos de laboratorio. En la Figura 65 se muestran las dimensiones del miembro estructural y las características de su sección transversal, denominada Viga 3.

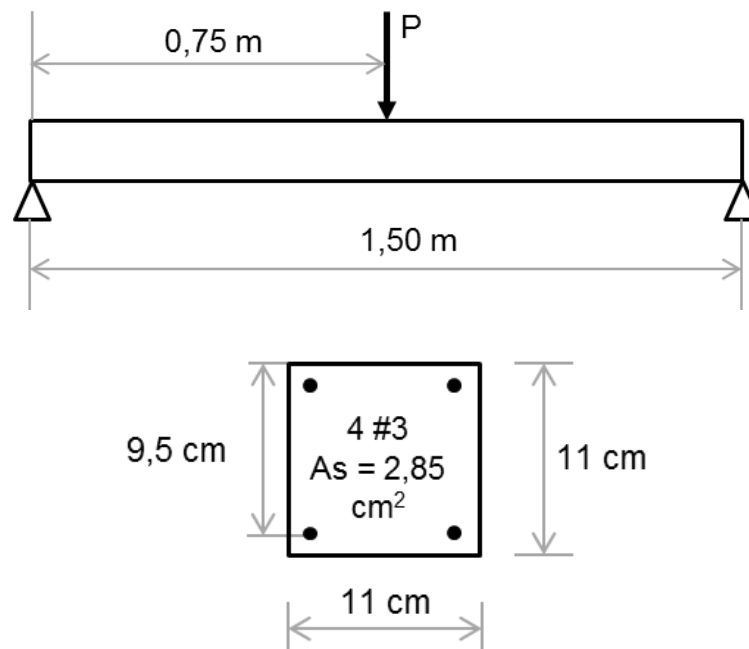


Figura 65. Dimensiones y características de la Viga 3. Fuente: Martínez y Gutiérrez, 2010.

De acuerdo a *Ibidem*, se tomó en cuenta un valor de f'_c igual a 99,93 Kg/cm² y E_c igual a 148011,81 Kg/cm². Estos datos fueron determinados mediante ensayos experimentales. La carga puntual P fue de 1326,53 Kg.

4.8.2. Modelo Computacional

Empleando el procedimiento de la sección 4.4.1, se modeló la Viga 3 planteada anteriormente empleando elementos tipo *Shell*. Se consideró una única discretización de ocho (8) elementos en la dirección X. En las Figuras 66 y 67 se detalla el modelo definido en SAP2000.

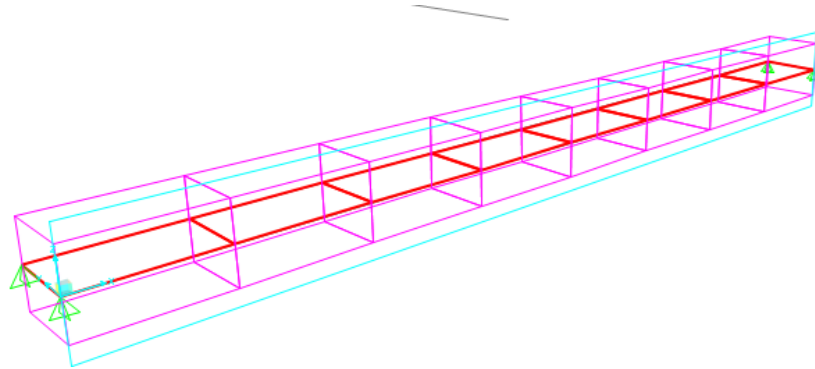


Figura 66. Modelo tipo *Shell* de Viga 3 en SAP2000 (vista 3D). Fuente: Autor.

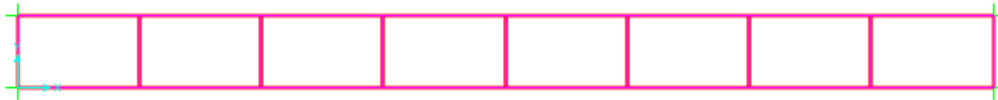


Figura 67. Modelo tipo *Shell* de Viga 3 en SAP2000 (vista en planta). Fuente: Autor.

4.8.3. Consideración de Cargas

A propósito de verificar la superposición de efectos empleando el MEF, se plantearon tres casos de valores de cargas correspondientes a la Viga 3.

El caso 1 correspondió a la carga P igual a 1326,53 Kg, que es la carga total aplicada al sistema de la viga (Figura 68).

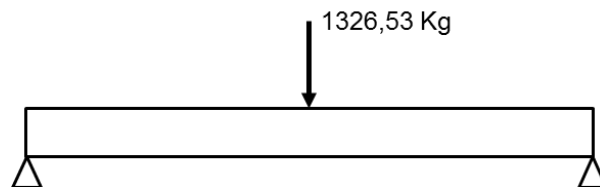


Figura 68. Viga 3: Caso 1 de análisis. Fuente: Autor

Por otra parte, para el caso 2 se consideró una carga P igual a 700,00 Kg, como se muestra en la Figura 69.

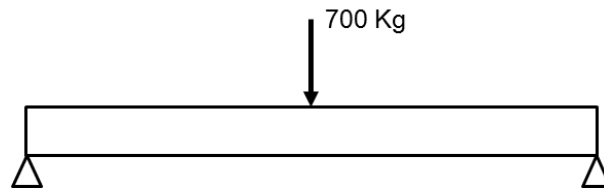


Figura 69. Viga 3: Caso 2 de análisis. Fuente: Autor

La carga correspondiente al caso 3 fue de 626,53 Kg (Figura 70). De esta manera la sumatoria de las fuerzas correspondientes a los casos 2 y 3 es igual a la fuerza total aplicada en el sistema.

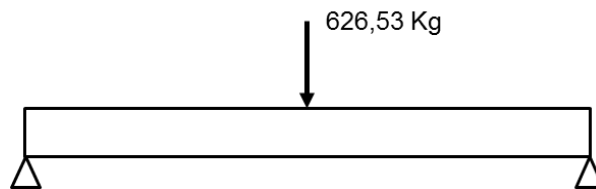


Figura 70. Viga 3: Caso 3 de análisis. Fuente: Autor

4.8.4. Análisis de los Casos

Se consideró para el análisis de cada uno de los casos anteriormente establecidos el comportamiento del material que conforma a la Viga 3 ante las cargas aplicadas. De acuerdo al Anexo C, correspondiente al análisis de la sección transversal de la Viga 3, para una carga P igual a 1326,53 Kg, la viga se encuentra en su rango inelástico. Esto se debe a que el momento actuante para dicha carga es mayor al momento elástico calculado.

Para las cargas correspondientes a los casos 2 y 3, de igual forma la viga se encuentra en su rango inelástico. La Tabla 9 muestra los valores de momento máximo para cada uno de los casos de carga en comparación con el momento elástico calculado (Anexo C).

Tabla 9. Momento máximo para cada caso de análisis

Caso	P (Kg)	Momento máximo (Kg.cm)	Momento elástico (Kg.cm)	Comportamiento del material
1	1326,53	49744,88		Inelástico
2	700,00	26250,00	10092,75	Inelástico
3	626,53	23494,875		Inelástico

Fuente: Autor

Debido a las consideraciones ya presentadas, se realizó el análisis en el programa computacional SAP2000 considerando un tipo de análisis No Lineal. El software permite establecer el tipo de análisis a ejecutar de acuerdo al comportamiento del material. Se configuró de la siguiente manera:

Una vez modelada la Viga 3 y asignadas las cargas de acuerdo a las condiciones iniciales, se desplegó el menú *Define* y se seleccionó el submenú *Load Cases*, como se muestra en la Figura 71.

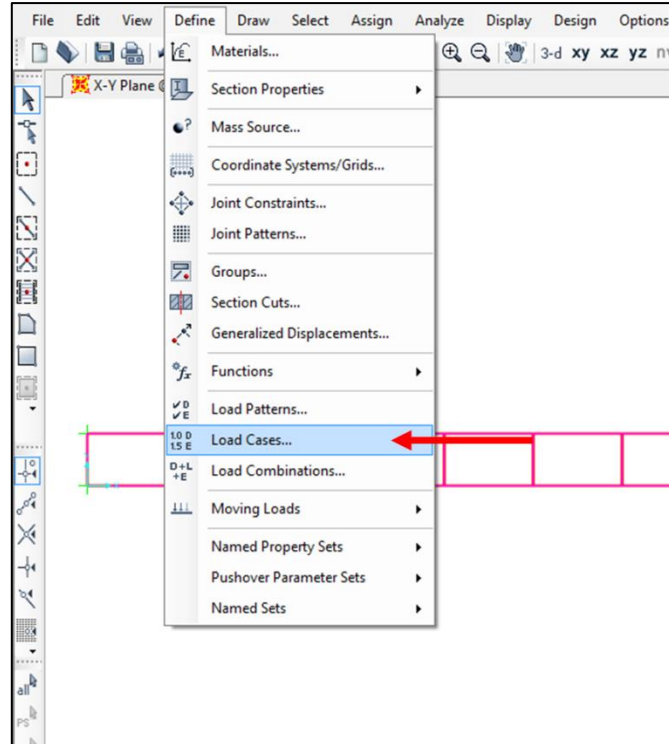


Figura 71. Selección del Tipo de Análisis. Fuente: Autor.

Posteriormente, en la ventana *Define Load Cases* se seleccionó el caso de caso de carga en cuestión (*DEAD*) y se presionó la casilla *Modify / Show Load Case* (Figura 72).

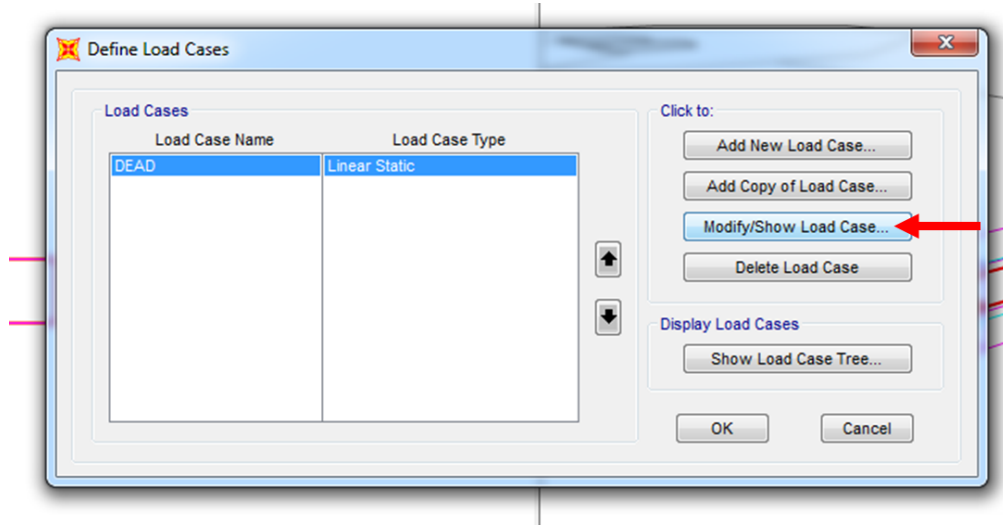


Figura 72. Modificar Tipo de Análisis. Fuente: Autor.

En la ventana *Load Case Data*, específicamente en la sección *Analysis Type* se tildó la opción *NonLinear* (para análisis no lineal). Seguidamente se presionó la casilla *OK* (Figura 73). No se consideraron otros parámetros para la ejecución de este análisis.

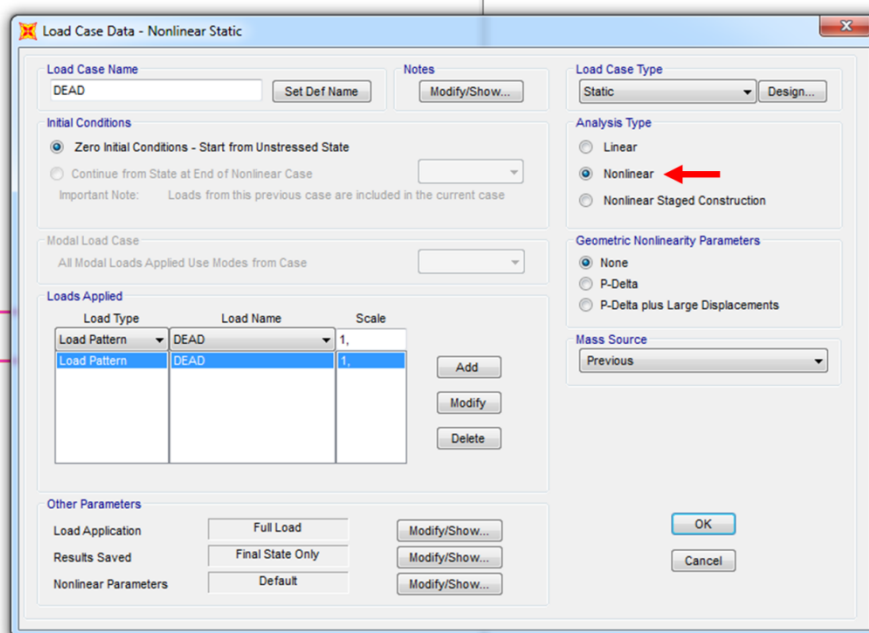


Figura 73. Selección de Análisis No Lineal. Fuente: Autor.

Una vez realizado este paso, se procedió a ejecutar el análisis para cada uno de los casos de valores de cargas previamente definidos.

4.8.5. Resultados del Análisis

Se obtuvieron los siguientes resultados, mostrados en la Tabla 10, correspondientes a las deflexiones máximas para cada uno de los casos de valores de cargas bajo las consideraciones de análisis previamente definidas. Los anexos L, M y N muestran las deflexiones arrojadas por el software SAP2000 para los casos 1, 2 y 3, respectivamente.

Tabla 10. Deflexiones máximas para casos de análisis

Caso	P (Kg)	Deflexión máxima (cm)
1	1326,53	0,4903
2	700,00	0,2587
3	626,53	0,2316

Fuente: Autor

Se procedió a realizar a la sumatoria de las deflexiones parciales (caso 2 y 3) para obtener la deflexión superpuesta ($\Delta_{\text{Superpuesta}}$)

$$\Delta_{M\acute{a}x \text{ caso}2} + \Delta_{M\acute{a}x \text{ caso}3} = \Delta_{\text{superpuesta}} \quad (\text{Ec. 13})$$

$$0,2587 \text{ cm} + 0,2316 \text{ cm} = 0,4903 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{superpuesta}} = 0,4903 \text{ cm} = \Delta_{M\acute{a}x \text{ caso}1}$$

De esta manera, la deflexión superpuesta producto de la sumatoria de las deflexiones parciales de los casos 2 y 3 es igual a la deflexión máxima obtenida en la caso 1. En base a este resultado, se establece que se cumple el Principio de Superposición.

4.9. Guía Metodológica Introductoria

De acuerdo al análisis de miembros de concreto correspondiente al desarrollo de la investigación, se confeccionó una guía metodológica introductoria donde se describen ciertas consideraciones y parámetros que deben tomarse en cuenta en los procedimientos de análisis de elementos estructurales de concreto empleando el MEF con el uso del software SAP2000.

La guía está estructurada en dos partes. Una parte teórica donde se definen brevemente los aspectos fundamentales inherentes al MEF y su aplicación en el análisis de estructuras. Se establecen a su vez los puntos más resaltantes sobre la utilización del MEF en el programa SAP2000 empleando elementos de tipo área. La parte final de la guía incluye un ejemplo de aplicación del MEF donde se modeló un tanque de agua subterráneo sometido a cargas de empuje de terreno y empuje de fluidos. Este ejemplo de tanque fue tomado de la bibliografía Tanques Rectangulares de Concreto (*Rectangular Concrete Tanks*), publicado por la Asociación de Cemento Portland (*Portland Cement Association*) (PCA) en el año 2014. El

modelo computacional se definió empleando elementos tipo *Shell*. En este material se describen los pasos ejecutados para la realización del modelo en el software.

El Anexo O corresponde a la guía metodológica introductoria en cuestión, la cual fue denominada “Introducción al Método de Elementos Finitos para el Análisis de Estructuras de Concreto Armado en SAP2000”.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

A propósito del cumplimiento de los objetivos correspondientes a la investigación, y una vez llevado a cabo el análisis de miembros de concreto armado empleando el MEF según los requerimientos establecidos por el Código ACI 318-14, a través del programa estructural SAP2000 versión 18, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- Los requisitos correspondientes al análisis de los efectos de cargas en miembros de concreto armado empleando el MEF, establecidos en la sección 6.9 del Código ACI 318-14 se presentan de forma generalizada. El código no detalla de manera específica los criterios inherentes a la aplicación del análisis por MEF, tales como parámetros de discretización de los modelos de elementos finitos, porcentajes de error entre casos de discretización, discretización óptima bajo ciertas condiciones, entre otros.
- Se consideraron las dimensiones y características de las secciones transversales de los ejemplos de vigas como el dominio del sistema correspondiente al análisis por MEF para la realización de los modelos computacionales. Por otra parte, las condiciones de contorno del sistema de análisis fueron los datos correspondientes a las cargas actuantes en estos miembros estructurales.
- Se analizaron los modelos de vigas en SAP2000 considerando los casos de discretización y los casos de secciones transversales. Para ello se obtuvieron parámetros como el Factor de Inercia y la Altura

Transformada. Estos últimos se calcularon en función a la inercia de la sección de cada viga en etapa de concreto agrietado.

- Para la discretización de los modelos, se determinó un Porcentaje de Discretización. Este parámetro permitió definir el patrón de medición de la discretización para cada uno de los casos de análisis por MEF. El Porcentaje de Discretización establecido en esta investigación aplica únicamente para miembros rectangulares modelados con elementos tipo área.
- Los resultados correspondientes a la obtención del Porcentaje de Error Calculado demostraron que en la medida que se incrementa el valor del Porcentaje de Discretización de un modelo mayor será la precisión del análisis ejecutado, y por ende la exactitud del valor correspondiente al efecto de la carga actuante. Para el caso de esta investigación, se consideraron únicamente las deflexiones máximas de las vigas.
- Se definieron como óptimos los valores de porcentaje de discretización que de acuerdo a los resultados del análisis computacional convergieron a un único valor de deflexión máxima. Este dato permite estimar la discretización más conveniente para otros casos de análisis por MEF con consideraciones similares o parecidas a las de esta investigación.
- A través de las deflexiones máximas obtenidas para los casos de análisis computacional considerando la variación de la sección transversal de cada viga, se demostró que al incrementar la altura del miembro estructural, disminuye el valor de esta deflexión. Por tanto, mientras se incrementa el valor de la inercia de la sección menor será el efecto flector de las cargas actuantes.

- Se estableció que el software SAP2000 en el análisis por MEF empleando elementos tipo *Shell*, no considera la no linealidad del material que conforma el miembro estructural bajo la acción de cargas. Esto se demostró al cumplirse la sumatoria lineal de deflexiones máxima, es decir, se validó la aplicación del Principio de Superposición, incluso cuando el análisis se consideró como no lineal.
- En la guía metodológica introductoria referente al uso del MEF para el análisis de miembros de concreto armado empleando el software SAP2000 se establecieron diversos puntos que deben tomarse en cuenta en los análisis de miembros de concreto armado mediante el MEF con el uso del programa ya mencionado. Esto se hizo a través del material teórico informativo recabado en la investigación y un ejemplo demostrativo usando elementos tipos *Shell*. El informe correspondiente a la guía introductoria representa una base de referencia para estudiantes y profesionales.

5.2. Recomendaciones

- Se recomienda realizar investigaciones a fin de determinar criterios y consideraciones más exactas referentes a los parámetros de porcentajes de discretización y discretización óptima en función a variables como: tipo de estructura o miembro estructural, consideraciones de cargas, tipo de análisis, entre otras. Tales criterios pueden ser tomados en cuenta para incluirse en futuras revisiones del Código ACI 318.
- En el análisis por MEF en el programa SAP2000, se recomienda efectuar revisiones con el propósito de establecer qué tipo de elementos de área se deben considerar para tomar en cuenta los

estados de linealidad de los materiales al momento de ejecutar el análisis.

- Se recomienda el desarrollo de investigaciones de análisis computacional de miembros estructurales de concreto empleando el MEF considerando otros efectos de cargas, tales como como momentos flectores y esfuerzos internos.
- La inclusión de la guía metodológica “Introducción al Método de Elementos Finitos para el Análisis de Estructuras de Concreto Armado en SAP2000” en el contenido programático de la asignatura Concreto Armado de la especialidad de Ingeniería Civil en la Universidad de Oriente. A su vez, con el propósito de actualizar los conocimientos del estudiantado en lo concerniente al cálculo y diseño computacional de estructuras, se recomienda la inclusión de temas de estudio referentes al uso de programas como SAP2000 en el contenido programático de las asignaturas del área de Ingeniería Estructural de la especialidad mencionada anteriormente.

BIBLIOGRAFÍA

- Alvarado, L., Pineda, S. y Ventura, J. (2004). *Diseño de Elementos Estructurales en Edificios de Concreto Reforzado*. (Tesis de Pregrado). Universidad de El Salvador, San Salvador, El Salvador.
- ACI. (2014). *Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (ACI 318-14) y Comentario*. Michigan: American Concrete Institute.
- Arias, F. (1999). *El Proyecto de Investigación*. (3ªed), Caracas, Venezuela: Episteme.
- Barrios, M. (2006). *Manual de Trabajos de Grado de Especialización Maestría y Tesis Doctorales*. (3ªed), Caracas, Venezuela: Fedupel.
- Beltrán, F. (1999). *Teoría General del Método de Elementos Finitos*. Collado Villalba: Departamento de Mecánica Estructural y Construcciones Industriales - ETS Ingenieros Industriales Madrid.
- Bendito, A., Romero, M., Bonet, J., Miguel, P. y Fernández, M. (2008). *Análisis no-lineal por elementos finitos de un elemento viga-columna de concreto armado*. Recuperado de <http://www.upf.br/seer/index.php/rsae/article/viewFile/1486/984>
- Cervera, M. y Blanco, E. (2001). *Mecánica de Estructuras*. (1ªed). Barcelona, España: UPC.
- Carnicero, A. (2003). *Introducción al Método de los Elementos Finitos*. Recuperado de http://www.iit.upcomillas.es/~carnicero/Resistencia/Introduccion_al_MEF.pdf
- Celigüeta, J. (2008). *Método de los Elementos Finitos para Análisis Estructural*. San Sebastián: Unicopia C.B.

- Da Fonseca Lopes, Z. (2011). *El método de los elementos finitos: una introducción*. Maracaibo, Venezuela: Fondo Editorial Biblioteca Rafael Urdaneta.
- De la Colina, J. y Ramírez, H. (2000). *La Ingeniería Estructural*. Recuperado de <http://www.redalyc.org/pdf/104/10401812.pdf>
- Franca, G. y Campos, A. (2007). *Modelo Computacional para el Estudio de Estructuras de Hormigón Armado*. (Tesis de Postgrado). Universidad Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.
- Heinemann, K. (2003). *Introducción a la metodología de la investigación empírica*. (1ªed), Barcelona, España: Service, S.L.
- Hernández, E. (2008). *Análisis y Diseño Estructural Utilizando el Programa SAP2000. Tipos de Elementos de Área*. Recuperado de: <https://es.scribd.com/document/92993226/Elementos-de-Areas-pdf>
- Jaramillo, J. (2004). *Análisis Clásico de Estructuras*. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Lara, R. (2011). *Calculo De Estructuras mediante el empleo de Modelos de Elementos Finitos*. Madrid, España: Autor.
- López, N. (2008). *Análisis de la aplicación del método de los elementos finitos al modelado de elementos de hormigón armado*. (Tesis de Doctorado). Universidad de Coruña, La Coruña, España.
- Martínez, W. y Gutiérrez, O. (2010). *Comportamiento lineal y no lineal de las deflexiones en vigas de concreto reforzado*. (Tesis de Pregrado). Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia.
- McCormac, J. y Brown, R. (2011). *Diseño de Concreto Reforzado*. (8ªed). México D.F., México: Alfaomega.

- Mejía, F. (2004). *Introducción al Modelamiento por Elementos Finitos con ANSYS*. Recuperado de <http://www.uestructuras.unal.edu.co/Pagina%20ANSYS/fernandomejia/1modelam.pdf>
- Moreno, J. (2015). *Ingeniería Sismo Resistente. Elementos Estructurales*. (Tesis de Pregrado). Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, Lima, Perú.
- Moreno, N. (2001). *Análisis de Esfuerzos en Concreto Reforzado empleando el Método de Elementos Finitos*. Recuperado de http://www.sepi.esimeazc.ipn.mx/cv/cv_CarbajalRMF/04-12-01.pdf
- Ortiz, D., Molina, M., Martínez, H., Bernal, J., Hernández, D., García, P. y Berruecos, S. (2014). *Estructuras Isostáticas en 2D: Problemas Resueltos*. México, D.F., México: Autor.
- Park, R. y Paulay, T. (1988). *Estructuras de Concreto Reforzado*. México, D.F., México: Limusa.
- PCA. (2014). *Rectangular Concrete Tanks*. (5ªed). Skokie, Illionis: Portland Cement Association.
- Ramírez, R., Gámez, Y., Pérez, H. y Chagoyén, E. (2015). *Evaluación de un puente de vías férrea mediante ensayos estructurales y modelación computacional*. Recuperado de http://www.scielo.cl/scielo.php?pid=S0718-28132015000200003&script=sci_arttext
- Redín, A. (2010). *Aplicación de Herramientas Avanzadas para el Rediseño de un Motor de Moto*. (Tesis de Pregrado). Universidad Pública de Navarra. Navarra, España.

- Sánchez, J. y Muñoz, G. (2008). *Estudio del Comportamiento de Vigas Estructurales de Concreto Reforzado modelado a Escala Reducida*. (Tesis de Pregrado). Universidad de la Salle, Bogotá, Colombia.
- Trinidad, A. (2006). *Teoría fundamentada*. (1ªed). Madrid, España: Centro de Investigaciones Sociológicas.

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO

TÍTULO	ANÁLISIS DE MIEMBROS DE CONCRETO ARMADO EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS SEGÚN LOS REQUISITOS DE REGLAMENTO PARA CONCRETO ESTRUCTURAL (CÓDIGO ACI 318-14)
SUBTÍTULO	

AUTOR (ES):

APELLIDOS Y NOMBRES	CÓDIGO CVLAC / E MAIL
Tovar García, Jesús Enrique	CVLAC: V- 20.447.627 E MAIL: jesusetovarg@gmail.com
	CVLAC: E MAIL:
	CVLAC: E MAIL:
	CVLAC: E MAIL:

PALABRAS O FRASES CLAVES:

Análisis

Método de Elementos Finitos

Código ACI

Concreto

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

ÁREA	SUB ÁREA
Ingeniería y Ciencias Aplicadas	Ingeniería Civil

RESUMEN (ABSTRACT):

La investigación consistió en el análisis de miembros de concreto armado a través del Método de Elementos Finitos (MEF) empleando el software estructural SAP2000 versión 18, de acuerdo al Código ACI 318-14, publicado en el año 2014. Se describieron los requerimientos mínimos señalados por el Código ACI 318-14 respecto al uso del MEF para análisis de miembros estructurales de concreto armado. Se desarrolló una investigación de tipo documental y explicativa, basada en la revisión de fuentes de carácter técnico, orientada a profundizar los conocimientos relacionados con la temática planteada. El alcance de la investigación se limitó al análisis de dos modelos de vigas de concreto simplemente apoyadas bajo ciertas condiciones de secciones transversales y porcentajes de discretización. Se revisaron los errores inherentes al cálculo teórico y los datos arrojados por el programa. Por otra parte, se verificó la aplicabilidad del Principio de Superposición en el análisis de estructuras empleando el MEF en el programa SAP2000. Finalmente, se elaboró una guía metodológica introductoria donde se describen y detallan ciertas consideraciones que deben tomarse en cuenta en el proceso de análisis de miembros estructurales de concreto mediante el MEF con el uso del software SAP2000.

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

CONTRIBUIDORES:

APELLIDOS Y NOMBRES	ROL / CÓDIGO CVLAC / E_MAIL				
Martínez Guerra, Jhonatan Alex	ROL	CA	AS (X)	TU	JU
	CVLAC:	V- 15.376.400			
	E_MAIL	ingmartinezgj@gmail.com			
	E_MAIL				
García Núñez, Raquel del Carmen	ROL	CA	AS	TU	JU (X)
	CVLAC:	V- 8.491.263			
	E_MAIL	raquelgarcia_n@hotmail.com			
	E_MAIL				
Cermeño, Carlos Enrique	ROL	CA	AS	TU	JU (X)
	CVLAC:	V- 8.496.906			
	E_MAIL	carloscermeño@hotmail.com			
	E_MAIL				
	ROL	CA	AS	TU	JU
	CVLAC:				
	E_MAIL				
	E_MAIL				

FECHA DE DISCUSIÓN Y APROBACIÓN:

2016	08	12
AÑO	MES	DÍA

LENGUAJE. SPA

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

ARCHIVO (S):

NOMBRE DE ARCHIVO	TIPO MIME
TESIS. Análisis de Miembros de Concreto Armado empleando el Método de Elementos Finitos según los Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural (Código ACI 318-14).doc.	Aplicación/msword

CARACTERES EN LOS NOMBRES DE LOS ARCHIVOS: A B C D E F G H I J K L
M N O P Q R S T U V W X Y Z. a b c d e f g h i j k l m n o p q r s t u v w x y z. 0 1 2 3 4 5
6 7 8 9.

ALCANCE

ESPACIAL: (OPCIONAL).

TEMPORAL: (OPCIONAL)

TÍTULO O GRADO ASOCIADO CON EL TRABAJO:

Ingeniero Civil

NIVEL ASOCIADO CON EL TRABAJO:

Pregrado

ÁREA DE ESTUDIO:

Departamento de Ingeniería Civil

INSTITUCIÓN: Universidad de Oriente / Extensión Cantaura



UNIVERSIDAD DE ORIENTE
CONSEJO UNIVERSITARIO
RECTORADO

CUN°0975

Cumaná, 04 AGO 2009

Ciudadano
Prof. JESÚS MARTÍNEZ YÉPEZ
Vicerrector Académico
Universidad de Oriente
Su Despacho

Estimado Profesor Martínez:

Cumplo en notificarle que el Consejo Universitario, en Reunión Ordinaria celebrada en Centro de Convenciones de Cantaura, los días 28 y 29 de julio de 2009, conoció el punto de agenda "SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA PUBLICAR TODA LA PRODUCCIÓN INTELECTUAL DE LA UNIVERSIDAD DE ORIENTE EN EL REPOSITORIO INSTITUCIONAL DE LA UDO, SEGÚN VRAC N° 696/2009".

Leído el oficio SIBI - 139/2009 de fecha 09-07-2009, suscrita por el Dr. Abul K. Bashirullah, Director de Bibliotecas, este Cuerpo Colegiado decidió, por unanimidad, autorizar la publicación de toda la producción intelectual de la Universidad de Oriente en el Repositorio en cuestión.

UNIVERSIDAD DE ORIENTE
SISTEMA DE BIBLIOTECA
RECIBIDO POR <i>[Signature]</i>
FECHA 05/8/09 HORA 5:30

Comunicación que hago a usted a los fines consiguientes.

Cordialmente,

[Signature]
JUAN A. BOLANOS CUMBELE
Secretario



C.C: Rectora, Vicerrectora Administrativa, Decanos de los Núcleos, Coordinador General de Administración, Director de Personal, Dirección de Finanzas, Dirección de Presupuesto, Contraloría Interna, Consultoría Jurídica, Director de Bibliotecas, Dirección de Publicaciones, Dirección de Computación, Coordinación de Telemática, Coordinación General de Postgrado.
JABC/YGC/maruja

METADATOS PARA TRABAJOS DE GRADO, TESIS Y ASCENSO:

DERECHOS

De acuerdo al Artículo 41 del Reglamento de trabajos de grado:

“Los trabajos de grado son de exclusiva propiedad de la Universidad de Oriente y sólo podrán ser utilizados a otros fines con el consentimiento del Consejo de Núcleo”

Tovar G. Jesús E.

AUTOR

Prof. Martínez Jhonatan

TUTOR

Prof. García Raquel

JURADO

Prof. Cermeño Carlos

JURADO

Prof. Loaiza Ramón

POR LA COMISIÓN DE TRABAJO DE GRADO